



DOI: [10.71167/uaceg.2026.590203](https://doi.org/10.71167/uaceg.2026.590203)

Получена: 06.10.2025 г.

Приета: 29.01.2026 г.

## ПАРАМЕТРИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА УСТОЙЧИВОСТТА ИЗВЪН РАВНИНАТА НА СТОМАНЕНИ СКОСЕНИ ЕЛЕМЕНТИ, ПОДЛОЖЕНИ НА ЧИСТО ОГЪВАНЕ

Г. Петрова<sup>1</sup>

*Ключови думи:* скосени елементи, обща устойчивост, променливо напречно сечение

### РЕЗЮМЕ

Стоманените скосени елементи намират все по-широко приложение в строителството поради своята икономичност. При тях е налице линейно преразпределяне на материала от местата с по-ниски към местата с по-високи напрежения. Тази промяна на формата води до усложнения в поведението им и това налага провеждането на параметрични изследвания за установяване на възможните причини за това.

В статията са описани резултатите от проведени постановки на греди с 2Т-сечение, чиято височина на стеблото е линейно изменяща се величина. Подбраните елементи са с различна дължина, геометрия и натоварване. Настоящата статия има за цел да анализира влиянието на степента на скосяване и формата на моментовата диаграма, затова статическата схема е еднотипна – проста греда. За целта е използван програмният продукт ANSYS, чрез който е направен пълен геометрично и материално нелинеен анализ с отчитане на несъвършенствата за всички разглеждани греди. Носимоспособността на измятане допълнително е установена и по общия метод на БДС EN1993-1-1.

Накрая получените по МКЕ резултати са сравнени и са направени изводи за факторите, влияещи на общата устойчивост на стоманените скосени елементи. Дадени са насоки за бъдещи проучвания на други възможни влияещи параметри и е направена оценка за степента на сигурност на общия метод.

---

<sup>1</sup> Габриела Петрова, инж., докторант, кат. „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: [gpetrova\\_fce@uacg.bg](mailto:gpetrova_fce@uacg.bg)

## 1. Основни положения

Употребата на стоманени елементи с линейно изменяща се височина на стеблото се налага тогава, когато използването на призматични греди и колони е свързано с голям разход на материал. Въпреки предимствата на скосените елементи единствената приложима процедура, залегнала в Еврокод 3 [1] е т.нар. „общ метод“ (т. 6.3.4). Методите, изложени в т. 6.3.1, т. 6.3.2 и т. 6.3.3, са неподходящи, защото изискват напречното сечение да е постоянно по дължината.

Проверката по т. 6.3.4 има вида:

$$\frac{x_{op} \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1. \quad (1)$$

В горепосочената формула редукиционният коефициент  $x_{op}$  отчита загубата на устойчивост извън равнината и се основава на общата условна стройност  $\overline{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}}$ , където  $\alpha_{ult,k}$  е коефициент, с който се умножават изчислителните товари, за да се достигне характеристичната носимоспособност на критичното напречно сечение. Параметърът  $\alpha_{cr,op}$  е минималният множител, чрез който изчислителните товари достигат критичната носимоспособност на конструктивния елемент, като се отчита изключване извън равнината на огъващия момент и измятане, а изключването по другата ос се пренебрегва. ЕС3 дава два варианта за определянето на  $x_{op}$ :

- 1)  $x_{op} = \min(x_z; x_{LT})$ ;
- 2) чрез линейна интерполация между  $x_z$  и  $x_{LT}$ , където  $x_z$  е редукиционен коефициент при изключване извън равнината на огъващия момент, а  $x_{LT}$  е редукиционен коефициент при измятане.  $x_z$  и  $x_{LT}$  се изчисляват за условна стройност  $\overline{\lambda}_{op}$ .

Първата възможност е препоръчителна и се счита за по-консервативна.

В [2 и 3] Penelov et al. коментират особеностите на приложението на общия метод, както за призматични, така и за скосени пръти. Vasilev [4] препоръчва тази процедура да се прилага само за доказване на устойчивостта на отделните елементи, а не на цели равнинни рамкови системи, защото наблюдава известна област, в която получените резултати надхвърлят реалната носимоспособност на конструкцията. Penelov [5] доразвива изследванията и доказва, че т. 6.3.4 не надвишава критичния товар, получен от числените методи. М. Kucukler и L. Gardner [6] сравняват резултати, получени чрез GMNIA (Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections) и чрез общия метод. За примерите, решени чрез крива на измятане  $d$ , вторият дава прекалено консервативни резултати. Проведени са изчисления и чрез крива  $c$ . Това е възможно, защото най-натоварените сечения по теория от I ред спадат към крива  $c$ . Това решение също се оказва консервативно, макар и в по-ниска степен.

Когато оразмеряваният елемент е скосен, местоположението на критичното напречно сечение не е очевидно и затова  $\alpha_{ult,k}$  се определя за няколко сечения по дължината на елемента и придобива най-ниската изчислена стойност [7]. Marques [8]

установява, че когато в пръта доминира натисковата сила, критичното сечение е по-близо до най-малкото такова. Обратно, когато преобладаващ е огъващият момент, то е изместено към по-високото от крайните сечения. Няма наличен аналитичен израз за изчисляване на коефициент  $\alpha_{cr,op}$ . За неговото определяне проектантът трябва да използва специализиран софтуер. В настоящата статия е предложено това да стане посредством LTBeamN, след като тази програма е една от най-широко използваните от практикуващите конструктори. Тя работи с едноизмерни крайни елементи. Като алтернатива, стойността на критичния множител  $\alpha_{cr,op}$  може да се определи на база моделиране на елемента с черупкови крайни елементи. Такъв е подходът при числения пример, решен от Penelov et al. [2]. Важно е да се отбележи, че трябва да се вземат предвид само огъвно-усуквателните форми на загуба на устойчивост и следва да се пренебрегват тези, при които настъпва само местна загуба на устойчивост.

## 2. Постановка на задачата

Разглеждат се едностранно скосени греди от стомана S355, подложени на чисто огъване. Поясите на елементите са с постоянно напречно сечение (200×14) и са с еднакви размери за всички екземпляри. Стеблото е с линейно изменяща се височина от 300 mm до 600 mm, 900 mm или 1200 mm и с дебелина 10 mm.

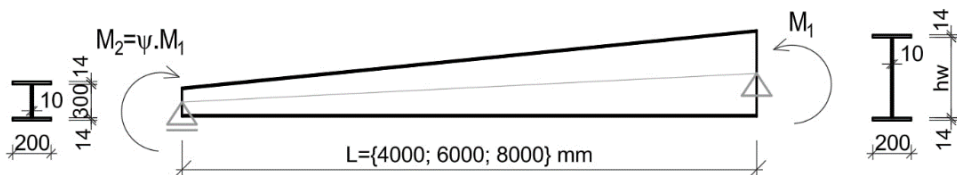
Таблица 1. Геометрични характеристики на изследваните елементи

Греда №	$L$ [mm]	$h_{w,min}$ [mm]	$h_{w,max}$ [mm]	$\psi$	$\alpha^\circ$
1	4000	300	600	0	4,3
2	4000	300	600	0,5	4,3
3	4000	300	600	1	4,3
4	4000	300	900	0	8,5
5	4000	300	900	0,5	8,5
6	4000	300	900	1	8,5
7	4000	300	1200	0	12,7
8	4000	300	1200	0,5	12,7
9	4000	300	1200	1	12,7
10	6000	300	600	0	2,9
11	6000	300	600	0,5	2,9
12	6000	300	600	1	2,9
13	6000	300	900	0	5,7
14	6000	300	900	0,5	5,7
15	6000	300	900	1	5,7
16	6000	300	1200	0	8,5
17	6000	300	1200	0,5	8,5
18	6000	300	1200	1	8,5
19	8000	300	600	0	2,1
20	8000	300	600	0,5	2,1
21	8000	300	600	1	2,1
22	8000	300	900	0	4,3
23	8000	300	900	0,5	4,3
24	8000	300	900	1	4,3
25	8000	300	1200	0	6,4
26	8000	300	1200	0,5	6,4
27	8000	300	1200	1	6,4

В табл. 1 са описани променливите величини в параметричното проучване за всички греди. С  $\psi$  е обозначено отношението на концентрираните огъващи моменти в двата края на елементите, а  $h_{\min}$  и  $h_{\max}$  са съответно височините на стeблата на най-малкото и на най-голямото напречно сечение в дадена греда.

Статическата схема е греда на две опори с дължина 4000 mm, 6000 mm или 8000 mm (фиг. 1). Приема се, че надлъжната ос на гредите е обозначена като ос  $x$ , а  $y$  и  $z$  са съответно силната и слабата ос на напречното сечение. Опорите са моделирани в центъра на тежестта на сеченията, както следва:

- |   |  |
|---|--|
| <p>Лява опора:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Транслация по <math>x</math>: неограничена;</li> <li>– Транслация по <math>y</math>: ограничена;</li> <li>– Транслация по <math>z</math>: ограничена;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>x</math>: ограничено;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>y</math>: неограничено;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>z</math>: неограничено;</li> <li>– Депланация: ограничена.</li> </ul> | <p>Дясна опора:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Транслация по <math>x</math>: ограничена;</li> <li>– Транслация по <math>y</math>: ограничена;</li> <li>– Транслация по <math>z</math>: ограничена;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>x</math>: ограничено;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>y</math>: неограничено;</li> <li>– Завъртане спрямо <math>z</math>: неограничено;</li> <li>– Депланация: ограничена.</li> </ul> |
|---|--|



Фиг. 1. Геометрия на постановката

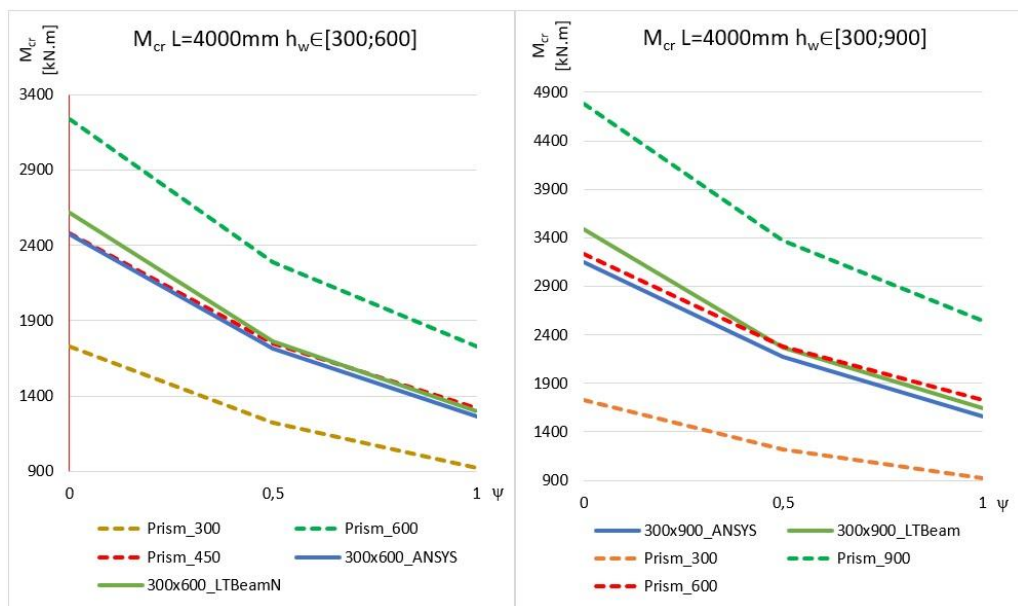
Целта на изследването е да оцени влиянието на следните фактори върху носимоспособността на измятане:

- вид на моментовата диаграма;
- ъгъл на скосяване  $\alpha$ ;
- отношение между височините на стeблото в двата края на елемента.

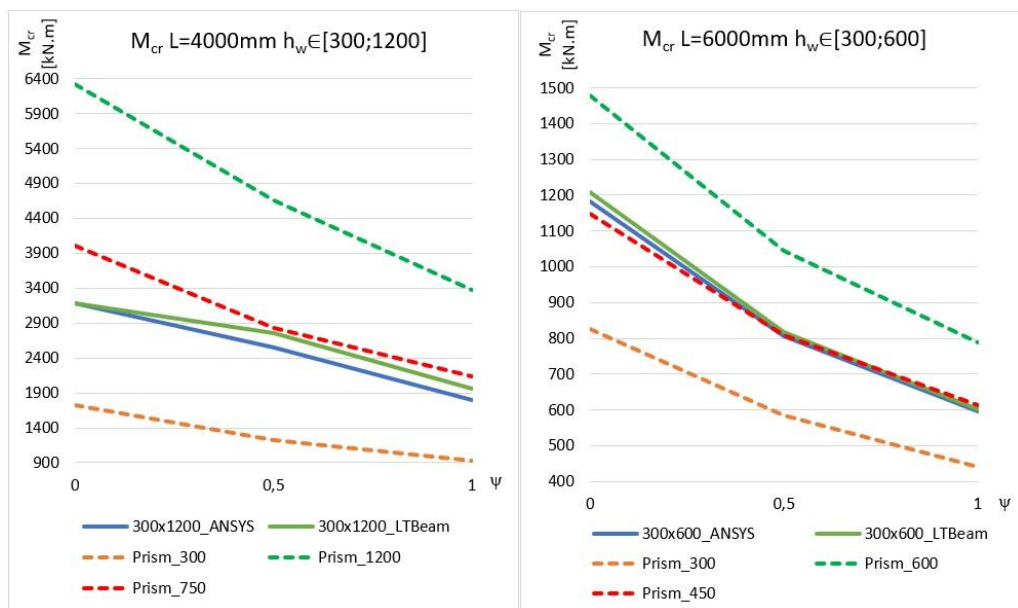
### 3. Оценка на общата устойчивост на скосяните греди

#### 3.1. Определяне на критичния еластичен огъващ момент $M_{cr}$

Наложително е използването на МКЕ поради допълнително възникващите ефекти, произлизащи от скосяната геометрия и липсата на аналитични формули за намиране на  $M_{cr}$  за непризматични елементи. Критичният еластичен огъващ момент  $M_{cr}$  е установен по два начина – чрез софтуерните продукти ANSYS и LTBeamN. Целта е общият метод да бъде приложен по начин, достъпен за инженерите в проектантската практика, като същевременно се взема предвид разминаването в получените стойности на критичния товар. Това разминаване повишава разликата между носимоспособностите на измятане, установени по т. 6.3.4 и чрез GMNIA. За правилна оценка на принципните различия между двата метода е необходимо да се работи с една и съща стойност на критичният множител  $\alpha_{cr,op}$ .



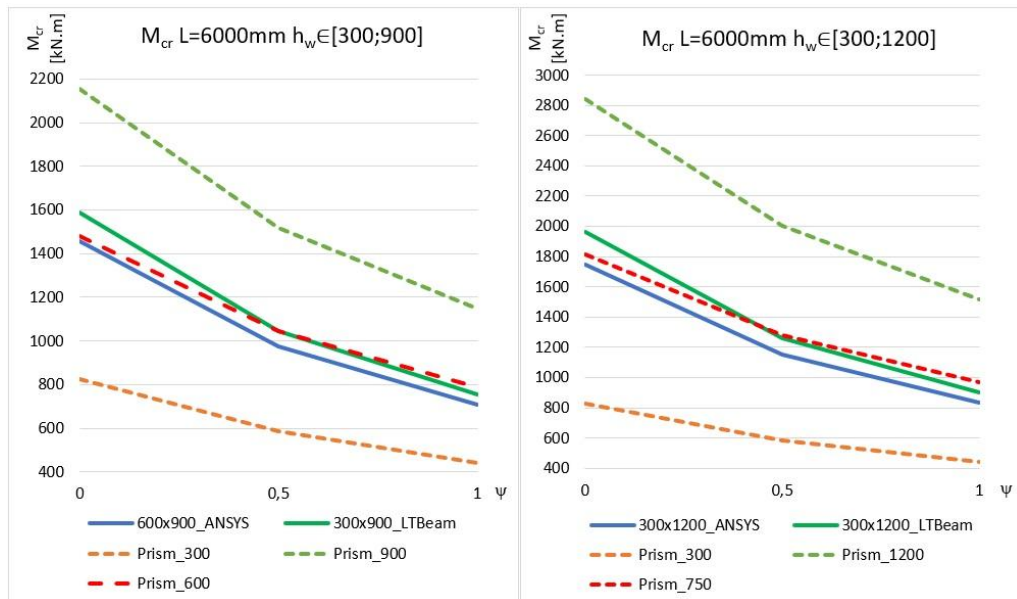
Фиг. 2. Разлика между  $M_{cr,ANSYS}$  и  $M_{cr,LTBeamN}$  за греди № 1 – 6



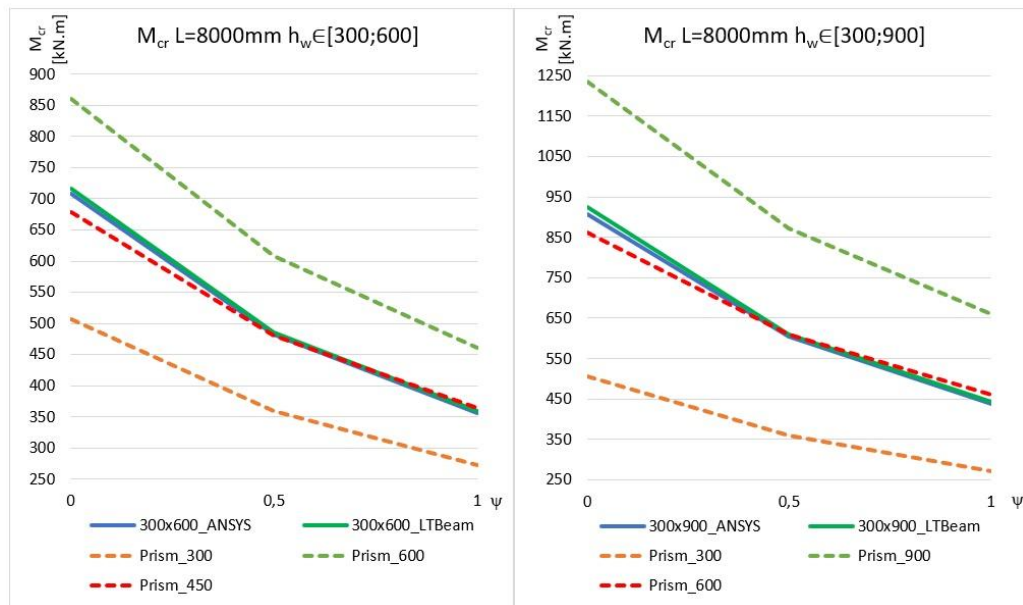
Фиг. 3. Разлика между  $M_{cr,ANSYS}$  и  $M_{cr,LTBeamN}$  за греди № 7 – 12

На фиг. 2 – фиг. 6 са показани графиките на изменение на  $M_{cr}$  в зависимост от вида на моментовата диаграма. Добавени са допълнителни стойности и за призматични греди, които маркират границите на очаквания критичен товар. Забелязва се добро съвпадение между  $M_{cr}$  на скосената греда и  $M_{cr}$  на призматичната с височина на стеблото, равна на

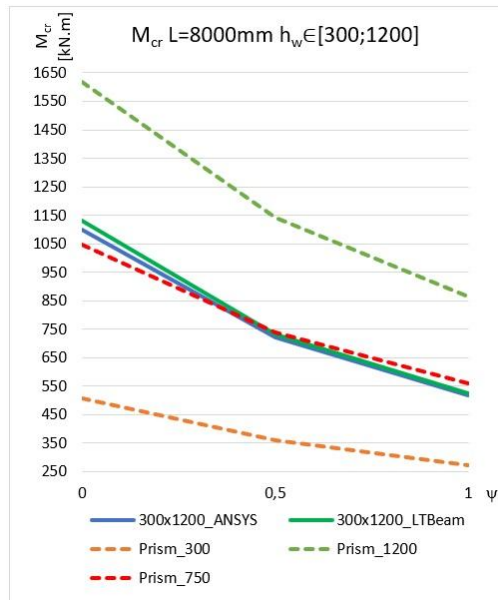
средната стойност между  $h_{\min}$  и  $h_{\max}$ . За всички изследвани греди се наблюдават по-високи стойности на резултатите от LTBeamN, в сравнение с тези от ANSYS. Подобно на призматичните елементи, за скосените триъгълната моментова диаграма също се явява най-благоприятна.



Фиг. 4. Разлика между  $M_{cr,ANSYS}$  и  $M_{cr,LTBeamN}$  за греди № 13 – 18

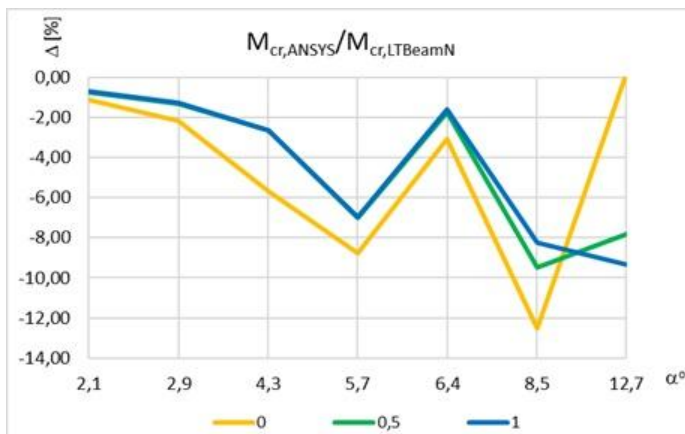


Фиг. 5. Разлика между  $M_{cr,ANSYS}$  и  $M_{cr,LTBeamN}$  за греди № 19 – 24



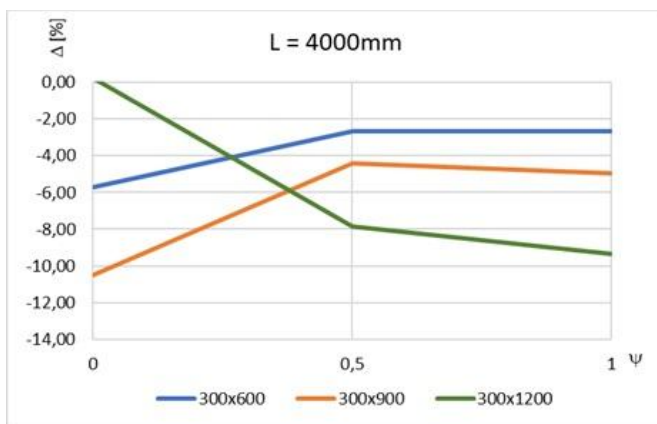
Фиг. 6. Разлика между  $M_{cr,ANSYS}$  и  $M_{cr,LTBeamN}$  за греди № 25 – 27

На фиг. 7 е изложена процентната разлика между резултатите от ANSYS и LTBeamN на всички елементи, като те са подредени според ъгъла си на скосяване. Знак „-“ означава, че ANSYS дава по-консервативни стойности на критичния товар. До  $\alpha = 5,7^\circ$  може да се отбележи правопрпорционална зависимост между двата параметъра. Значителното повишаване на съвпадението в стойностите при  $\alpha = 6,4^\circ$  се отдава на повисоката стройност на греди № 25 – 27. От друга страна, трябва да се отбележи, че при греда № 7 ( $\Delta = 0\%$ ,  $\alpha = 12,7^\circ$ ,  $\psi = 0$ ) формата на загуба на устойчивост е комбинирана, т.е. наблюдава се възникнала местна ЗУ.

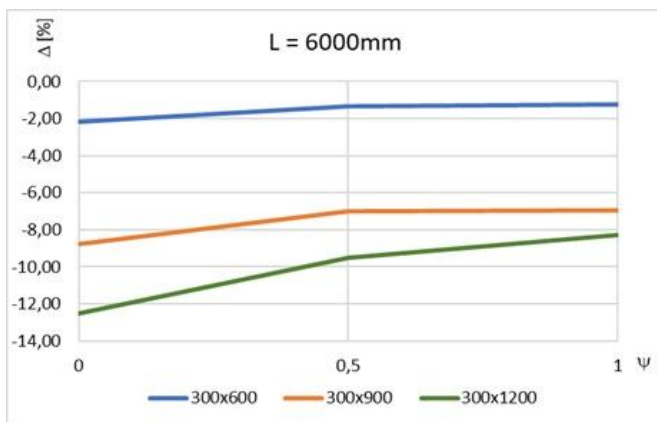


Фиг. 7. Изменение на отношението  $M_{cr,ANSYS} / M_{cr,LTBeamN}$  в зависимост от ъгъл  $\alpha$

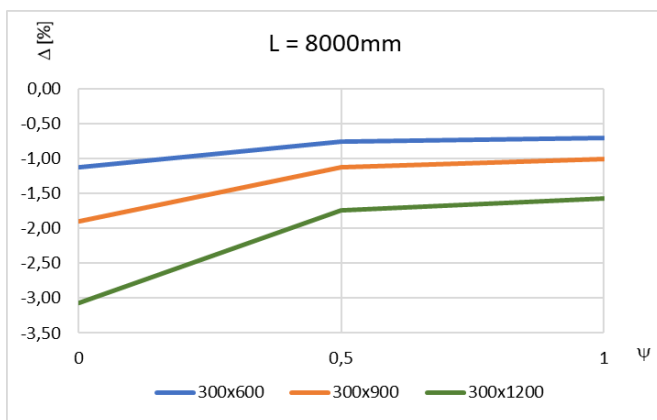
При равни други условия се наблюдава най-голяма грешка в случая на триъгълна диаграма на огъващите моменти и най-малка – при правоъгълна диаграма (фиг. 8 – 10).



Фиг. 8. Изменение на отношението  $M_{cr,ANSYS} / M_{cr,LTBeamN}$  в зависимост от параметъра  $\psi$  за всички греди с дължина  $L = 4000$  mm



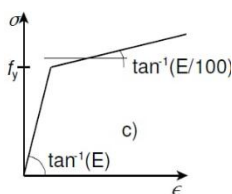
Фиг. 9. Изменение на отношението  $M_{cr,ANSYS} / M_{cr,LTBeamN}$  в зависимост от параметъра  $\psi$  за всички греди с дължина  $L = 6000$  mm



Фиг. 10. Изменение на отношението  $M_{cr,ANSYS} / M_{cr,LTBeamN}$  в зависимост от параметъра  $\psi$  за всички греди с дължина  $L = 8000$  mm

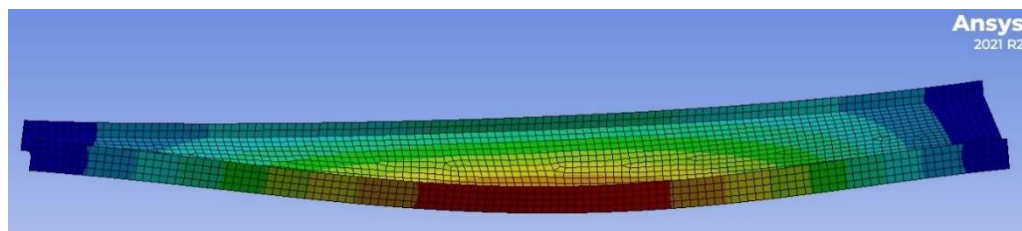
### 3.2. Определяне на характеристикните носимоспособности на измятане $M_{b,Rk}$

Гредите са моделирани чрез равнинни крайни елементи от тип shell-181 на софтуерния продукт ANSYS. Те имат 4 възела, всеки от които разполага с 6 степени на свобода (3 трансляционни и 3 ротационни). Мрежата на моделите е с размер на елементите 10 mm. Характеристиките на опорите в двата края са подробно описани в предишната точка. Моделирането на концентрираните огъващи моменти става чрез двоица сили, приложени в поясите. За всички елементи е направен пълен геометрично и материално нелинеен анализ с отчитане на несъвършенствата с контрол по премествания. Материалната нелинейност е отразена с билинейна работна диаграма на стомана S355 с отчитане на деформационното уякчаване според приложение C на БДС EN1993-1-5 [9] (фиг. 11).

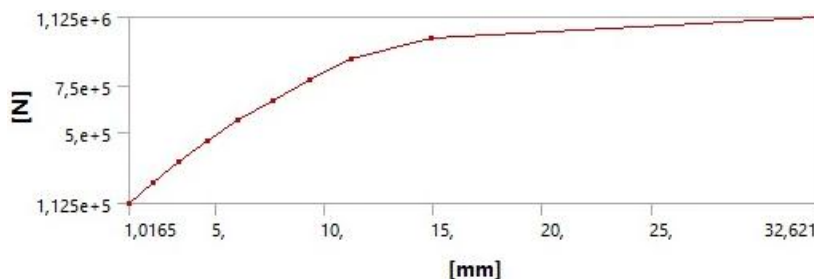


Фиг. 11. Работна диаграма на стоманата, възприета в проучването

Геометричната нелинейност и несъвършенствата са моделирани по първата огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост. Тази начална геометрия се счита за най-неблагоприятна за поведението на елементите (фиг. 12). Тя е завишена с коефициент за еквивалентни геометрични несъвършенства в съответствие с БДС EN1993-1-5 [9], който отчита и остатъчните напрежения и е избран да бъде  $e_0/L = 1/150$ .



Фиг. 12. Първа форма на загуба на устойчивост, чрез която се моделират началните несъвършенства



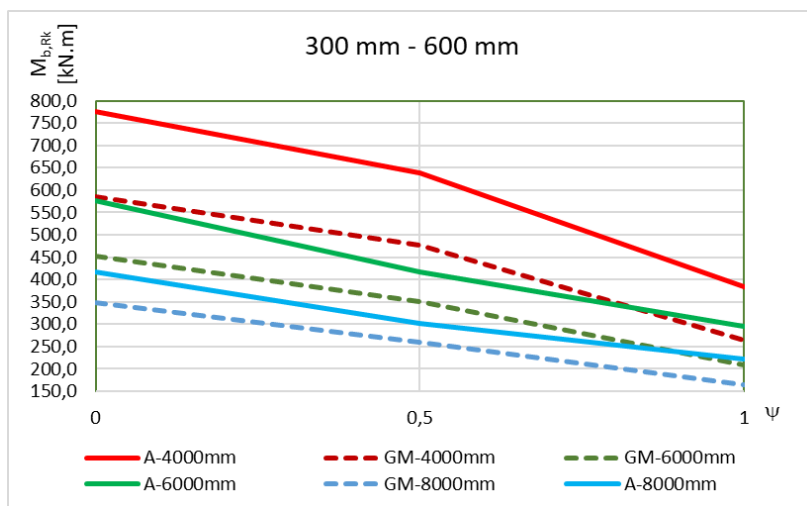
Фиг. 13. Графика „сила в пояса – хоризонтално преместване в средата на натиснатия пояс“ на гредата № 7

Носимоспособността е намерена на базата на максималната сила, достигната в анализа (фиг. 13). В следствие тя се умножава по разстоянието между центровете на тежестта на поясите, за да се получи стойността на огъващия момент. Получената е характеристикната носимоспособност на загуба на устойчивост извън равнината.

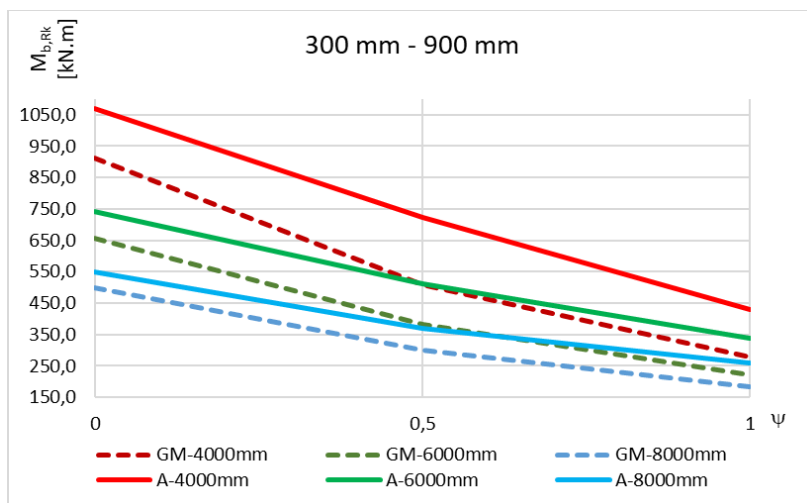
Носимоспособността на измятане е изчислена и посредством общия метод. Коефициентът  $x_{op}$  е определен като  $\min(x_z; x_{LT})$ , т.е. по по-консервативния от двата метода. В полза на сигурността е възприета крива на измятане  $d$ , въпреки че част от напречните сечения по дължината на гредите попада в крива  $c$ . Критичният множител е отчетен чрез ANSYS. Коефициентът  $\alpha_{ult,k}$  е изчислен за 10 на брой сечения, намиращи се на равни разстояния едно от друго. Проверката на обща загуба на устойчивост е проведена с най-малката измежду стойностите. Класът на напречното сечение на гредите се изменя по тяхната дължина. При намирането на  $\alpha_{ult,k}$  се работи с конкретния клас на всяко от десетте сечения и се използва тяхната носимоспособност в еластичен стадий.

На фиг. 13 – фиг. 15 са построени графиките на характеристикните носимоспособности на измятане  $M_{b,Rk}$ . С пунктирани линии са представени резултатите от общия метод, а с непрекъснати – от GMNIA. Въз основа на фигурите могат да се направят следните заключения:

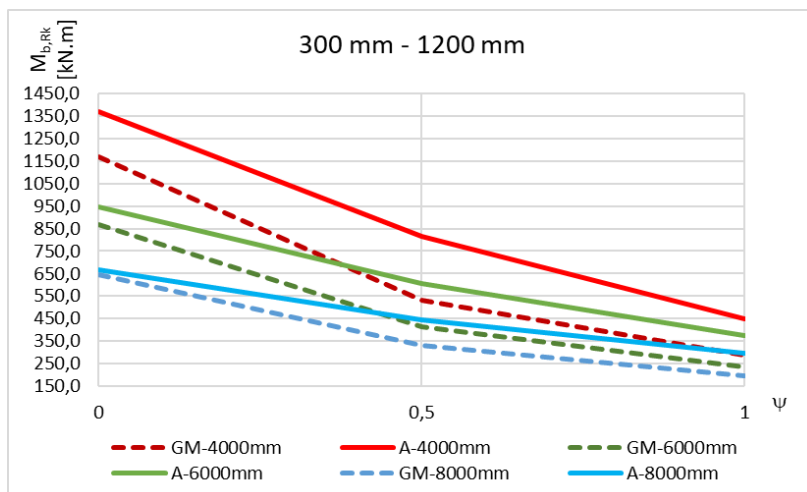
- За скосени елементи най-благоприятна е триъгълната диаграма на огъващите моменти. След прилагане на проверката на Еврокод 3 се установява, че меродавният коефициент  $\alpha_{ult,k}$  е при най-голямото напречно сечение за  $\psi = 0$  и при най-малкото за  $\psi = 0,5$  и  $\psi = 1$ .
- За елементите с дължина  $L = 8000$  mm и нисък ъгъл на скосяване  $\alpha$  има добро съвпадение между общия метод и резултатите от числения анализ.
- Разликата между методите е в границите [3,74; 59,3] %. Във всички разглеждани случаи резултатите от числените модели са по-високи от тези, получени по общия метод.



Фиг. 13.  $M_{b,Rk}$  за гредите с  $h_{w,max} = 600$  mm



Фиг. 14.  $M_{b,Rk}$  за гредите с  $h_{w,max} = 900$  mm



Фиг. 15.  $M_{b,Rk}$  за гредите с  $h_{w,max} = 1200$  mm

#### 4. Изводи

При изчисляване на критичния огъващ момент посредством ANSYS и LTBeamN се установява спад в съвпадението между резултатите, когато диаграмата на огъващите моменти се изменя по-бързо. Ъгълът на скосяване сам по себе си не увеличава разликата в стойностите на критичния огъващ момент, затова са необходими допълнителни проучвания, които да проверят влиянието на стройността на гредата. Диапазонът на разминаване е в границите [0,70; 12,54] %. Горната граница се отдава на факта, че двете програми работят с различни крайни елементи (1D – LTBeamN, 2D – ANSYS).

По-близки носимоспособности на измятане, изчислени по МКЕ и по общия метод, се наблюдават при по-ниски ъгли на скосяване и при постоянна диаграма на огъващите

моменти. За всички тествани греди т. 6.3.4 дава по-ниски стойности на носимоспособността на измятане от числения метод.

Всички скосени греди имат по-висока носимоспособност при триъгълна диаграма на огъващите моменти. При равни други условия стойността на  $M_{cr}$  е по-висока при по-къси греди.

Необходими са допълнителни параметрични изследвания, които да анализират други възможно влияещи параметри върху общата устойчивост като:

- влияние на натискова сила;
- едностранно/двустранно скосяване;
- влияние на коравината на поясите и промяната на напречното сечение от двойносиметрично към моносиметрично.

## БИБЛИОГРАФИЯ

1. BDS EN 1993-1-1:2005. Evrokod 3: Proektirane na stomaneni konstrukcii. Chast 1-1: Obshhi pravila i pravila za sgradi.

2. *Penelov, Ch., Stojkov, Al., Cvetkova, P.* Prilozhenie na Obshhija metod na EN 1993-1-1 za ocenka na obshhata ustojjchivost na palnostenni stomaneni elementi s promenлива visochina na stobloto, podlozheni na necentrichen natisk. // Godishnik na UASG, Tom XLVI, Svitak V, 2013 – 2014.

3. *Penelov, Ch., Stojkov, Al., Cvetkova, P.* Prilozhenie na Obshhija metod na EN 1993-1-1 za ocenka na obshhata ustojjchivost na stomaneni elementi, popadashhi v obkhvata na prilozhenie na standartnija metod za proverka na obshha ustojjchivost pri necentrichen natisk. // Godishnik na UASG, Tom XLVI, Svitak V, 2013 – 2014.

4. *Vasilev, M.* Vaprosi na ustojjchivostta na stomaneni ednoetazhni ramkovi konstrukcii. Doktorska disertacija, UASG, 2018.

5. *Penelov, Ch.* Prilozhenie na obshhija metod na EN 1993-1-1 za opredeljane na granichniya tovar pri obshha zaguba na ustojjchivost na portalni ramki – analiz na s"shhestvuvashhi eksperimentalni. // Godishnik na UASG, Tom LIII, Svitak IV, 2020 – 2021.

6. *Kucukler, M., Gardner, L.* Design of laterally restrained web-tapered steel structures through a stiffness reduction method. *Engineering Structures*, 190, pp. 246 – 261, 2019.

7. *Draganov, N.* Evrokod 3: BDS EN 1993-1-1. Proektirane na stomaneni konstrukcii na sgradi. Komentari, primeri, preporaki. Sofija, 2016.

8. *Marques, L.* Tapered Steel Members – Flexural and Lateral-Torsional Buckling. PhD Thesis, Univ. Coimbra, PT, 2012.

9. BDS EN 1993-1-5:2006. Evrokod 3: Proektirane na stomaneni konstrukcii. Chast 1-5: Ravninni palnostenni elementi.

# PARAMETRIC STUDY ON THE OUT-OF-PLANE STABILITY OF STEEL TAPERED ELEMENTS

G. Petrova<sup>1</sup>

*Keywords: tapered elements, global stability, varying cross-section*

## ABSTRACT

Steel tapered elements are increasingly used in construction due to their cost-effectiveness. In this kind of elements there is a linear material redistribution from places with lower stresses to places with higher ones. It is necessary to conduct several parametric studies because this change in geometry leads to more complex structural behavior.

This research presents the results of a series of tests on beams with double-T type of cross-section whose web height is a linearly varying parameter. The selected elements differ in length, geometry, and loading conditions. The aim of this paper is to analyze the influence of the degree of tapering and the shape of the diagram of the bending moments. For this reason, only one static scheme is considered – a simply supported beam. Numerical studies are carried out through the software product ANSYS. Full geometric and material nonlinear analysis with imperfections was performed for all beams. Additionally, the General Method of EN 1993-1-1 is used to determine the lateral-torsional buckling resistance of the elements.

Finally, a comparison is made between the results obtained through the finite element method (FEM) and conclusions are drawn regarding the parameters affecting the global stability of steel tapered elements. Guidelines are given for future studies of other possible key parameters and an assessment is made for the safety level of the General Method.

---

<sup>1</sup> Gabriela Petrova, Eng., PhD student, Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, UACEG, 1 H. Smirnovski Blvd., Sofia 1046, e-mail: [gpetrova\\_fce@uacg.bg](mailto:gpetrova_fce@uacg.bg)