



DOI: [10.71167/uacg.2025.580412](https://doi.org/10.71167/uacg.2025.580412)

Получена: 15.09.2025 г.

Приета: 23.10.2025 г.

## ЧИСЛЕНО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ ОБЩАТА ЗАГУБА НА УСТОЙЧИВОСТ НА ПОЯСА НА РАВНИННИ СТАТИЧНО НАТОВАРЕНИ СТОМАНЕНИ ФЕРМИ С ЕЛЕМЕНТИ ОТ КВАДРАТНИ ЗАТВОРЕНИ ПРОФИЛИ – ЧАСТ 2

Ч. Пенелов<sup>1</sup>

*Ключови думи: стоманени ферми, загуба на устойчивост, числено моделиране*

### РЕЗЮМЕ

Представени са резултатите от числено изследване върху общата устойчивост на пояса на равнинни стоманени ферми с елементи от студеноформувани квадратни затворени профили (SHS). Фермите са натоварени статично с концентрирана напречна сила в средата на отвора им, като са разгледани различни конфигурации на страничното им подпирание. Конструкциите са изследвани с геометрично и физично нелинеен анализ. В него амплитудите на геометричните несъвършенства са съобразени с допустимите геометрични отклонения съгласно стандартите за производство на стоманени профили и изпълнение на стоманени конструкции. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на ефективен модел на материала, отчитащ редуцията на границата на пропорционалност вследствие на наличието на остатъчни нормални напрежения.

### 1. Въведение

В работата на *Patmnaik & Srivastan* [1] е представено едно от малкото подробно документирани обществено достъпни експериментални изследвания върху общата загуба на устойчивост на пояса на стоманени ферми с елементи от затворени профили. В нея са дадени резултатите от експериментално изследване на дванадесет равнинни стоманени решетъчни греди с успоредни пояси и различни конфигурации на

---

<sup>1</sup> Чавдар Пенелов, д-р инж., кат. „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: [penelov\\_fce@uacg.bg](mailto:penelov_fce@uacg.bg)

страничното укрепяване, чиито елементи са от студеноформувани квадратни затворени профили (SHS). Фермите са просто подпрени в краищата си и са натоварени статично с концентрирана напречна сила в средата на долния опънат пояс. Натиснатият горен пояс на фермите е със седем междувъзлови разстояния по дължината си. При всички ферми е налице странично подпирание в краищата на поясите. За всяка конфигурация на странично подпирание са експериментално изследвани повече от една ферма.

За фермите от [1], при които двата пояса са без междинно странично подпирание, *Patmmaik & Srivastan* установяват експериментално максимален коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата  $\mu_{op} = 0,28$ .

Добавянето на столици, укрепяващи странично опънатия пояс, води до  $\mu_{op} = 0,24$ .

Когато в опитната постановка от [1] неукрепената дължина на двата пояса извън равнината на фермата е равна на около 1,7 пъти разстоянието между фермовите възли, се наблюдава загуба на устойчивост на пояса извън или в равнината на фермата. В този случай *Patmmaik & Srivastan* [1] установяват експериментално максимален коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата  $\mu_{op} = 0,70$ . От друга страна според [1] коефициентът за определяне на изкълчвателната дължина на пояса в равнината на фермата  $\mu_r$  може според [1] да се приеме равен на 1,0.

Споменатите стойности на коефициентите за определяне на изкълчвателната дължина на пояса се различават от стойността  $\mu = 0,90$ , дадена в опростените предписания на нормите EN 1993-1-1 [2]. За оценката им в [1] не е използван анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка. Те са определени по косвен път на базата на експериментално получените носещи способности на центричен натиск на пояса и формулите за определяне на носещата способност на изкълчване, дадени в американските норми [3].

В първата част [4] на настоящата работа експериментално изпитаните в [1] ферми са изследвани числено с анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка (*Linear buckling analysis, LBA*). Също така в [4] фермите са изследвани числено и с геометрично и физично нелинеен анализ с отчитане на началните несъвършенства (*Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections included, GMNIA*). Сумарните ефекти от геометричните несъвършенства и остатъчните напрежения в [4] са отчетени в *GMNIA* с помощта на еквивалентно (дъгово) геометрично несъвършенство (*equivalent geometric imperfection, EGI*), основано на еластична форма на обща загуба на устойчивост, чиято амплитуда е дефинирана съгласно методиката от т. 5.3.2(11) на EN 1993-1-1 [2]. За този тип нелинеен анализ по-долу ще се използва означението *GMNIA – EGI*.

В [4] е установено, че с верифицираните на база *LBA* и *GMNIA – EGI* изкълчвателни дължини (табл. 1 – 3) е възможно да се даде сравнително точна оценка на носещата способност на натиснатия пояс на изследваните ферми с директно междинно странично подпирание на единия или двата пояса съгласно изчислителните процедури от т. 6.3 на европейските норми [2]. Показано е, че за тези ферми получените с *GMNIA – EGI* носещи способности са близки до минималните експериментални стойности.

За фермата без междинно странично подпирание на поясите оценката на носещата способност съгласно т. 6.3 на [2] се оказва консервативна [4] спрямо минималния експериментален резултат, дори ако се използва изкълчвателната дължина на база *LBA*. Това вероятно се дължи отчасти на по-малка амплитуда на реалното дъгово геометрично несъвършенство на експерименталния образец в сравнение с максимално допустимата съгласно стандартите за изпълнение на стоманени конструкции [5]. За тази ферма в [4] е установено, че *GMNIA – EGI* предсказва (подобно на т. 6.3 на [2]) с около 35 % по-ниска

носеща способност в сравнение с минималния експериментален резултат. Също така *GMNIA – EGI* предсказва относително големи странични премествания на натиснатия пояс (от порядъка на 1 / 35 от странично неукрепената му дължина) при достигане на носещата му способност съгласно т. 6.3 на [2], определена с изключвателната дължина на база *LBA*. Настоящата работа си поставя за цел да изследва дали *GMNIA – EGI* не е склонен да преувеличава граничните странични премествания на натиснати стройни фермови пояси без директно междинно странично подпирание и променлива по дължината им осова сила.

Основна задача на втората част на настоящата работа е да се изследва възможността за по-прецизно отчитане на влиянието на остатъчните напрежения върху общата устойчивост на пояса на стоманени решетъчни конструкции с елементи от студеноформувани затворени профили. В нея експериментално изпитаните ферми от работата на *Patnaik & Srivastan* [1] са числено изследвани с нелинеен анализ, като е приложен усъвършенстван подход, в който не се използва *EGI*. Амплитудите на геометричните несъвършенства са съобразени с допустимите геометрични отклонения съгласно стандартите за производство на стоманени профили и изпълнение на стоманени конструкции. Като форми на геометричното дълго несъвършенство са използвани форми на обща загуба на устойчивост в Ойлерова постановка. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на ефективен модел на материала (*EMM*), отчитащ редуцията на границата на пропорционалност на материала вследствие на наличието на остатъчни нормални напрежения в стоманените профили. Носещите способности на фермите, получени с *GMNIA* на базата на споменатия усъвършенстван подход (*GMNIA – EMM*), са съпоставени с носещите способности, получени с *GMNIA – EGI* в [4], както и с носещите способности, изчислени в [4] съгласно т. 6.3 на нормите [2].

## 2. Кратко описание на експерименталната постановка и резултатите от работата на *Patnaik & Srivastan*

В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] е представено експериментално изследване върху общата устойчивост на пояса на просто подпирани стоманени ферми с К-възли (ферми тип *Warren*) и успоредни пояси. За изготвянето на изследваните ферми са използвани стоманени студеноформувани електросъпротивително заварени затворени квадратни профили от стомана C450 L0 съгласно австралийския стандарт AS/NZS 1163 [6]. Минималната специфицирана граница на провлачане на профилите е 450 МПа, а минималната специфицирана якост на опън е 500 МПа. За стомана C450 L0 споменатият стандарт гарантира минимална относителна деформация 16 % при достигане на якостта на опън. Прътите от решетката на фермите се заваряват директно към поясите без възлови плочи.

За поясите на фермите и вертикалите в краищата им са използвани профили SHS 40×2,5. За диагоналите са използвани профили SHS 25×2,5. Номиналните стойности на геометричните характеристики на напречното сечение на пояса са следните: площта е  $A = 3,59 \text{ cm}^2$ ; инерционният момент е  $I = 8,21 \text{ cm}^4$ ; инерционният радиус е  $i = 1,51 \text{ cm}$ ; еластичният съпротивителен момент е  $W_{el} = 3,13 \text{ cm}^3$ ; пластичният съпротивителен момент е  $W_{pl} = 4,97 \text{ cm}^3$ .

Фермите са статично натоварени с вертикална концентрирана сила  $P$  в средата на опънатия долен пояс. Подпорното разстояние на фермите е 4,63 m; височината им – 0,34 m (фиг. 1). При така дефинираната геометрия максималната осова сила в пояс на

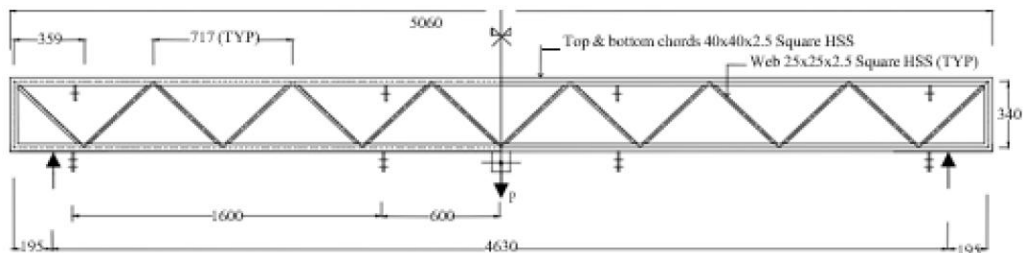
фермата може да се определи като  $N=3,4P$ . Разгледани са три конфигурации на укрепяване извън равнината на фермата. От всяка конфигурация са тествани повече от една ферма.

При първата конфигурация поясите на фермата са странично транслационно подпрени само в краищата си, като неукрепената им дължина извън равнината на фермата е  $L_{op} = 4,40$  m. Наблюдава се изкълчване на пояса извън равнината на фермата.

При втората конфигурация на странично укрепяване към опънатия долен пояс на фермата са ставно прикрепени напречни греди – столъци (студеноформувани стоманени елементи от Z-профили), укрепяващи опънатия пояс транслационно извън равнината на фермата; натиснатият пояс отново е с неукрепена дължина  $L_{op} = 4,40$  m. Наблюдава се изкълчване на пояса извън равнината на фермата.

При третата конфигурация на укрепяване от столъците по опънатия долен пояс са спуснати подкоси от стоманени L-профили към горния натиснат пояс. Наблюдава се изкълчване на натиснатия пояс в средната част на фермата, както в равнината ѝ, така и извън нея. Неукрепената дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата е  $L_{op} = 1,20$  m в критичния участък в средата на решетъчната греда.

На фиг. 1 са показани заварените към поясите възлови плочи, служещи за прикрепяване на столъците към долния опънат пояс и на подкосите към горния натиснат пояс на фермите от [1]. Фиг. 2, вляво, илюстрира загубата на обща устойчивост на натиснатия горен пояс извън равнината на фермата, а фиг. 2, вдясно, онагледява загубата на обща устойчивост на горния пояс в равнината на фермата, в случай че са използвани подкоси за страничното му укрепяване.



Фиг. 1. Схема на фермите, експериментално изследвани от *Patnaik & Srivatsan* [1]



Фиг. 2. Загуба на устойчивост на натиснатия пояс в равнината на фермата (вляво) и извън нея (вдясно) при укрепяването му с подкоси (*Patnaik & Srivatsan* [1])

В табл. 1 – 3 са дадени експериментално получените стойности на вертикалната сила при разрушаване  $P_{ult, test}$  и съответстващите им стойности на осовата сила  $N_{ult, test}$  в пояса на фермата. Дадени са и коефициентите за определяне на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс във или извън равнината на фермата (съответно  $\mu_{ip}$  и  $\mu_{op}$ ), определени в [1] при предпоставката, че за изчисляването на експериментално определената носеща способност на изкълчване на пояса се използва методиката на американските норми [3]. Коефициентът на сигурност по материал в [1] е приет равен на 1. Важно е да се подчертае, че коефициентът на изкълчване в американските норми [3] (без да се отчита нормативно предписаният в [3] коефициент на сигурност 0,9) е с високи стойности от коефициента на изкълчване  $\chi$ , определен на базата на европейската крива на изкълчване „c“ [2, 4]. Според [1] дадените в табл. 1 – 3 стойности на  $P_{ult, test}$  отчитат собственото тегло на фермите.

**Таблица 1. Експериментални резултати [1] за ферми без междинно странично укрепяване на поясите (неукрепена дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата  $L_{op} = 4400$  mm)**

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$ , kN	Осова сила в пояса при разрушаване $N_{ult, test}$ , kN	$f_{yf}$ , МПа	$\mu_{ip}$	$\mu_{op}$	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	25,7	87,5	467,4	–	0,278	Извън равнината на фермата
T2-6	34,3	116,8	460,7	–	0,208	
Забележка: Коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса, получен в резултат на LBA [4]: $\mu_{op, FEM} = 0,30$						

**Таблица 2. Експериментални резултати [1] за ферми с междинно странично укрепяване от століци по опънатия пояс, без наличие на подкоси (неукрепена дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата  $L_{op} = 4400$  mm)**

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$ , kN	Осова сила в пояса при разрушаване $N_{ult}$ , kN	$f_{yf}$ , МПа	$\mu_{ip}$	$\mu_{op}$	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	30,7	104,5	467,4	–	0,237	Извън равнината на фермата
T2-5	37,5	127,7	480,2	–	0,190	
Забележка: Коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса, получен в резултат на LBA [4]: $\mu_{op, FEM} = 0,19$						

Според [1] резултатите от два от експериментите, означени със звездичка в табл. 3, са ненадеждни, поради което са отстранени от анализа на резултатите. Тези експерименти са проведени на открито, в условия на висока влажност на въздуха, което според [1] е довело до грешка в отчитането на стойността на силата при разрушаване. Считаю, че не е надежден и резултатът от образеца T2-6 от табл. 1, за който в работата на Patmaik & Srivastan [1] е дадена гранична концентрирана сила, която е по-голяма от критичната концентрирана сила в Ойлерова постановка, определена в [4].

Както се вижда от табл. 1 – 3, експериментално изследваните ферми са условно разделени в две серии – T1 и T2. За стоманените профили, използвани при изготвянето

на поясите на фермите от серията T2, е експериментално установена осреднена условна граница на провлачане  $f_{y,f} = 467,4$  МПа. Тя е получена на базата на изпитване на опън на шест стандартни опитни образци, изрязани от плоските части на стените на профила, несъдържащи надлъжен заваръчен шев. В [1] не са изследвани пробни тела от стоманените профили на поясите на фермите от серията T1. По тази причина за определяне на носещата способност на фермите от серията T1 съгласно американските норми в [1] е възприета същата условна граница на провлачане  $f_{y,f} = 467,4$  МПа.

В табл. 1 – 3 като забележки са дадени и стойностите на коефициентите за определяне на изкълчвателна дължина на пояса  $\mu_{ip,FEM}$  и  $\mu_{op,FEM}$  (във и извън равнината на фермата), верифицирани на базата на численото моделиране, извършено в първата част на настоящото изследване [4].

**Таблица 3. Експериментални резултати [1] за ферми с междинно странично укрепяване от столци по опънтия пояс и подкоси към натиснатия пояс при неукрепени дължини на натиснатия пояс: в равнината на фермата  $L_{ip} = 717$  mm; извън равнината на фермата  $L_{op} = 1200$  mm**

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$ , kN	Осова сила в пояса при разрушаване $N_{ult}$ , kN	$f_{y,f}$ , МПа	$\mu_{ip}$	$\mu_{op}$	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	40,0	136,0	467,4	–	0,579	Извън равнината на фермата
T1-2	40,2	136,9	467,4	0,954	–	В равнината на фермата
T1-3	36,2	123,3	467,4	–	0,701	Извън равнината на фермата
T1-4*	31,6	107,5	467,4	1,411	–	В равнината на фермата
T1-5	37,8	128,7	467,4	–	0,651	Извън равнината на фермата
T1-6	38,4	130,6	467,4	–	0,658	Извън равнината на фермата
T2-1*	36,9	125,6	466,8	1,136	–	В равнината на фермата
T2-2	39,2	133,4	451,0	0,947	–	В равнината на фермата
T2-3	39,8	135,5	477,2	1,014	–	В равнината на фермата
T2-4	39,8	135,5	468,6	–	0,587	Извън равнината на фермата

Забележки: 1. Коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса в равнината на фермата, верифициран на базата на *LBA* и *GMNIA –EGI* [4]:  $\mu_{ip,FEM} = 0,70$ , ако поясът се проверява на нецентричен натиск с отчитане на наличния възлов ексцентрицитет ( $\mu_{ip,FEM} = 0,90$ , ако поясът се проверява на центричен натиск).

2. Коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата, получен в резултат на *LBA* [4]:  $\mu_{op,FEM} = 0,61$ .

3. Резултатите от експеримента, означени със \*, са оценени в [1] като ненадеждни.

Разсейването в експериментално определените стойности на граничната концентрирана сила, дадени в табл. 1 – 3, вероятно се дължи до голяма степен на различните геометрични несъвършенства на опитните образци.

В настоящата работа носещите способности, получени от численото изследване на фермите, са съпоставени с минималните експериментално получени носещи способности (табл. 1 – 3), съответстващи на дадена конфигурация на странично подпирание.

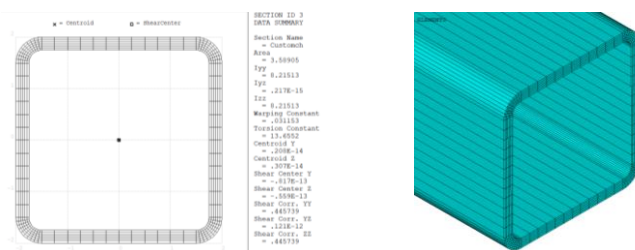
### 3. Предпоставки на усъвършенствания подход за провеждане на нелинейния анализ на фермите

#### 3.1. Общи положения

Носещата способност на експериментално изследваните решетъчни греди от [1] е определена в настоящата работа с числено моделиране по метод на крайните елементи (МКЕ), като е използван геометрично и физично нелинеен анализ с отчитане на началните геометрични несъвършенства (*GMNIA*), извършен с програмата *ANSYS* [7]. Решението е извършено с отчитане на големи премествания (*large displacements*).

Напречните сечения на елементите на фермата са от клас 1 съгласно EN 1993-1-1 [2], като не се очаква местна загуба на устойчивост преди изкълчването на прътите. По тази причина в числения нелинеен анализ е отчетено пластифицирането на напречните сечения под действие на нормалните напрежения, като за моделирането на прътите на фермите в *ANSYS* са използвани гредови крайни елементи *BEAM 188*. Те позволяват в *GMNIA* да се отчете разпределението на пластичните деформации по направление на надлъжната ос на елементите на фермата (модел с разпределена пластичност). В числения нелинеен анализ, извършен с *ANSYS*, физичната нелинейност е отчетена с помощта на мултилинейна работна зависимост напрежения – деформации с кинематично уякчаване на материала (вж. т. 3.3).

В [1] не са измерени действителните радиуси на закръгление в ъглите на затворените студеноформуванни стоманени профили на експериментално изследваните ферми. Там са дадени геометричните характеристики на профилите, съответстващи на номинален вътрешен радиус на закръгление, равен на дебелината на профила. Такъв вътрешен радиус на закръгление се предписва в стандарта AS/NZS 1163 [6] за дебелини на профила, непревишаващи 3 mm. Прецизното дефиниране на геометрията и дискретизацията на напречните сечения на прътите на фермата в програмата *ANSYS* с отчитане на радиусите на закръгление в ъглите на профилите е направено с помощта на опцията *Custom sections*. На фиг. 3 е показана дискретизацията на напречното сечение на пояса на изследваните ферми, в случай че дебелината на стената му е равна на номиналната. Геометричните размери са дадени в см.



Фиг. 3. Дискретизация и геометрични характеристики на напречното сечение на пояса на фермата от числения модел в *ANSYS*

В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] не е изрично указано дали диагоналите на експериментално изследваните ферми са центрично включени във фермовите възли. Това не става ясно и от приложения в [1] чертеж на типова ферма (фиг. 1). Предвид дадения в [1] снимков материал (например фиг. 2, вляво) може да се предположи, че вероятно диагоналите са включени във възлите с известен ексцентрицитет, който осигурява светло разстояние между диагоналите във възлите (междина) от около 35 –

40 mm. Евентуалният възлов ексцентрицитет  $e_0^+$  в равнината на фермата напречно на оста на пояса, съответстващ на споменатата междина, е не по-голям от 25 % от височината на напречното сечение на пояса  $h_0$ . Съгласно т. 5.1.5(5) на [8] огъващите моменти в равнината на фермата, породени от подобен ексцентрицитет, е допустимо да се пренебрегнат при определянето на носещата способност на фермовите възли, но следва да се отчитат при определянето на носещата способност на натиснатия пояс на фермата. По тази причина в численото изследване на устойчивостта на пояса в равнината на фермата са разгледани варианти на числените модели с отчитане на споменатите предполагаеми ексцентрицитети във фермовите възли.

Осовите усилия в диагоналите не превишават 29 kN, а носещата способност на фермовите К-възли за осова сила съгласно [8] е 44 kN. Разгледани са и варианти на моделите на фермите с отчитане на трансляционната (при осова сила) и ротационната (при огъващ момент) податливост на фермовите възли. Работните зависимости на възлите са определени на базата на моделиране по МКЕ с програмата ANSYS на изолиран вътрешен фермов К-възел с помощта на черупкови крайни елементи SHELL 181. В числения модел на фермата възлите са моделирани с помощта на трансляционни и ротационни пружини. За целта в програмата ANSYS са използвани крайни елементи COMBIN 39 с нелинейна зависимост сила – преместване или момент – ротация. В рамките на настоящото изследване е установено, че за изследваните ферми еласто-пластичното поведение на възлите не влияе значително на резултатите от GMNIA.

## 3.2. Начални геометрични несъвършенства

В усъвършенствания подход за провеждане на нелинеен анализ от настоящата втора част на изследването не се използва EGI съгласно нормите [2]. Началните геометрични несъвършенства съгласно производствените и монтажни допуски и ефектите от остатъчните напрежения ще бъдат отчетени с диференциран подход.

В нелинейния анализ, проведен тук, са отчетени два типа геометрични несъвършенства, оказващи най-силно влияние върху общата устойчивост на елементите с SHS профили: дъговото геометрично несъвършенство на натиснатия пояс и геометричното отклонение от номиналната дебелина на стената на профила. В експерименталното изследване на фермите [1] не са измерени действителните геометрични несъвършенства на образците. По тази причина тук амплитудите на геометричните несъвършенства на числените модели на фермите са съобразени с допустимите геометрични отклонения съгласно стандартите за производство на стоманени профили и изпълнение на стоманени конструкции.

Тъй като напречните сечения на елементите на фермата са от клас 1, геометричните отклонения от равнинността на стените на напречното сечение (вдлъбнатост или изпъкналост) не оказват сериозно влияние върху носещата способност на напречните сечения за осова сила и огъващ момент. Освен това геометричните несъвършенства от този тип не е възможно да се отчетат в числения модел, в който елементите на фермите са моделирани с гредови крайни елементи.

### 3.2.1. Геометрично отклонение от номиналната дебелина на стената на затворения профил

Австралийският стандарт AS/NZS 1163 [6], съгласно който са произведени профилите на изследваните в [1] ферми, допуска производствено геометрично отклонение в диапазона  $\pm 10\%$  от номиналната дебелина на стената на RHS и SHS профили.

Съгласно европейския стандарт EN 1993-1-1 [2] изследването на стоманените елементи на базата на процедурите, дадени в него, следва да се извършва с номиналните геометрични характеристики на напречните им сечения. Това важи както за опростените процедури за проверка на елементите от т. 6.3 на [2], така и за процедурите, основани на *GMNIA – EGI*. Усъвършенстваният подход за провеждане на нелинеен анализ, използван във втората част на настоящото изследване, изисква отчитането в явен вид на геометричните отклонения от номиналната дебелина на профилите. На базата на допустимото геометрично отклонение от номиналната дебелина на стената на профила, предписано в AS/NZS 1163 [6], в нелинейния анализ от настоящата работа е варирано с дебелината на стената на профилите  $T$  в диапазона 90 – 110 % от номиналната им дебелина.

### 3.2.2. Дъгово геометрично несъвършенство на пояса

Както и в първата част [4] на настоящото изследване, в нелинейния анализ формата на геометричното дъгово несъвършенство (геометрично отклонение от праволинейната ос) на пояса е приета на базата на подходящо подбрана форма на обща загуба на устойчивост в Ойлерова постановка на фермата като цяло. Не е разглеждана комбинация от формите на дъгово геометрично несъвършенство на пояса във и извън равнината на фермата.

В *GMNIA – EMM* амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство не се определя на базата на нормативно дефинирана крива на изкълчване (както е при *EGI*), а се дефинира на базата на допустимите геометрични отклонения при производството на стоманени профили и изпълнение на стоманените конструкции.

Австралийският стандарт за стоманени студеноформувани профили AS/NZS 1163 [6] предписва за квадратни и правоъгълни профили максимално геометрично отклонение от праволинейната ос, равно на  $1 / 667$  от дължината на профила. Съгласно европейския стандарт за изпълнение на стоманени конструкции EN 1090-2 [5] геометричното монтажно отклонение спрямо праволинейната ос на натиснат прът (който не е колона или диагонал на ферма) не бива да превишава  $1 / 750$  от разстоянието между укрепените точки. Предписанията на [5] в по-голямата си част са възприети и в австралийския стандарт за изпълнение на стоманени конструкции AS/NZS 5131 [10] (изследваните конструкции са произведени и изпитани в Австралия). От [1] не е ясно дали споменатите изисквания на AS/NZS 5131 [10] са действително спазени при изпълнението на изследваните в работата на *Patmaik & Srivastan* [1] ферми.

В работата на *Piatkowski* [11] е експериментално изследвана общата загуба на устойчивост на пояса извън равнината на три стоманени ферми с елементи от SHS профили. Интересно е да се отбележи, че в [11] за различните ферми са измерени амплитуди на дъговото геометрично несъвършенство на пояса извън равнината на фермата в диапазона от  $1 / 1500$  до  $1 / 670$  от разстоянието между странично укрепените точки. Фермите от [18] са произведени в Полша и са изготвени от студеноформувани квадратни затворени профили съгласно европейския стандарт EN 10219-2 [10], който подобно на австралийския стандарт AS/NZS 1163 [6] предписва максимално геометрично отклонение от праволинейната ос, равно на  $1 / 667$  от дължината на профила. Това показва, че при изготвянето на експериментално изследваните ферми невинаги се спазват по-стриктните изисквания на стандартите за изпълнение на стоманени конструкции по отношение амплитудата на геометричното отклонение от праволинейната ос на пояса. По тази причина в проведения тук *GMNIA – EMM* е варирано с амплитудата на дъговото несъвършенство на пояса в диапазона от  $1 / 4400$  (условна минимална амплитуда) до  $1 / 667$  от разстоянието между укрепените му точки във или извън равнината на фермата, в зависимост от изследваната форма на обща загуба на устойчивост.

### 3.3. Ефективен модел на материала (EMM)

Към днешна дата не съществува утвърдена нормативна методика за директно аналитично дефиниране на остатъчните напрежения в елементите от стоманени затворени RHS и SHS профили за целите на численото им моделиране по МКЕ. Експериментално е установено, че остатъчните нормални напрежения в студеноформуваните RHS и SHS профили са нелинейно разпределени по периметъра и дебелината на профила, със силно изразен принос на огъвната компонента на напреженията [12]. Разпределението на остатъчните напрежения и максималните им абсолютни стойности зависят от технологията на производство, вида на напречното сечение и стройността на стените на затворения профил [12, 13].

Съществуват два метода за производство на стоманени заварени студеноформувани правоъгълни (RHS) и квадратни (SHS) затворени профили – директно формуване и индиректно (непрекъснато) формуване. И при двата метода рулонната лента постепенно се огъва на студено в желаната форма с помощта на притискащи ролки.

Процесът на директно формуване (*direct forming, DF*) включва: 1) формуване на стоманена рулонна лента в отворено сечение с желаната правоъгълна форма; 2) съединяване на краищата на отвореното сечение чрез заваряване, за да се образува затворено правоъгълно или квадратно сечение.

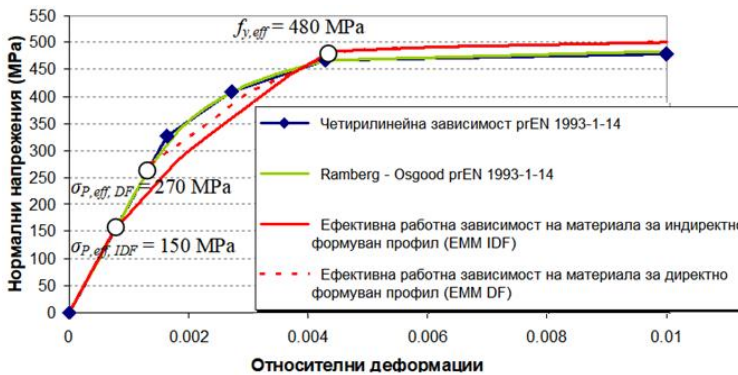
Процесът на индиректно формуване (*indirect forming, IDF*) включва: 1) формуване на рулонна лента в кръгла отворена тръба; 2) съединяване на краищата на отворената тръба чрез заваряване, за да се образува затворено кръгло сечение; 3) сплескване на кръглата тръба, за да се образува желаното правоъгълно или квадратно сечение. Индиректното формуване води до генерирането на по-големи остатъчни напрежения в сравнение с директното формуване.

В работата на *Patmaik & Srivastan* [1] не е указан методът на производство на студеноформуваните затворени SHS профили, от които са изготвени експериментално изследваните ферми. Технологично е възможно елементите на поясите да са произведени както чрез директно, така и чрез индиректно студено формуване.

Изборът на работна зависимост на материала за целите на нелинейния анализ следва да се разглежда в контекста на методиката за дефиниране на амплитуда на дъговото геометрично несъвършенство. В случай че не се използва *EGI*, е възможно ефектите от остатъчните напрежения в затворените стоманени студеноформувани профили да бъдат отчетени с подходящо дефинирана работна зависимост напрежения – относителни деформации на материала [14, 15]. Нелинейният анализ на изследваните тук ферми показва, че при достигане на граничната концентрирана сила относителните деформации в натиснатия пояс по направление на надлъжната му ос не надвишават 0,0071. В този смисъл е необходимо прецизното дефиниране на работната зависимост на материала в споменатия диапазон на относителните деформации.

В prEN 1993-1-14 [16] са предложени варианти за дефиниране на зависимостта между нормални напрежения  $\sigma$  и относителни деформации  $\varepsilon$  на материала на студеноформуваните стоманени профили за целите на нелинейния анализ. В [16] се предполага, че работната зависимост на материала е една и съща за цялото напречно сечение, като не се прави разлика между материала в плоските части и материала в зоните със закръгление в ъглите на профила. На фиг. 4 със зелен цвят е показана предложената в т. 5.3.3(1) на prEN 1993-1-14 [16] работна зависимост  $\sigma-\varepsilon$  на материала от типа *Ramberg-Osgood*. На фиг. 4 със син цвят е показана алтернативната четирилинейна работна зависимост на материала, предложена в т. 5.3.3(3) на [16]. Такава работна зависимост на материала е използвана в първата част на настоящата работа [4] при численото изследване на фермите с *GMNIA – EGI* съгласно нормите [2]. От фиг. 4 се

вижда, че четирилинейната зависимост е апроксимация на нелинейната зависимост от типа *Ramberg-Osgood*. Предпоставка на дадената в prEN 1993-1-14 [16] четирилинейна работна зависимост на материала на студеноформуваните профили е, че границата на пропорционалност  $\sigma_p$  е равна на 70 % от условната граница на провлачане  $f_{y,f}$  на материала в плоските части на стените на профила. Предвид експерименталните резултати от работата на Sun [13], можем да направим извод, че подобна предпоставка описва сравнително добре резултатите от стандартно изпитване на опън на пробни тела, изрязани от плоската част на стените на SHS профили с номинална граница на провлачане 350 MPa (измерена стойност 400 MPa), произведени чрез директно формуване, с отношение на ширината и дебелината на профила  $B/T = 24$ , където се наблюдава  $\sigma_p / f_{y,f} = 0,6 - 0,75$ .



Фиг. 4. Различни подходи за дефиниране на работната зависимост на материала

По-високите амплитуди на остатъчните напрежения в стоманените профили водят до редуция на границата на пропорционалност на материала, получена при изпитването на стандартните пробни тела. В работата на Sun [20] е показано, че намаляването на отношението  $B/T$  води до увеличаване на остатъчните напрежения и до намаляване на отношението  $\sigma_p / f_{y,f}$ . Също така стандартните пробни тела, изрязани от профили, произведени чрез индиректно формуване, показват по-ниска стойност на  $\sigma_p / f_{y,f}$  при изпитване на опън в сравнение с пробните тела, изрязани от профили, произведени чрез директно формуване [20]. В определени случаи предложените в т. 5.3.3 на pr EN 1993-1-14 [16] работни зависимости на материала не са в състояние да отчетат пълноценно влиянието, което остатъчните нормални напрежения имат върху поведението на материала на студеноформуваните RHS или SHS профили. Горното важи в най-голяма степен за материала на индиректно формувани профили с относително по-ниска стойност на отношението  $B/T$ , при който стойността на  $\sigma_p / f_{y,f}$  може да падне до около 0,30 – 0,40 [13].

Изпитването на натиск на стандартни къси колони (*stub column test*) е широко разпространено в изследванията на студеноформувани профили. Процедура за подобно изпитване е разписана в т. А.3.2 на EN 1993-1-3 [17]. С негова помощ е възможно да се оцени влиянието на изкорубването на стените на тънкостенни профили (под действие на нормалните напрежения) върху носещата способност на натиск на напречното сечение. Чрез изпитването на къси колони с напречни сечения от клас 1 и клас 2 е възможно да се

определи ориентировъчно повишената средна условна граница на провлачане на напречното сечение на студеноформуваните профили, отчитаща уякчаването на материала в ъгловите зони на профила в резултат на студената обработка. В работата на Sun [13] отношението на границата на пропорционалност  $\sigma_{p,stub}$  и условната граница на провлачане  $f_{y,stub}$ , получени от изпитването на натиск на къси колони с напречни сечения клас 1, е използвано като количествен показател за по-реалистична оценка (в сравнение със стандартното изпитване на опън на пробни тела, изрязани от стените на профила) на остатъчните нормални напрежения в стоманените студеноформуваните затворени профили.

Терминът „ефективен модел на материала“ (*EMM*) е въведен през 2022 г. в работата на Jaamala et al. [15]. В нея е предложен подход за дефиниране на ефективна работна зависимост  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  на материала (при едноосов опън/натиск) на студеноформуваните RHS профили от стомана S700H. Споменатата зависимост, получена по изчислителен път, се характеризира с редуцирана граница на пропорционалност, отчитаща наличието на предварително прието емпирично разпределение на остатъчните нормални напрежения. Ефективната работна зависимост е предназначена да улесни нелинейния анализ на стоманени колони от RHS профили, моделирани с гредови крайни фибро-елементи. В [15] с помощта на *GMNIA Jaamala et al.* показват, че при използването на *EMM* е достатъчно амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство на числения модел да е съобразена с допустимите производствени геометрични отклонения, без да се налага използването на *EGI*.

Ефективните работни зависимости на материала, възприети в настоящата работа, са показани с червен цвят на фиг. 4: *EMM DF* – за директно формувани профили, *EMM IDF* – за индиректно формувани профили. В тези зависимости, подобно на [15], се използва редуцирана граница на пропорционалност  $\sigma_{p,eff}$ , отчитаща ефектите от остатъчните напрежения. За разлика от [15], за дефинирането на ефективните работни зависимости на материала в настоящата работа са използвани данни от работни зависимости, получени от съществуващи експериментални изследвания на натиск на къси колони от студеноформуваните RHS и SHS профили [13, 18] от стомани с номинална граница на провлачане в диапазона от 350 до 450 МПа.

Отношението на номиналните стойности на ширината и дебелината на пояса на изследваните ферми е  $B/T = 16$ . Ако приемем, че профилите на поясите са индиректно формувани (*EMM IDF*), на база данните от изпитвания на натиск на индиректно формувани SHS и RHS къси колони [13, 18], отнасящи се за  $f_{y,f} = 340 - 474$  МПа и  $B/T = 12 - 24$ , се очаква отношението  $\sigma_{p,stub} / f_{y,f}$  (респективно  $\sigma_{p,eff} / f_{y,f}$ ) да бъде със стойност в диапазона 0,30 – 0,35. Тъй като условната граница на провлачане на материала на плоските части на стените на пояса на фермите е  $f_{y,f} = 467,4$  МПа, тук като условен минимален праг на ефективната граница на пропорционалност е приет  $\sigma_{p,eff, DF} = 0,32 f_{y,f} = 150$  МПа (фиг. 4).

В работата на Sun [13] са изследвани директно формувани SHS профили с  $B/T = 12$  и  $B/T = 24$  с условна граница на провлачане  $f_{y,f} = 400 - 430$  МПа. От изпитването на натиск на къси колони е установено, че за тях стойността на отношението  $\sigma_{p,stub} / f_{y,f} = 0,56 - 0,60$ . По тази причина тук за поясите с  $B/T = 16$  и  $f_{y,f} = 467,4$  МПа е приет условен максимален праг на ефективната граница на

пропорционалност  $\sigma_{p,eff}, DF = 0,58 f_{y,f} = 270$  МПа, в случай че поясите на фермата са директно формувани (*EMM DF*), вж. фиг. 4.

В резултат на студената обработка в ъгловите зони на SHS профилите условната граница на провлачане, получена на базата на изследване на натиск на къси колони, се очаква да е по-висока (с около 3 – 20 % [20]) от условната граница на провлачане  $f_{y,f}$ , определена на базата на изпитване на опън на стандартни пробни тела, изрязани от плоската част на стените на профила [13, 18]. На базата на експерименталното изследване на натиск на къси колони, проведено в [18], условната граница на провлачане  $f_{y,eff}$  (съответстваща на 0,2 % остатъчна относителна деформация) от ефективната работна зависимост на материала на пояса тук е консервативно приета само с 3 % по-висока от условна граница на провлачане на материала на плоските части на стените на профила  $f_{y,f}$ . Получава се  $f_{y,eff} = 480$  МПа. Също така в *EMM* консервативно (поради липса на експериментални данни) е приет относително полегат клон на уякчаване след провлачане, при което на ефективна относителна деформация 0,01 съответства нормално напрежение 500 МПа. Преходът между  $\sigma_{p,eff}$  и  $f_{y,eff}$  е приблизително оформен на базата на аналогия с резултатите от експерименталните изследвания на натиск на къси колони от [13, 18].

## 4. Основни резултати от численото моделиране на фермите с различни конфигурации на странично подпиране

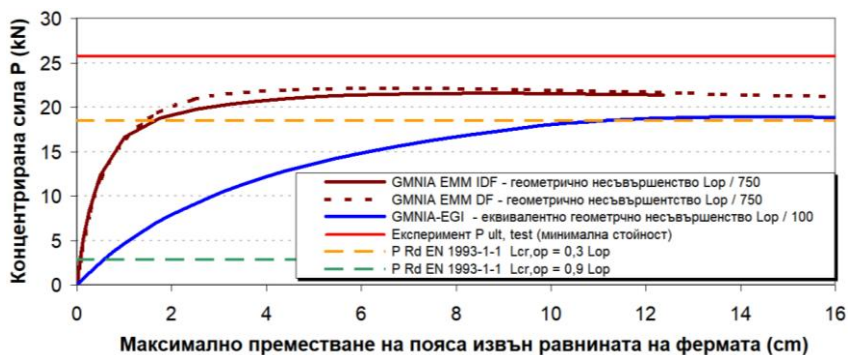
### 4.1. Ферма без междинно странично подпиране на поясите

За тази ферма в първата част [4] на настоящата работа е установено, че минималната гранична концентрирана сила  $P = 25,7$  kN, получена от експериментите, е близка до критичната концентрирана сила, получена от *LBA*. Това показва, че амплитудата на реалното геометрично дъгово несъвършенство на тази ферма вероятно е значително по-малка от допустимата съгласно [5, 10]. Възможно е също реалното дъговото несъвършенство да е с различна форма от приетата в числения анализ. Съществува и вероятност за изследваната ферма дебелината на профила на натиснатия пояс да е по-голяма от номиналната.

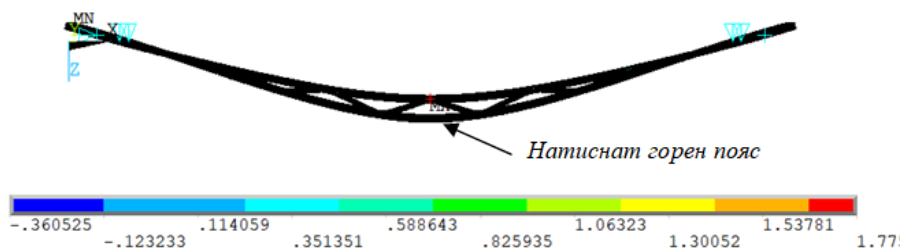
Ако в нелинейния анализ с ефективен модел на материала условно приемем, че профилът е индиректно формуван (*GMNIA – EMM IDF*), като амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство е равна на максимално допустимата съгласно [5, 10] ( $1/750$  от разстоянието между странично укрепените точки на натиснатия пояс  $L_{op} = 440$  cm), а дебелината на стената на профилите е равна на номиналната, моделът на фермата предсказва гранична концентрирана сила около 21,5 kN (84 % от минималната експериментална стойност, фиг. 5). При това абсолютната стойност на максималните относителни деформации по направление на надлъжната ос на натиснатия пояс в критичното му напречно сечение в средата на фермата достига  $\varepsilon_{eff} = 0,0026$ .

Нелинейният анализ показва, че загубата на устойчивост на пояса настъпва при нормални напрежения, по-ниски от условната граница на провлачане от ефективната работна зависимост на материала. В случай че дебелината на стената на профила е 90 % от номиналната, граничната концентрирана сила ще бъде 19,8 kN.

При същата амплитуда на дъговото несъвършенство ( $1 / 750 L_{op}$ ) и дебелина на стената на профила, равна на номиналната, приемането в анализа на директно формуван профил (*GMNIA – EMM DF*) би довело до носеща способност около 22 kN – 85 % от експерименталната стойност (фиг. 5).



Фиг. 5. *GMNIA* на ферма без междинно странично подпирание на поясите: зависимост между концентрираната сила  $P$  и максималното преместване на натиснатия пояс извън равнината на фермата (дебелината на стената на профилите е равна на номиналната)



Фиг. 6. Ферма без междинно странично подпирание на поясите (поглед отгоре): странични премествания (cm), получени от *GMNIA – EMM IDF* при достигане на граничната концентрирана сила 18,5 kN съгласно EN 1993-1-1 [2]

Ако амплитудата на дъговото несъвършенство се приеме с условна минимална стойност 1 mm (около  $1 / 4400 L_{op}$ ), а дебелината на стената на профилите е 110 % от номиналната, *GMNIA – EMM IDF* предсказва гранична концентрирана сила, равна на 24,4 kN или 95 % от минималната експериментална стойност. Подобна носеща способност се получава и с *GMNIA – EMM DF*, ако дебелината на стената на профила е равна на номиналната. По този начин в контекста на *GMNIA – EMM* е възможно да се обоснове относително високата експериментално установена минимална носеща способност на фермите без междинно странично подпирание.

На фиг. 5 за пълнота е показана и граничната концентрирана сила  $P_{R,EC3} = 2,8$  kN, изчислена съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [2], в случай че изключвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените консервативни препоръки на [2] равна на  $0,90L_{op}$ . Тя е повече от 6 пъти по-малка от действителната носеща способност на фермата.

Граничната концентрирана сила съгласно EN 1993-1-1 [2] е  $P_{R,EC3} = 18,5$  kN. Тя е определена с изключвателна дължина  $L_{cr,op} = 0,30L_{op}$  (изчислена на база *LBA* от [4]) и

условна стройност на пояса извън равнината на фермата  $\bar{\lambda}_{op} = 1,33$ . В *GMNIA – EMM* тя се достига при максимално странично преместване на пояса от около 1,8 cm (фиг. 5, 6). В първата част [4] на настоящата работа *GMNIA – EGI* с амплитуда на еквивалентното геометрично несъвършенство с амплитуда  $1 / 100 L_{op}$  (определена съгласно т. 5.3.2(11) на [2]) и четирилинейна работна зависимост на материала съгласно т. 5.3.3(3) на [16] предсказва неколкократно по-голямо максимално странично преместване на пояса при достигане на  $P_{R,EC3}$  (фиг. 5). Горното показва, че *GMNIA – EMM* предсказва по-реалистични стойности на граничните странични премествания на относително стройни извън равнината на фермата пояси с променлива по дължината им осова сила.

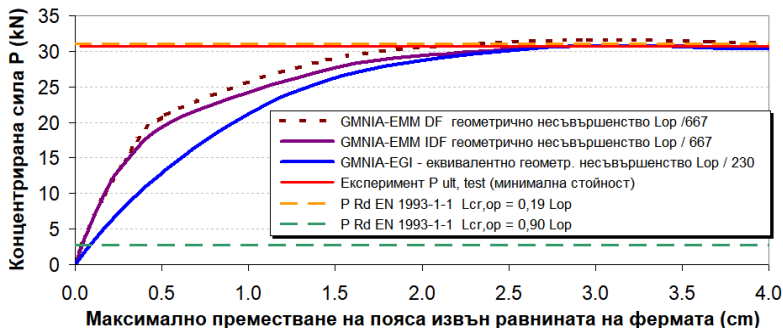
#### 4.2. Ферма с междинно странично подпирание от століци по долния опънат пояс

За фермите с междинно странично подпирание на единия или двата пояса по-долу са публикувани комбинациите от стойностите на амплитудата на дъговото несъвършенство и отклонението в размера на дебелината на стената на пояса, за които *GMNIA – EMM* дава най-добро приближение (по посока на сигурността) до минималните експериментални стойности на граничната концентрирана сила  $P$ . Установено бе, че при други равни условия изборът на стойност на ефективна граница на пропорционалност в диапазона 150 – 270 МПа не оказва значително влияние върху носещите способности (разлики до около 3 %) и граничните напречни премествания на пояса, получени от *GMNIA – EMM*. При фермите с междинно странично подпирание загубата на устойчивост на пояса настъпва при максимални абсолютни стойности на относителните деформации, близки до или по-големи от относителната деформация  $\varepsilon_{eff} = 0,0044$ , съответстваща на ефективната условна граница на провлачане на материала  $f_{y,eff} = 480$  МПа. По-долу в пълнота се коментират резултатите, получени от анализа с по-ниската граница на пропорционалност (*GMNIA – EMM IDF*).

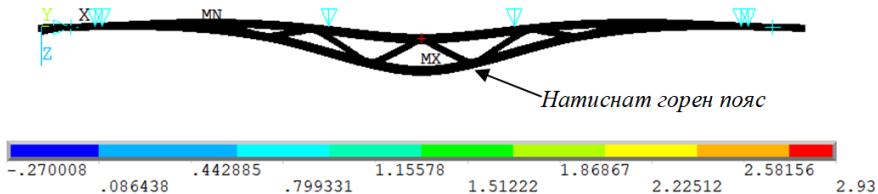
Ако в *GMNIA – EMM IDF* на фермата с междинно подпряно опънат долен пояс условно приемем, че амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство на натиснатия горен пояс е максимално допустимата съгласно [6] ( $1 / 667$  от разстоянието между странично укрепените точки на натиснатия пояс  $L_{op} = 440$  cm), а дебелината на стената на профилите е равна на 91 % от номиналната, моделът на фермата предсказва гранична концентрирана сила около 30,7 kN, равна на минималната експериментална стойност – фиг. 7. Тя се достига при максимално странично преместване на натиснатия пояс около 3 cm (фиг. 7, 8), което е сходно с преместването, получено в първата част на изследването [4] в резултат на *GMNIA – EGI* и четирилинейна работна зависимост на материала съгласно [16]. При това абсолютната стойност на максималните относителни деформации по направление на надлъжната ос на натиснатия пояс в критичното му напречно сечение в средата на фермата достига  $\varepsilon_{eff} = 0,0054$ .

Граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [2] е  $P_{R,EC3} = 31$  kN. Тя е определена с изключвателна дължина  $L_{cr,op} = 0,19L_{op}$  (изчислена на базата на  $LBA$  от [4]), водеща до условна стройност на пояса извън равнината на фермата  $\bar{\lambda}_{op} = 0,85$ .

На фиг. 7 за пълнота е показана и граничната концентрирана сила  $P_{R,EC3} = 2,8 \text{ kN}$ , изчислена съгласно EN 1993-1-1 [2], в случай че изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените консервативни препоръки на [2] равна на  $0,90L_{op}$ . За фермата с междинно странично подпирание само на опънатия пояс тя е над 10 пъти по-малка от действителната носеща способност на фермата.



Фиг. 7. Ферма с междинно странично подпирание от столци по опънатия пояс: зависимост между концентрираната сила  $P$  и максималното преместване на натиснатия пояс извън равнината на фермата

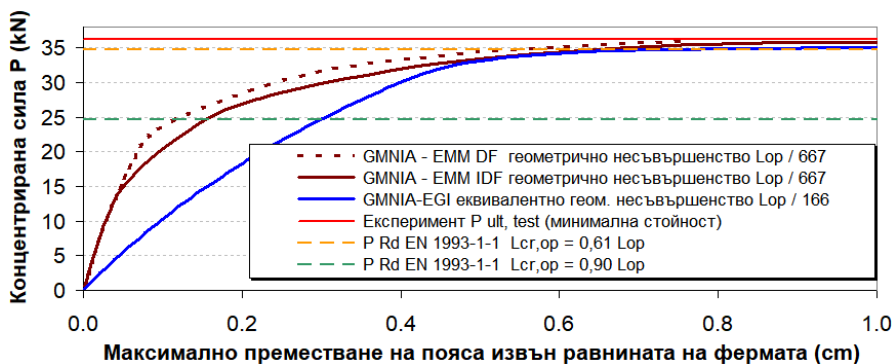


Фиг. 8. Ферма с междинно странично подпирание от столци по опънатия долен пояс (поглед отгоре): странични премествания (см), получени от GMNIA – EMM IDF при достигане на граничната концентрирана сила  $30,7 \text{ kN}$

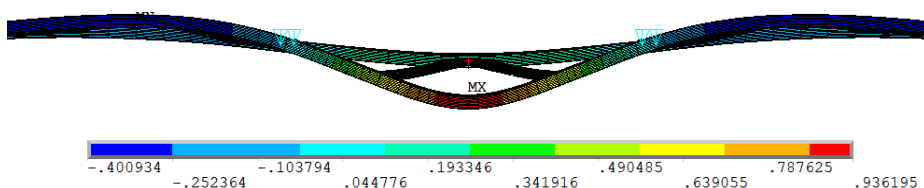
### 4.3. Ферма с междинно странично подпирание от столци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс

#### 4.3.1. При изкълчване на пояса извън равнината на фермата

Ако в GMNIA – EMM IDF условно приемем, че амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство е максимално допустимата съгласно [6] ( $1 / 667$  от разстоянието между странично укрепените точки на натиснатия пояс  $L_{op} = 120 \text{ cm}$ ), а дебелината на стената на профилите е равна на 91 % от номиналната, моделът на фермата предсказва гранична концентрирана сила около  $35,8 \text{ kN}$  – фиг. 9, близка до минималната експериментална стойност  $36,2 \text{ kN}$  от табл. 3. Тя се достига при максимално странично преместване на натиснатия пояс около  $0,94 \text{ cm}$  (фиг. 9, 10), което е сходно с преместването, получено в [4] в резултат на GMNIA – EGI и четирилинейна работна зависимост на материала съгласно [16]. При това абсолютната стойност на максималните относителни деформации по направление на надлъжната ос на натиснатия пояс в критичното му напречно сечение в средата на фермата достига  $\varepsilon_{eff} = 0,0063$ .



**Фиг. 9.** Ферма с междинно странично подпирание на двата пояса: зависимост между концентрираната сила  $P$  и максималното преместване на натиснатия пояс извън равнината на фермата



**Фиг. 10.** Ферма с междинно странично подпирание на двата пояса (поглед отгоре): странични премествания (cm), получени от  $GMNIA - EMM IDF$  при граничната концентрирана сила 35,8 kN

Граничната концентрирана сила съгласно EN 1993-1-1 [2] е  $P_{R,EC3} = 34,8 \text{ kN}$  (96 % от минималната експериментална стойност – фиг. 9). Тя е определена с изкълчвателна дължина  $L_{cr,op} = 0,61L_{op}$ , изчислена на базата на  $LBA$  от [4], водеща до условна стройност на пояса извън равнината на фермата  $\bar{\lambda}_{op} = 0,73$ .

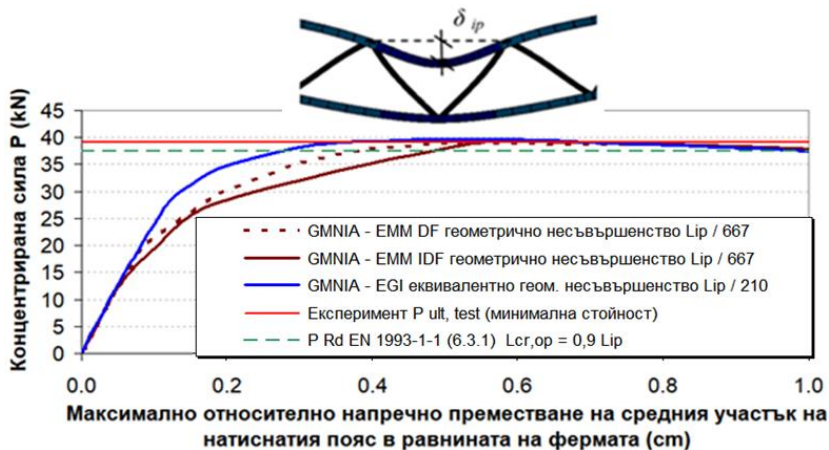
Ако не се използва  $LBA$ , а изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на [2] равна на  $0,90L_{op}$ , условната стройност ще бъде  $\bar{\lambda}_{op} = 1,07$ . Граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [2] би се получила  $P_{R,EC3} = 24,7 \text{ kN}$  (фиг. 9), което е 68 % от експериментално получената гранична сила.

### 4.3.2. При изкълчване на пояса в равнината на фермата

В анализа е отчетен евентуалният възлов ексцентрицитет  $e_0^+$  в равнината на фермата напречно на оста на пояса, приет със стойност 25 % от височината на напречното сечение на пояса  $h_0$ . Ако в  $GMNIA - EMM$  условно приемем, че амплитудата на дъговото геометрично несъвършенство е максимално допустимата съгласно [6], т.е.  $1 / 667$  от разстоянието между възловите точки на натиснатия пояс  $L_{tp} = 71,7 \text{ cm}$ , а дебелината на стената на профилите е равна на 95 % от номиналната, то моделът на

фермата предсказва гранична концентрирана сила около 38,7 kN – фиг. 11, близка до минималната експериментална стойност 39,2 kN от табл. 3. Тя се достига при максимално относително преместване  $\delta_{ip}$  на натиснатия пояс в равнината на фермата около 0,55 cm, което е сходно с относителното преместване, получено в [4] в резултат на *GMNIA – EGI* и четирилинейна работна зависимост на материала съгласно [16]. При това абсолютната стойност на максималните относителни деформации по направление на надлъжната ос на натиснатия пояс достига  $\varepsilon_{eff} = 0,0071$  (тя е регистрирана в средата на натиснатия горен пояс).

Ако изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на [2] равна на  $0,90L_{ip}$ , условната стройност ще бъде  $\bar{\lambda}_{op} = 0,64$ . Граничната концентрирана сила на база т. 6.3.1 на [3] ще бъде  $P_{R,EC3} = 37,5$  kN (фиг. 11). Тя е само с 5 % по-малка от минималния експериментален резултат. В първата част на настоящата работа [4] е показано, че приемането на споменатата изкълчвателна дължина в случая не води до твърде консервативен резултат, тъй като компенсира неотчитането на огъващите моменти в пояса, действащи в равнината на фермата (дължащи се на непрекъснатостта на пояса и възловите ексцентрицитети), в проверката на пояса като центрично натиснат елемент съгласно т. 6.3.1 на [2].



Фиг. 11. Ферма с междинно странично подпирание на двата пояса: зависимост между концентрираната сила  $P$  и максималното относително преместване на натиснатия пояс в равнината на фермата  $\delta_{ip}$

## 5. Основни изводи

В настоящата работа е приложен усъвършенстван подход за провеждане на нелинеен анализ на устойчивостта на пояса на експериментално изпитаните решетъчни греди от [1] с елементи от стоманени студеноформувани затворени квадратни профили от австралийска стомана S450. Физичната нелинейност е отчетена с ефективна работна зависимост на материала (*EMM*) при едноосов огън/натиск, основана на съществуващи експериментални изследвания на натиск на къси колони [13, 18]. Влиянието на

остатъчните нормални напрежения е отчетено с помощта на редуцирана (ефективна) граница на пропорционалност на материала. По-прецизният подход за отчитане на остатъчните напрежения позволява амплитудите на геометричните несъвършенства да се приемат с реалистични стойности на базата на стандартите за производство на стоманени профили и изпълнение на стоманени конструкции, без да се налага използването на еквивалентно геометрично несъвършенство (*EGI*). В анализа са отчетени дъговото геометрично несъвършенство на пояса и геометричното отклонение от номиналната дебелина на стената на затворения профил. Условната стройност на натиснатия пояс на фермите (в или извън равнината на фермата) е в диапазона  $\bar{\lambda} = 0,64 - 1,33$  на базата на анализа на устойчивостта в Ойлерова постановка (*LBA*).

Нелинейният анализ с еквивалентно геометрично несъвършенство (*GMNIA – EGI*) съгласно нормите [2], проведен в първата част на настоящото изследване [4], преувеличава значително граничните странични премествания на фермата с относително най-строен пояс ( $\bar{\lambda} = 1,33$ ), при която страничното подпирание на двата пояса е само при опорите и е налице променлива осова сила в пояса. С *GMNIA – EMM* е възможно да се докажат значително по-малки странични премествания на натиснатия пояс при достигане на носещата способност на тази ферма. Също така за нея *GMNIA – EMM* предсказва по-реалистична (спрямо експерименталния резултат) носеща способност, която е с няколко процента по-голяма от носещите способности, определени с т. 6.3.1 на [2] (с изключвателната дължина на база *LBA*) и с *GMNIA – EGI*.

За фермите с междинно странично подпирание на единия или двата пояса (условни стройности на пояса в диапазона  $\bar{\lambda} = 0,64 - 0,85$ ) двата типа нелинеен анализ (*GMNIA – EMM* и *GMNIA – EGI*) предсказват сходни носещи способности (близки до минималните експериментално определени) и сходни гранични напречни премествания на натиснатия горен пояс в или извън равнината на фермата.

Резултатите от *GMNIA – EMM* подкрепят изказаната в [4] теза, че опростеното приемане на коефициент за определяне на изключвателна дължина  $\mu = 0,9$  съгласно [2] води до твърде консервативна оценка на носещата способност на натиск на стройни пояси с променлива по дължината им осова сила при изключването им извън равнината на фермата с елементи от затворени профили.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Patnaik, A., Srivatsan, T. S. Effective Lengths of Members in Parallel Chord Trusses Made from Hollow Structural Sections. // Current Trends in Civil & Structural Engineering, 2023, 9(5).
2. EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3. Design of steel structures – General rules and rules for buildings.
3. ANSI/AISC Specification for Structural Steel Buildings. 2022.
4. Penelov, Ch. A numerical study on flexural buckling of compression chord of planar statically loaded steel trusses made of square hollow section members – part 1. // Godishnik na UASG, 2025.
5. EN 1090-2:2018. Execution of steel structures and aluminium structures – Part 2: Technical requirements for steel structures.
6. AS/NZS 1163:2009. Cold formed structural steel hollow sections.
7. <https://www.ansys.com>, poseten na 18.08.2024.

8. EN 1993-1-8:2005. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints.
9. AS 4100:2020. Steel structures.
10. AS/NZS 5131:2016. Structural steelwork – Fabrication and erection.
11. *Piątkowski, M.* Critical load of steel trusses – graphical methods. // MATEC Web of Conferences, 2018, 219.
12. *Tong, L., Hou, G., Chen, Y., Zhou, F., Shen, K., Yang, A.* Experimental investigation on longitudinal residual stresses for cold-formed thick walled square hollow sections. // Journal of constructional steel research, 2012, 73: 105 – 116.
13. *Sun, M.* Mechanical Behaviour of Cold-Formed Hollow Structural Section Material. PhD Thesis, University of Toronto, 2014.
14. *Blum, H. B.* Realibility – based design of truss structures by advanced analysis. Research report R936, The University of Sydney, May, 2013.
15. *Jaamala, L., Mela, K., Tulonen, J., Hyvarinen, A.* Effective material model for cold-formed rectangular hollow sections in beam element-based advanced analysis. // Journal of Constructional Steel Research, 2022, 198.
16. prEN 1993-1-14:2023. Eurocode 3 – Design of steel structures. Part 1-14: Design assisted by finite element analysis.
17. EN 1993-1-3:2007. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.
18. *Meng, X., Whitfield, S., Boudjabeur, S., Gardner, L.* Stability of hot-finished and cold-formed steel hollow section columns: A comparative study. // Structures, 2024, 68.

## **A NUMERICAL STUDY ON FLEXURAL BUCKLING OF COMPRESSION CHORD OF PLANAR STATICALLY LOADED STEEL TRUSSES MADE OF SHS MEMBERS – PART 2**

**Ch. Penelov<sup>1</sup>**

***Keywords:** steel trusses, chord flexural buckling, numerical modelling*

### **ABSTRACT**

Results of a numerical study on the flexural buckling of compression chord of experimentally tested planar steel trusses with cold-formed square hollow sections (SHS) members are presented. The trusses are statically loaded with a vertical force in the middle of the bottom tension chord and different configurations of lateral bracing are considered. They are studied with geometrically and materially nonlinear analysis with initial imperfections included. In the analysis, the amplitudes of the geometric imperfections are consistent with the permissible geometric tolerances according to the standards for steel hollow sections profiles and fabrication of steel structures. The material nonlinearity is accounted for using an effective material model, taking into account the reduction of the proportional limit due to the presence of residual normal stresses.

---

<sup>1</sup> Chavdar Penelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: [penelov\\_fce@uacg.bg](mailto:penelov_fce@uacg.bg)