



DOI: [10.71167/uaceg.2025.580411](https://doi.org/10.71167/uaceg.2025.580411)

Получена: 15.09.2025 г.

Приета: 23.10.2025 г.

ЧИСЛЕНО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ ОБЩАТА ЗАГУБА НА УСТОЙЧИВОСТ НА ПОЯСА НА РАВНИННИ СТАТИЧНО НАТОВАРЕНИ СТОМАНЕНИ ФЕРМИ С ЕЛЕМЕНТИ ОТ КВАДРАТНИ ЗАТВОРЕНИ ПРОФИЛИ – ЧАСТ 1

Ч. Пенелов¹

Ключови думи: стоманени ферми, загуба на устойчивост, числено моделиране

РЕЗЮМЕ

С метод на крайните елементи е изследвана общата устойчивост на пояса на равнинни стоманени решетъчни греди (ферми) с елементи от студеноформувани квадратни затворени профили. Фермите са натоварени статично с концентрирана сила в средата на отвора им, като са с различна конфигурация на страничното подпиране. Носещите способности, получени от численото изследване на фермите с нелинеен анализ с еквивалентно геометрично несъвършенство, са съпоставени със съществуващи експериментални резултати и с носещите способности съгласно т. 6.3 на EN 1993-1-1.

1. Въведение

В работата на *Pattnaik & Srivastan* [1] е представено едно от малкото подробно документирани обществено достъпни експериментални изследвания върху общата загуба на устойчивост на пояса на стоманени ферми с елементи от затворени профили. В нея са дадени резултатите от експериментално изследване на дванадесет равнинни стоманени решетъчни греди с успоредни пояси и различни конфигурации на страничното укрепяване, чиито елементи са от студеноформувани квадратни затворени профили (SHS). Фермите са просто подпирени в краищата си и са натоварени статично с концентрирана напречна сила в средата на долния опънат пояс. Натиснатият горен пояс

¹ Чавдар Пенелов, д-р инж., кат. „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: penelov_fce@uacg.bg

на фермите е със седем междувъзлови разстояния по дължината си. При всички ферми е налице странично подпиране в краищата на поясите.

За фермите от [1], при които двата пояса са без междинно странично подпиране, *Patmmaik & Srivastan* установяват експериментално максимален коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $\mu_{op} = 0,28$.

Добавянето на столици, укрепяващи странично опънатия пояс, води до $\mu_{op} = 0,24$.

Когато в опитната постановка от [1] неукрепената дължина на двата пояса извън равнината на фермата е равна на около 1,7 пъти разстоянието между фермовите възли, се наблюдава загуба на устойчивост на пояса извън или в равнината на фермата. В този случай *Patmmaik & Srivastan* [1] установяват експериментално максимален коефициент за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $\mu_{op} = 0,70$. Според [1] коефициентът за определяне на изкълчвателната дължина на пояса в равнината на фермата μ_{ip} може да се приеме равен на 1,0.

За оценката на споменатите стойности на коефициентите за определяне на изкълчвателните дължини на натиснатия пояс на фермата в [1] не е използван анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка. Те са определени по косвен път на базата на експериментално получените носещи способности на центричен натиск на пояса и формулите за определяне на носещата способност на изкълчване, дадени в американските норми ANSI/AISC 360-16 [2]. Видно е, че получените в [1] стойности на коефициентите за определяне на изкълчвателните дължини се различават от дадената в опростените предписания на EN 1993-1-1 [3] стойност 0,9. В този смисъл е важно да се изследва дали ориентировъчните експериментални стойности на коефициентите за определяне на изкълчвателна дължина от [1] биха могли да бъдат доказани с помощта на числено моделиране по метод на крайните елементи (МКЕ).

В настоящата работа с МКЕ са разработени пространствени изчислителни модели на експериментално изследваните от *Patmmaik & Srivastan* [1] решетъчни греди. Тези модели са изследвани с анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка (*Linear buckling analysis, LBA*), както и с геометрично и физично нелинеен анализ с отчитане на началните несъвършенства (*Geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections included, GMNIA*).

Изследването на *Patmmaik & Srivastan* [1] е проведено в контекста на американските норми за проектиране на стоманени конструкции [2], в които коефициентът на изкълчване за центрично натиснати стоманени елементи е дефиниран по различен начин в сравнение с европейския стандарт EN 1993-1-1 [3]. В този смисъл настоящата работа си поставя за цел да установи доколко използването на изкълчвателните дължини на пояса, определени съгласно опростените препоръки на EN 1993-1-1 или на базата на резултатите от *LBA*, води до изчисляване на реалистични носещи способности на пояса във и извън равнината на фермата, ако за определянето на последните се използва регламентираната в [3] европейска крива на изкълчване „с“, отнасяща се за студеноформувани стоманени елементи със затворено напречно сечение.

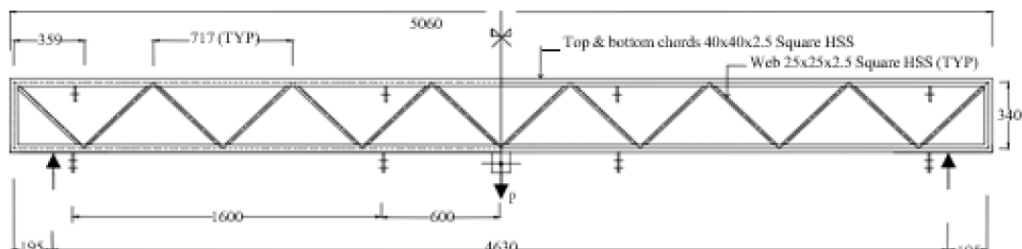
Методиката от т. 5.3.2(11) на EN 1993-1-1 за дефиниране на еквивалентно геометрично несъвършенство за целите на нелинейния анализ, основано на еластична форма на загуба на устойчивост, макар и теоретично обоснована в [4], не е верифицирана с експериментални изследвания на стоманени решетъчни греди. Една от целите на настоящата работа е да се изследва дали използването в нелинейния анализ на регламентираното в т. 5.3.2(11) на EN 1993-1-1 [3] еквивалентно геометрично несъвършенство, основано на подходящо подбрана форма на загуба на устойчивост в Ойлерова постановка, води до предсказване на реалистична носеща способност на експериментално изследваните в [1] решетъчни греди.

2. Кратко описание на експерименталната постановка и резултатите от работата на *Patnaik & Srivastan*

В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] е представено експериментално изследване върху общата устойчивост на пояса на просто подпирани стоманени ферми с К-възли (ферми тип *Warren*) и успоредни пояси. За изготвянето на изследваните ферми са използвани стоманени студеноформувани електросъпротивително заварени затворени квадратни профили от стомана С450 L0 съгласно австралийския стандарт AS/NZS 1163 [5]. Минималната специфицирана граница на провлачане на профилите е 450 МПа, а минималната специфицирана якост на опън е 500 МПа. За стомана С450 L0 в [5] се гарантира минимална относителна деформация 16 % при достигане на якостта на опън. Прътите от решетката се заваряват директно към поясите без възлови плочи.

За поясите на фермите и вертикалите в краищата им са използвани профили SHS 40×2,5. За диагоналите са използвани профили SHS 25×2,5. Номиналните стойности на геометричните характеристики на напречното сечение на пояса са следните: площта е $A = 3,59 \text{ cm}^2$; инерционният момент е $I = 8,21 \text{ cm}^4$; инерционният радиус е $i = 1,51 \text{ cm}$; еластичният съпротивителен момент е $W_{el} = 3,13 \text{ cm}^3$; пластичният съпротивителен момент е $W_{pl} = 4,97 \text{ cm}^3$.

Фермите са статично натоварени с вертикална концентрирана сила P в средата на опънатия долен пояс. Подпорното разстояние на фермите е 4,63 m; височината им – 0,34 m (фиг. 1). При така дефинираната геометрия максималната осова сила в пояс на фермата може да се определи като $N = 3,4P$.



Фиг. 1. Схема на фермите, експериментално изследвани от *Patnaik & Srivastan* [1]

Разгледани са три конфигурации на укрепяване извън равнината на фермата. От всяка конфигурация в [1] са тествани повече от една ферма.

При първата конфигурация поясите на фермата са транслационно подпирани само в краищата си, като неукрепената им дължина извън равнината на фермата $L_{op} = 4,40 \text{ m}$.

Наблюдава се изкълчване на пояса извън равнината на фермата. Получена е максимална изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,op} = 0,278L_{op}$ (табл. 1).

При втората конфигурация на странично укрепяване към опънатия долен пояс на фермата са ставно прикрепени напречни греди – столци (студеноформувани стоманени елементи от Z-профили), укрепяващи опънатия пояс транслационно извън равнината на фермата; натиснатият пояс отново е с неукрепена дължина $L_{op} = 4,40 \text{ m}$. Наблюдава се изкълчване на пояса извън равнината на фермата. В [1] е получена максимална изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,op} = 0,237L_{op}$ (табл. 2).

При третата конфигурация на укрепяване от столниците по опънатия долен пояс са спуснати подкоси от стоманени L-профили към горния натиснат пояс. Наблюдава се изкълчване на натиснатия пояс в средната част на фермата, както в равнината ѝ, така и извън нея. Неукрепената дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата е $L_{op} = 1,20\text{ m}$ в критичния участък в средата на решетъчната греда. В [1] е получена максимална изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,op} = 0,70L_{op}$. Максималната изкълчвателна дължина на пояса в равнината на фермата е оценена в [1] на $L_{cr,ip} = 1,0L_{ip}$, където $L_{ip} = 0,717\text{ m}$ е неукрепената дължина на пояса в равнината на фермата, равна на разстоянието между фермовите възли (табл. 3).

На фиг. 1 са показани заварените към поясните възлови плочи, служещи за прикрепване на столниците към долния опънат пояс и на подкосите към горния натиснат пояс на фермите от [1]. Фиг. 2, вляво, илюстрира загубата на обща устойчивост на натиснатия горен пояс извън равнината на фермата, а фиг. 2, вдясно, онагледява загубата на обща устойчивост на горния пояс в равнината на фермата, в случай че са използвани подкоси за страничното му укрепяване.



Фиг. 2. Загуба на устойчивост на натиснатия пояс в равнината на фермата (вляво) и извън нея (вдясно) при укрепяването му с подкоси (Patnaik & Srivatsan [1])

В табл. 1 – 3 са дадени експериментално получените [1] стойности на вертикалната сила при разрушаване $P_{ult, test}$ и съответстващите им стойности на осовата сила $N_{ult, test}$ в пояса на фермата. Дадени са и коефициентите за определяне на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс в или извън равнината на фермата (съответно μ_{ip} и μ_{op}), определени в [1] при предпоставката, че за изчисляването на експериментално определената носеща способност на изкълчване на пояса се използва методиката на американските норми [2]. Коефициентът на сигурност по материал в [1] е приет равен на 1. Важно е да се подчертае, че коефициентът на изкълчване в американските норми [2] (без да се отчита нормативно предписаният в [2] коефициент на сигурност 0,9) е с по-високи стойности от коефициента на изкълчване χ , определен на базата на европейската крива на изкълчване „c“ [3]. Според [1] дадените в табл. 1 – 3 стойности на $P_{ult, test}$ отчитат собственото тегло на фермите.

Както се вижда от табл. 1 – 3, експериментално изследваните ферми са условно разделени в две серии – T1 и T2. За стоманените профили, използвани при изготвянето на поясните на фермите от серията T2, е експериментално установена осреднена условна граница на провлачане $f_y = 467,4\text{ MPa}$. Тя е получена на базата на изпитване на опън на шест стандартни опитни образци, изрязани от плоските части на стените на профила,

несъдържащи надлъжен заваръчен шев. В [1] не са изследвани пробни тела от стоманените профили на поясите на фермите от серията Т1. По тази причина за определяне на носещата способност на фермите от серията Т1 съгласно американските норми в [1] е възприета същата условна граница на провлачане $f_y = 467,4$ МПа.

Таблица 1. Експериментални резултати [1] за ферми без междинно странично укрепяване на поясите (неукрепена дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата $L_{op} = 4400$ mm)

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$, kN	Осова сила в пояса при разрушаване $N_{ult, test}$, kN	f_y , МПа	μ_{ip}	μ_{op}	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	25,7	87,5	467,4	–	0,278	Извън равнината на фермата
T2-6	34,3	116,8	460,7	–	0,208	

Таблица 2. Експериментални резултати [1] за ферми с междинно странично укрепяване от столъци по опънатия пояс, без наличие на подкоси (неукрепена дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата $L_{op} = 4400$ mm)

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$, kN	Осова сила в пояса при разрушаване N_{ult} , kN	f_y , МПа	μ_{ip}	μ_{op}	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	30,7	104,5	467,4	–	0,237	Извън равнината на фермата
T2-5	37,5	127,7	480,2	–	0,190	

Таблица 3. Експериментални резултати [1] за ферми с междинно странично укрепяване от столъци по опънатия пояс, с наличие на подкоси към натиснатия пояс (неукрепени дължини на натиснатия пояс: в равнината на фермата $L_{ip} = 717$ mm; извън равнината на фермата $L_{op} = 1200$ mm)

Ферма	Сила при разрушаване $P_{ult, test}$, kN	Осова сила в пояса при разрушаване N_{ult} , kN	f_y , МПа	μ_{ip}	μ_{op}	Форма на обща загуба на устойчивост на пояса
T1-1	40,0	136,0	467,4	–	0,579	Извън равнината на фермата
T1-2	40,2	136,9	467,4	0,954	–	В равнината на фермата
T1-3	36,2	123,3	467,4	–	0,701	Извън равнината на фермата
T1-4*	31,6	107,5	467,4	1,411	–	В равнината на фермата
T1-5	37,8	128,7	467,4	–	0,651	Извън равнината на фермата
T1-6	38,4	130,6	467,4	–	0,658	Извън равнината на фермата
T2-1*	36,9	125,6	466,8	1,136	–	В равнината на фермата
T2-2	39,2	133,4	451,0	0,947	–	В равнината на фермата
T2-3	39,8	135,5	477,2	1,014	–	В равнината на фермата
T2-4	39,8	135,5	468,6	–	0,587	Извън равнината на фермата

* Забележка: Резултатите от експеримента са оценени в [1] като ненадеждни.

Според [1] резултатите от два от експериментите, означени със звездичка в табл. 3, са ненадеждни, поради което са отстранени от анализа на резултатите. Тези експерименти са проведени на открито, в условия на висока влажност на въздуха, което според [1] е довело до грешка в отчитането на стойността на силата при разрушаване. Счита се, че не е надежден и резултатът от образец T2-6 от табл. 1, за който в [1] е дадена гранична сила, която е по-голяма от критичната сила в Ойлерова постановка (вж. т. 4.1).

В настоящата работа носещите способности, получени от численото изследване на фермите, както и тези, получени съгласно т. 6.3 на нормите [3], са съпоставени с минималните експериментално получени носещи способности, дадени в табл. 1–3, съответстващи на дадена конфигурация на странично подпирание.

3. Предпоставки на численото моделиране на фермите по МКЕ

3.1. Общи положения

Първоначално в настоящата работа е извършен анализ по МКЕ на устойчивостта на фермите в Ойлерова постановка (*LBA*). Използвани са програмите *ANSYS* [6] и *SAP2000* [7], като елементите на фермите са моделирани с гредови крайни елементи. С двете програми са получени сходни стойности на критичните множители на изследваните конструкции. Резултатите от *LBA* са използвани в настоящата работа за определяне на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс, както и за дефиниране на начално геометрично несъвършенство за целите на нелинейния анализ.

Носещата способност на експериментално изследваните в [1] решетъчни греди е определена в настоящата работа с числено моделиране по МКЕ, като е използван геометрично и физично нелинеен анализ с отчитане на началните геометрични несъвършенства (*Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections included, GMNIA*), извършен с програмата *ANSYS* [6]. Решението е извършено с отчитане на големи премествания (*large displacements*).

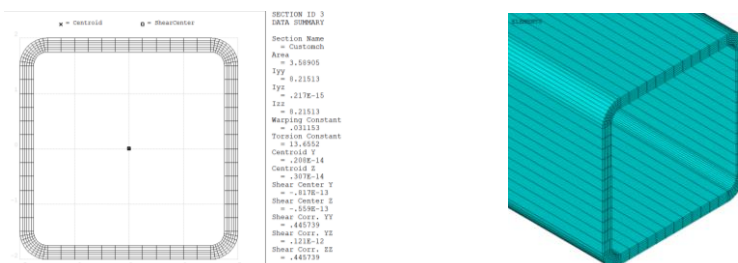
С *LBA* и *GMNIA* са числено изследвани четири модела на ферми, различаващи се по конфигурацията на страничното подпирание и по очакваната форма на обща загуба на устойчивост на пояса (в или извън равнината на фермата).

Напречните сечения на прътите на фермата са от клас 1 съгласно EN 1993-1-1 [3], като не се очаква местна загуба на устойчивост преди изкълчването на прътите. По тази причина в нелинейния анализ е отчетено пластифицирането на напречните сечения под действие на нормалните напрежения, като за моделирането на прътите на фермите в *ANSYS* са използвани гредови крайни елементи *BEAM 188*. Те позволяват в *GMNIA* да се отчете разпределението на пластичните деформации по направление на надлъжната ос на елементите на фермата (модел с разпределена пластичност).

За дебелината на напречното сечение на стоманените затворени профили стандартът AS/NZS 1163 [5] допуска производствено отклонение $\pm 10\%$ от номиналната дебелина. В [1] не е докладвана действителната дебелина на напречните сечения на използваните профили. Тъй като в нелинейния анализ от настоящата работа е използвано еквивалентно геометрично несъвършенство, чиято амплитуда е основана на нормативно дефинираната крива на изкълчване от [3], тук е прието при численото моделиране на фермите да се използват номиналните геометрични характеристики на напречното сечение на пояса, както е указано в т. 2.4.2 на EN 1993-1-1 [3].

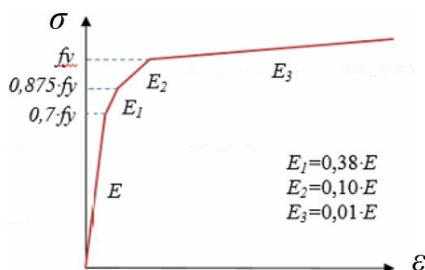
В [1] не са измерени действителните радиуси на закръгление в ъглите на затворените студеноформувани стоманени профили на експериментално изследваните

ферми. Там са дадени геометричните характеристики на профилите, съответстващи на номинален вътрешен радиус на закръгление, равен на дебелината на профила. Такъв вътрешен радиус на закръгление се предписва в стандарта AS/NZS 1163 [5] за дебелини на профила, непревишаващи 3 mm. Прецизното дефиниране на геометрията и дискретизацията на напречните сечения на прътите на фермата в програмата ANSYS с отчитане на радиусите на закръгление в ъглите на профилите е направено с помощта на опцията *Custom sections*. На фиг. 3 е показана дискретизацията на напречното сечение на пояса на изследваните ферми. Геометричните размери са дадени в cm.



Фиг. 3. Дискретизация и геометрични характеристики на напречното сечение на пояса на фермата от числения модел в ANSYS

В нелинейния анализ, извършен с ANSYS, физичната нелинейност е отчетена с помощта на мултилинейна работна зависимост напрежения – деформации с кинематично уякчаване на материала. В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] е използван терминът „граница на провлачане“, като не са дадени действителните работни диаграми на материала на стоманените затворени профили. Като се имат предвид публикуваните в [8] работни диаграми на материала на студеноформувани затворени профили от стомана S450, можем да направим извод, че най-вероятно *Patnaik & Srivastan* [1] имат предвид условната граница на провлачане, съответстваща на 0,2 % остатъчна относителна деформация. В този смисъл при численото моделиране на фермите в настоящата работа е възприета условна граница на провлачане с експериментално установена осреднена стойност 467,4 MPa, съответстваща на 0,2 % остатъчна относителна деформация. Границата на пропорционалност на материала на студеноформувани RHS профили зависи от технологията на студено формуване и пропорциите на напречното сечение [9].



Фиг. 4. Опростена четирилинейна работна зависимост на материала на студеноформувани стоманени профили съгласно prEN 1993-1-14 [10], използвана в GMNIA

Тук е възприета предложената в т. 5.3.3(3) на prEN 1993-1-14 [10] опростена четирилинейна зависимост (фиг. 4) между напрежения и деформации, отнасяща се за материала на студеноформувани стоманени профили. Предпоставка на този модел на

материала е, че границата на пропорционалност е равна на 70 % от условната граница на провлачане. Това приемане невинаги отчита напълно наличието на остатъчни нормални напрежения, които водят до допълнителна редукция на границата на пропорционалност [9]. Считам, че подобен модел на материала е приложим, когато ефектите от наличието на остатъчни напрежения се отчитат с еквивалентно геометрично несъвършенство (т. 3.2). Доколкото в [1] не са дадени експериментално измерените му стойности, еластичният модул на стоманата е приет със стойност $E = 200 \text{ GPa}$, както е направено в [1]. Коефициентът на *Poisson* е приет със стойност $\nu = 0,3$.

В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] не е изрично указано дали диагоналите на експериментално изследваните ферми са центрично включени във фермовите възли. Това не става ясно и от приложения в [1] чертеж на типова ферма (фиг. 1). Предвид дадения в [1] снимков материал (например фиг. 2, вляво) може да се предположи, че вероятно диагоналите са включени във възлите с известен ексцентрицитет, който осигурява светло разстояние между диагоналите във възлите (междина) от около 35 – 40 mm. Евентуалният възлов ексцентрицитет e_0^+ напречно на оста на пояса, съответстващ на споменатата междина, е не по-голям от 25 % от височината на напречното сечение на пояса h_0 . Съгласно т. 5.1.5(5) на EN 1993-1-8:2005/AC:2014 [11] огъващите моменти в равнината на фермата, породени от подобен ексцентрицитет, е допустимо да се пренебрегнат при определянето на носещата способност на фермовите възли, но следва да се отчитат при определянето на носещата способност на натиснатия пояс на фермата. По тази причина в численото изследване на устойчивостта на пояса в равнината на фермата са разгледани варианти на числените модели с отчитане на споменатите предполагаеми ексцентрицитети във фермовите възли.

Осовите усилия в диагоналите не превишават 29 kN, а носещата способност на фермовите К-възли за осова сила съгласно [11] е 44 kN. Разгледани са и варианти на моделите на фермите с отчитане на трансляционната (при осова сила) и ротационната (при огъващ момент) податливост на фермовите възли. Работните зависимости на възлите са определени на базата на моделиране по МКЕ с програмата *ANSYS* на изолиран вътрешен фермов К-възел с помощта на черупкови крайни елементи *SHELL 181*. В числения модел на фермата възлите са моделирани с помощта на трансляционни и ротационни пружини. За целта в програмата *SAP 2000* са използвани *Link* елементи, а в програмата *ANSYS* са използвани крайни елементи *COMBIN 39*. В рамките на настоящото изследване бе установено, че еластичната податливост на фермовите възли оказва незначително влияние върху резултатите от *LBA*, а еласто-пластичното поведение на възлите не влияе значително на резултатите от *GMNIA*.

3.2. Еквивалентно геометрично несъвършенство за целите на GMNIA

Когато в статичния анализ са отчетени ефектите от изчисляването по деформирана схема (геометричната нелинейност) и началните несъвършенства, разрушаването на елемента при огъвна форма на обща загуба на устойчивост се асоциира с изчерпването на носещата способност на нецентричен натиск на напречното сечение на „критичния“ елемент от конструкцията – в случая това е натиснатият пояс на фермите. С геометрично нелинеен анализ с начално геометрично несъвършенство може да се установи, че в напречното сечение на горния натиснат пояс, което се намира в средата на отвора на фермата, се очаква най-рано да настъпи изчерпване на носещата способност на напречното сечение под действие на натисковата сила и огъващия момент от втори ред в резултат на изкълчването. Това напречно сечение по-долу ще бъде наричано „критично“ в контекста на терминологията на [3].

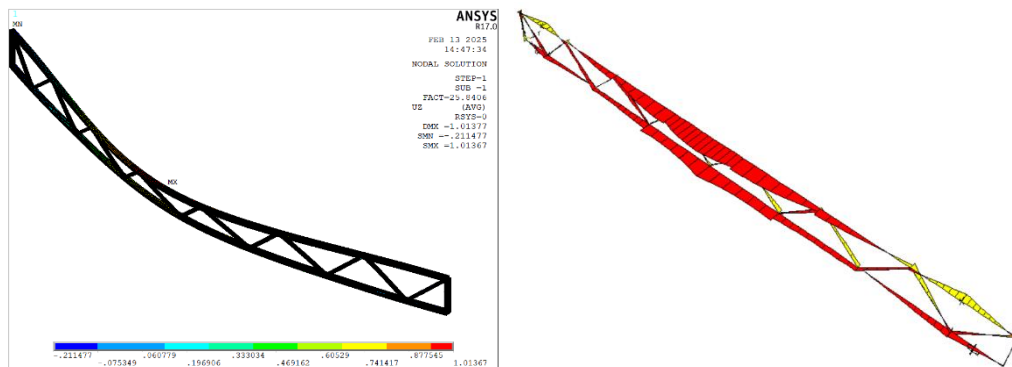
За да бъде реалистична носещата способност, получена от нелинейния анализ по МКЕ, е необходимо в него да бъдат отчетени ефектите от началните несъвършенства на изследваната конструкция (геометрични несъвършенства и остатъчни напрежения).

В работата на *Patnaik & Srivastan* [1] не са измерени действителните геометрични несъвършенства на конструкциите, както и остатъчните напрежения в елементите на фермата. Геометричните дъгови несъвършенства на елементите оказват влияние върху общата им устойчивост при центричен натиск [12]. Стандартът AS/NZS 1163 [5] предписва за стоманените студеноформувани квадратни и правоъгълни затворени профили максимално геометрично отклонение от праволинейната ос, равно на $1 / 667$ от дължината на профила. Съгласно EN 1090-2 [13] геометричното отклонение спрямо праволинейната ос на натиснат прът не бива да превишава $1 / 750$ от разстоянието между странично укрепените точки. Предписанията на [13] са възприети и в австралийската практика (изследваните конструкции са произведени и изпитани в Австралия), но от [1] не е ясно дали споменатите изисквания на [13] са действително спазени при изпълнението на изследваните ферми.

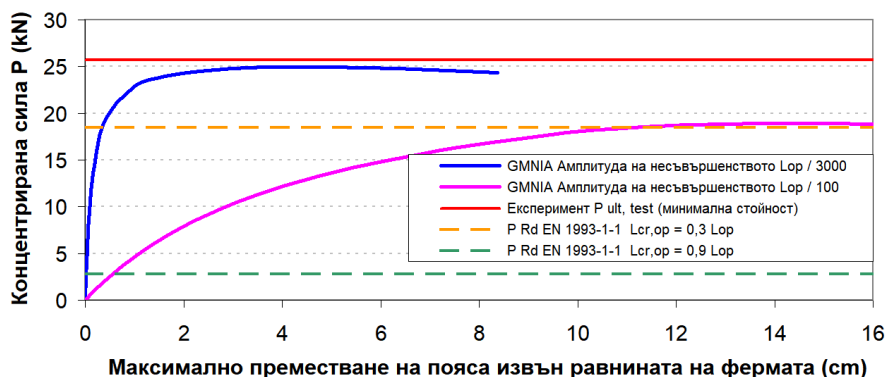
Геометричните несъвършенства, основани на допустимите геометрични производствени отклонения съгласно продуктите стандарти и стандартите за изпълнение, би следвало в нелинейния анализ да се отчитат съвместно с остатъчните напрежения вследствие на производството на стоманените елементи. Остатъчните нормални напрежения (в най-голяма степен тези по направление на надлъжната ос на елементите) оказват влияние върху носещата способност на елементите на натиск [12]. Към днешна дата не съществува утвърдена нормативна методика за директно аналитично дефиниране на остатъчните напрежения в елементите от стоманени затворени профили за целите на численото им моделиране по МКЕ. Експериментално е установено, че остатъчните нормални напрежения са нелинейно разпределени по периметъра и дебелината на студеноформувания затворен профил, със силно изразен принос на огъвната компонента на напреженията. Разпределението на остатъчните напрежения и максималните им абсолютни стойности зависят от технологията на производство, вида на напречното сечение и стройността на стените на затворения профил [9, 14].

При условие че не се използва по-точен метод за отчитането им, сумарните ефекти от геометричните несъвършенства и остатъчните напрежения върху поведението на стоманените конструкции могат съгласно EN 1993-1-1 [3] да се отчетат в нелинейния анализ с помощта на т.нар. еквивалентно геометрично несъвършенство (*equivalent geometric imperfection, EGI*). По-долу нелинейният анализ с използване на *EGI* ще бъде означаван като *GMNIA – EGI*. Формата на еквивалентното геометрично несъвършенство, заложена в числения модел, предопределя до голяма степен формата на обща загуба на устойчивост, наблюдавана в резултат на нелинейния анализ. В настоящата работа формата на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство е приета на базата на подходящо подбрана форма на обща загуба на устойчивост в Ойлерова постановка (съответстваща на разглежданата конфигурация на странично подпиране), свързана с изкълчването на натиснатия пояс във или извън равнината на фермата.

За фермите от [1] без междинно странично подпиране на натиснатия пояс (фермите без подкоси) формата на еквивалентното геометрично несъвършенство е приета тук на базата на първата форма на загуба на устойчивост в Ойлерова постановка (вж. фиг. 5 и 7). При тази конфигурация на странично подпиране не е възможно изкълчване на натиснатия пояс в равнината на фермата, тъй като стройността му извън равнината превишава неколккратно стройността му в равнината на решетъчната греда.



Фиг. 5. Ферма без междинно странично подпирание на поясите: нормализирани странични премествания при първа форма на загуба на устойчивост $\eta_{cr,op}(x)$ (вляво) и фиктивни огъващи моменти извън равнината на фермата $EI\eta''_{cr,op}(x)$ (вдясно) в резултат на *LBA*



Фиг. 6. *GMNIA – EGI* на ферма без междинно странично подпирание на поясите: зависимост между концентрираната сила P и максималното преместване на натиснатия пояс извън равнината на фермата

В експерименталното изследване от [1] при фермите с междинно странично подпирание на натиснатия пояс (фермите с подкоси) се наблюдава изкълчване на натиснатия пояс както в равнината на фермата, така и извън нея. Това на пръв поглед е озадачаващо от гледна точка на *LBA*, тъй като стройността на натиснатия пояс извън равнината на фермата е с около 40 % по-висока от стройността му в равнината ѝ (вж. т. 4.3). Както ще видим по-нататък, за изкълчването на пояса в равнината на фермата допринасят огъващите моменти в тази равнина, чието влияние не е възможно да се оцени с *LBA*. В *GMNIA – EGI*, извършен в настоящата работа, са разгледани два варианта за форма на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство на пояса на фермите с междинно странично подпирание на натиснатия пояс:

- Форма на дъговото геометрично несъвършенство на пояса на базата на първата форма на загуба на устойчивост в Ойлера постановка при действителното странично подпирание от експерименталната постановка, при която се наблюдава изкълчване на натиснатия пояс в средата на фермата извън равнината ѝ, между точките с междинно странично подпирание (фиг. 9). В този случай *GMNIA* се провежда на базата на пространствен изчислителен модел.

- Форма на дъговото геометрично несъвършенство на пояса на базата на първата форма на загуба на устойчивост в Ойлерова постановка при условно ограничено странично преместване на възлите от числения модел, при която се наблюдава изкълчване на натиснатия пояс в равнината на фермата, между фермовите възли (фиг. 11). В този случай *GMNIA* се провежда в равнината на фермата.

В контекста на EN 1993-1-1 [3] са налице две възможности за дефиниране на амплитудата на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство за изследване на огъвната форма на загуба на устойчивост на централно натиснати стоманени елементи с помощта на *GMNIA* – *EGI*.

Едната от тях е тя да се приеме съгласно приблизителните табулирани стойности, дадени в т. 5.3.2(3) и табл. 5.1 от [3]. Там амплитудата на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство зависи от „вида на анализа“ („еластичен“ или „пластичен“) и от кривата на изкълчване при централен натиск, съответстваща на напречното сечение и оста на изкълчване на изследвания елемент. Въз основа на уточняващи текстове от немското национално приложение DIN EN 1993-1-1/NA:2015-08 [15], *Draganov* [16] отбелязва, че под „еластичен“ или „пластичен анализ“ в табл. 5.1 от [3] следва да се има предвид „използване на носещата способност на напречното сечение в еластичен или пластичен стадий“.

Предписаните в табл. 5.1 от EN 1993-1-1 [3] стойности на амплитудата на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство не зависят от стройността на елемента. *Walport et al.* [17] уточняват, че те са предназначени за изследване на ставно свързани в краищата си изолирани елементи с постоянна по дължината им осова сила с помощта на геометрично нелинеен еластичен анализ с отчитане на началните геометрични несъвършенства (*Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections included, GNIA*). При това носещата способност на нецентрален натиск на напречното сечение следва да се доказва с консервативното правило за линейно сумиране на коефициентите на използваемост на напречното сечение при съвместно действие на огъващ момент и осова сила, дадено чрез (6.2) от [3]. Съгласно табл. 5.1 от [3] за елементи от студеноформувани затворени профили (крива на изкълчване „c“) и „пластичен анализ“ би могло да се приеме амплитуда на еквивалентното геометрично несъвършенство, равна на 1 / 150 от разстоянието между странично укрепените точки.

Друга възможност за дефиниране на амплитудата на *EGI*, разработена в оригиналния си вид за равнинни конструкции [4], изследвани с *GNIA*, е дадена в т. 5.3.2(11) на EN 1993-1-1 [3]. Тя разглежда използването на еквивалентно начално геометрично „единно общо и местно несъвършенство“ (*unique global and local (UGLI) imperfection*) на базата на еластична форма на обща загуба на устойчивост $\eta_{cr}(x)$. Ако приемем, че коефициентът на сигурност по материал $\gamma_{M1} = 1$, амплитудата на *UGLI*-несъвършенството за изследваните ферми $\eta_{0,m}$ (асоциираща се тук с критичното сечение m в средата на натиснатия пояс) може да се определи по формулата [4]

$$\eta_{0,m} = e_{0d,m} \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''(x_m)|} |\eta_{cr}(x_m)|, \quad (1)$$

където $N_{cr,m} = \alpha_{cr} N_{Ed,m}$ е критичната осова сила в критичното напречно сечение m ;
 α_{cr} е критичният множител на натоварването;

$N_{Ed,m}$ е осовата сила в критичното сечение в средата на натиснатия пояс;

$I_m = I$ е инерционният момент на критичното напречно сечение m ;

$E I_m |\eta_{cr}''(x_m)|$ е абсолютната стойност на фиктивния огъващ момент в критичното сечение m в резултат на $\eta_{cr}(x)$, без да се отчитат осовите сили;

$|\eta_{cr}(x_m)|$ е максималното преместване от формата на загуба на устойчивост $\eta_{cr}(x)$, асоцииращо се тук с критичното напречно сечение в средата на натиснатия пояс;

$e_{0d,m}$ е базовата амплитуда на несъвършенството, отнасяща се за праволинеен елемент от еластичен материал със стави в двата му края и с дължина, равна на изкълчвателната, натоварен с постоянна по дължината си осова сила и изследван с отчитане на ефектите от втори ред, при условие че носещата способност на нецентричен натиск на напречното сечение се определя чрез (6.2) от EN 1993-1-1 [3]; при $\bar{\lambda}_m > \bar{\lambda}_0$ $e_{0d,m}$ се определя по формулата

$$e_{0d,m} = \alpha_m (\bar{\lambda}_m - \bar{\lambda}_0) \frac{M_{Rk,m}}{N_{Rk,m}}, \quad (2)$$

където α_m е коефициентът за несъвършенство за кривата на изкълчване, съответстваща на критичното напречно сечение (за студеноформувани затворени профили – крива „с“, за която $\alpha_m = 0,49$ [3]);

$\bar{\lambda}_0 = 0,2$ е условната стройност, под чиято стойност не се наблюдава изкълчване;

$\bar{\lambda}_m$ е условната стройност, определяна по формулата

$$\bar{\lambda}_m = \sqrt{\frac{N_{Rk,m}}{N_{cr,m}}}, \quad (3)$$

където $M_{Rk,m}$ и $N_{Rk,m}$ са съответно характеристичните носещи способности на огъване (в случая – в пластичен стадий) и на натиск на критичното напречно сечение.

Стойностите на диаграмите на фиктивните огъващи моменти $E I \eta_{cr}''(x_m)$, получени от числения модел в резултат на *LBA*, зависят от начина, по който са нормализирани формите на загуба на устойчивост в Ойлерова постановка. В настоящата работа е прието, че максималното по абсолютна стойност преместване от дадена форма на загуба на устойчивост в Ойлерова постановка във или извън равнината на фермата $|\eta_{cr}(x_m)| = 1$ cm.

4. Основни резултати от численото моделиране на фермите с различни конфигурации на странично подпирание

4.1. Ферма без междинно странично подпирание на поясите

На фиг. 5 са показани резултатите от *LBA*, в случай че липсват междинни странични подпирания на поясите. Неукрепената дължина на пояса извън равнината на

фермата е $L_{op} = 440$ cm. На фиг. 5, вляво, са показани нормализираните премествания $\eta_{cr,op}(x)$ извън равнината на фермата при първа форма на загуба на обща устойчивост в Ойлерова постановка. Критичната стойност на концентрираната сила е $P_{cr} = 25,8$ kN – близка до експериментално определената минимална гранична сила. Критичната стойност на осовата сила в натиснатия пояс е $N_{cr,op} = 3,4P_{cr} = 88$ kN. Изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата, определена по формулата

$$L_{cr,op} = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{cr,op}}}, \quad (4)$$

е $L_{cr,op} = 135$ cm, която е около $0,30L_{op}$ и кореспондира добре с максималната изкълчвателна дължина за тази конфигурация на странично подпирание, получена експериментално в [1]. На базата на *LBA* условната стройност на пояса извън равнината на фермата е $\bar{\lambda}_{op} = 1,33$. Ако се използва крива на изкълчване „c“, граничната носеща способност на натиск на пояса съгласно т. 6.3.1 на [3] е $N_{b,R,EC3} = \chi A f_y = 63$ kN. Така граничната концентрирана сила съгласно нормите [3] е $P_{R,EC3} = 18,5$ kN – около 72 % от експериментално получената минимална гранична сила 25,7 kN (табл. 1).

Ако не се използва *LBA*, а изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на [3], равна на $0,90L_{op}$, условната стройност ще бъде $\bar{\lambda}_{op} = 3,93$. Граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [3] би се получила $P_{R,EC3} = 2,8$ kN, което е значително подценяване на носещата способност на фермата – фиг. 6.

На фиг. 5, вдясно, са показани по вид диаграмите на фиктивните огъващи моменти $EI \eta_{cr,op}''(x)$ в елементите на фермата извън равнината ѝ, получени от *LBA* за изследваната форма на загуба на устойчивост. Максималният фиктивен огъващ момент в критичното сечение в средата на горния пояс е 12,9 kNcm. Амплитудата на *EGI*, определена по форм. (1), е $\eta_{0,m} = 4,60$ cm (приблизително $L_{op}/100$). Проведеният с нея *GMNIA – EGI* предсказва гранична концентрирана сила 18,9 kN (фиг. 6). Тя е близка до граничната концентрирана сила $P_{R,EC3}$, определена съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1, в случай че се използва изкълчвателната дължина на пояса на база *LBA* и крива на изкълчване „c“, но е с около 35 % по-ниска от експериментално получената в [1] минимална гранична концентрирана сила.

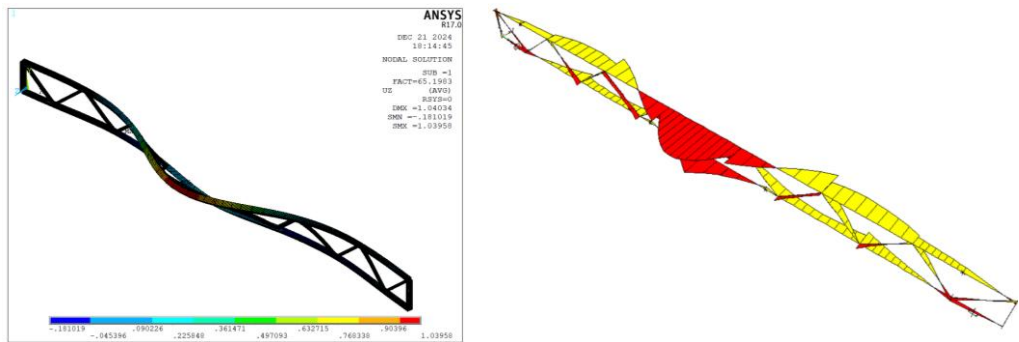
При фермата с относително най-строен пояс използването на *EGI* с амплитуда съгласно форм. (1) в нелинейния анализ води до твърде големи гранични странични премествания на натиснатия пояс (до около 1/35 от странично неукрепената му дължина), съответстващи на носещата способност $P_{R,EC3}$ съгласно [3], определена с изкълчвателната дължина на база *LBA*.

По итерационен път бе установено, че ако амплитудата на еквивалентното геометрично несъвършенство е около $L_{op}/3000$, граничната концентрирана сила, получена от *GMNIA – EGI*, е около 25 kN – фиг. 6. Тя е близка до минималната стойност на експериментално установената гранична концентрирана сила $P_{ult, test} = 25,7$ kN

(табл. 1). Вероятно реалната амплитуда на геометричното несъвършенство на експерименталния образец е значително по-малка от максимално допустимата съгласно [13]. Възможно е и действителната форма на геометричното несъвършенство да е различна от заложената в изчислителния модел. Съществува и вероятност за изследваната ферма границата за провлачане на пояса да е по-висока от възприетата в изчислителния модел осреднена стойност. Не е изключена и известна неточност в измерването на граничната сила в [1].

4.2. Ферма с междинно странично подпирание от століци по долния опънат пояс

На фиг. 7 са показани резултатите от *LBA*, в случай че липсва директно междинно странично подпирание на натиснатия пояс, но е налице междинно странично подпирание от століци по опънатия пояс (фиг. 1). И в този случай неукрепената дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата е $L_{op} = 440$ cm. На фиг. 7, вляво, са показани нормализираните премествания $\eta_{cr,op}(x)$ извън равнината на фермата при първа форма на загуба на обща устойчивост в Ойлерова постановка.

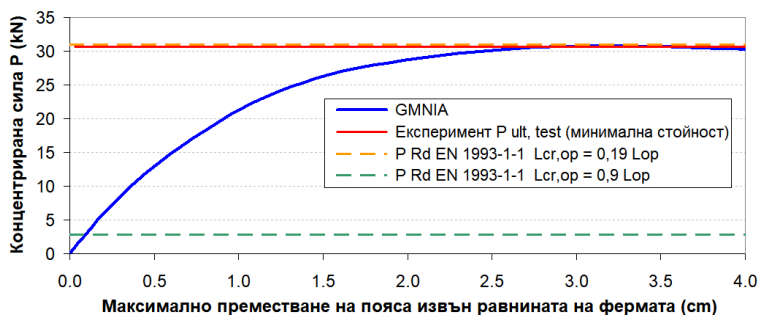


Фиг. 7. Ферма с междинно странично подпирание от століци по долния опънат пояс: нормализирани странични премествания при първа форма на загуба на устойчивост $\eta_{cr,op}(x)$ (вляво) и фиктивни огъващи моменти извън равнината на фермата $EI\eta''_{cr,op}(x)$ (вдясно) в резултат на *LBA*

Критичната концентрирана сила е $P_{cr} = 65,2$ kN. Критичната стойност на осовата сила в натиснатия пояс е $N_{cr,op} = 3,4P_{cr} = 221,7$ kN. Съответстващата ѝ изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата е $L_{cr,op} = 85$ cm, или около $0,19L_{op}$ и кореспондира добре с минималната изкълчвателна дължина за тази конфигурация на странично подпирание, получена експериментално в [1]. На базата на *LBA* условната стройност на пояса извън равнината на фермата е $\bar{\lambda}_{op} = 0,85$. Ако се използва крива на изкълчване „c“, граничната носеща способност на натиск на пояса съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [3] е $N_{b,R,EC3} = \chi A f_y = 106$ kN. Така граничната концентрирана сила съгласно [3] е $P_{R,EC3} = 31$ kN – тя кореспондира добре с експериментално получената минимална гранична сила 30,7 kN (вж. табл. 2 и фиг. 8).

Ако не се използва LBA , а изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на EN 1993-1-1 [3], равна на $0,90L_{op}$, условната стройност ще бъде $\bar{\lambda}_{op} = 3,93$ – вж. т. 4.1. Граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на [3] би се получила $P_{R,EC3} = 2,8 \text{ kN}$, което е драстично подценяване на носещата способност на фермата – фиг. 8.

На фиг. 7, вдясно, са показани по вид диаграмите на фиктивните огъващи моменти $EI\eta''_{cr,op}(x)$ в елементите на фермата извън равнината ѝ, получени от LBA за изследваната форма на загуба на устойчивост. Максималният фиктивен огъващ момент в критичното сечение в средата на горния пояс е 51 kNm . Амплитудата на $EI\eta$, определена по форм. (1) е $\eta_{0,m} = 1,90 \text{ cm}$ (приблизително $L_{op} / 230$). С нея $GMNIA - EGI$ предсказва гранична концентрирана сила $30,7 \text{ kN}$. Тя е сходна с граничната концентрирана сила $P_{R,EC3}$, определена съгласно т. 6.3.1 на EN 1993-1-1, в случай че се използва изкълчвателната дължина на пояса на базата на LBA и крива на изкълчване „с“, като е на практика идентична с експерименталния резултат – фиг. 8.



Фиг. 8. $GMNIA - EGI$ на ферма с междинно странично подпирание от столъци по долния опънат пояс: зависимост между концентрираната сила P и максималното преместване на натиснатия пояс извън равнината на фермата

4.3. Ферма с междинно странично подпирание от столъци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс

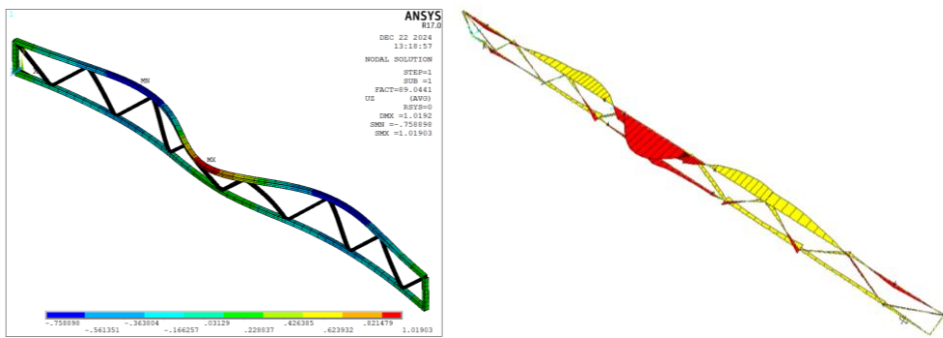
4.3.1. При изкълчване на пояса извън равнината на фермата

На фиг. 9 са показани резултатите от LBA , в случай че е налице междинно странично подпирание от столъци по опънатия пояс, а от столъците са спуснати подкоси, укрепяващи странично натиснатия пояс. В този случай неукрепената дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата е $L_{op} = 120 \text{ cm}$. На фиг. 9, вляво, са показани нормализираните премествания $\eta_{cr,op}(x)$ извън равнината на фермата при първа форма на загуба на обща устойчивост в Ойлерова постановка. Критичната стойност на концентрираната сила $P_{cr} = 89 \text{ kN}$. Критичната стойност на осовата сила в натиснатия пояс е $N_{cr,op} = 3,4P_{cr} = 302,6 \text{ kN}$. Изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата е $L_{cr,op} = 73 \text{ cm}$, която е около $0,61L_{op}$. Тя кореспондира добре с определената в [1] (на базата на експериментите и формулировката на коефициента на

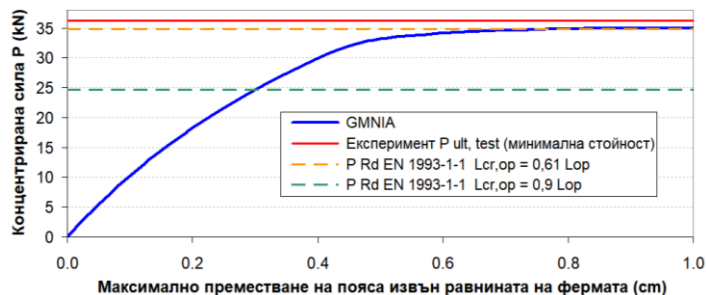
изкълчване съгласно американските норми) осреднена изкълчвателна дължина извън равнината на фермата $0,64L_{op}$. Максималната изкълчвателна дължина от [1] е около $0,71L_{op}$ (табл. 3) – по-голяма от получената с *LBA*. Това може да се обясни с разликата в коефициента на изкълчване съгласно американските норми, използван в [1], и коефициента на изкълчване съгласно EN 1993-1-1, използван в настоящата работа.

На базата на *LBA* условната стройност на пояса извън равнината на фермата е $\bar{\lambda}_{op} = 0,73$. Ако се ползва крива на изкълчване „c“, граничната носеща способност на натиск на пояса съгласно EN 1993-1-1 [3] е $N_{b,R,EC3} = \chi A f_y = 118$ kN. Така граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на нормите [3] е $P_{R,EC3} = 34,8$ kN – тя кореспондира добре с експериментално получената минимална гранична сила 36,2 kN (вж. табл. 3).

Ако не се използва *LBA*, а изкълчвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на [3], равна на $0,90L_{op}$, условната стройност ще бъде $\bar{\lambda}_{op} = 1,07$. Граничната концентрирана сила съгласно т. 6.3.1 на [3] би се получила $P_{R,EC3} = 24,7$ kN, което е 68 % от експериментално получената стойност (фиг. 10).



Фиг. 9. Ферма с междинно странично подпиране от столци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс: нормализирани странични премествания при първа форма на загуба на устойчивост $\eta_{cr,op}(x)$ (вляво) и фиктивни огъващи моменти извън равнината на фермата $EI\eta''_{cr,op}(x)$ (вдясно) в резултат на *LBA*



Фиг. 10. *GMNIA – EGI* на ферма с междинно странично подпиране от столци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс: зависимост между концентрираната сила *P* и максималното преместване на натиснатия пояс при изкълчването му извън равнината на фермата

На фиг. 9, вдясно, са показани по вид диаграмите на фиктивните огъващи моменти $EI\eta_{cr,op}''(x)$ в елементите на фермата извън равнината ѝ, получени от *LBA* за изследваната форма на загуба на устойчивост. Максималният фиктивен огъващ момент в критичното сечение в средата на горния пояс е 152 kNcm. Амплитудата на *EGI*, определена по форм. (1), е $\eta_{0,m} = 0,72$ cm (приблизително $L_{op}/166$). С нея *GMNIA* – *EGI* предсказва гранична концентрирана сила 35 kN, близка до експерименталната стойност.

4.3.2. При изкълчване на пояса в равнината на фермата

На фиг. 11 са показани резултатите от *LBA* в равнината на фермата, в случай че е налице междинно странично подпирание от століци по опънатия пояс, а от століците са спуснати подкоси, укрепяващи странично натиснатия пояс. В този случай неукрепената дължина на натиснатия пояс в равнината на фермата е $L_{ip} = 71,7$ cm. Преместванията извън равнината на фермата са ограничени в числения модел. На фиг. 11, вляво, са показани нормализираните премествания $\eta_{cr,ip}(x)$ в равнината на фермата при първа форма на загуба на обща устойчивост в Ойлерова постановка. Критичната стойност на концентрираната сила е $P_{cr} = 190$ kN. Критичната стойност на осовата сила в натиснатия пояс е $N_{cr,ip} = 3,4P_{cr} = 646$ kN. Изкълчвателна дължина на пояса в равнината на фермата, определена на база *LBA* по формулата

$$L_{cr,ip} = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{cr,ip}}}, \quad (5)$$

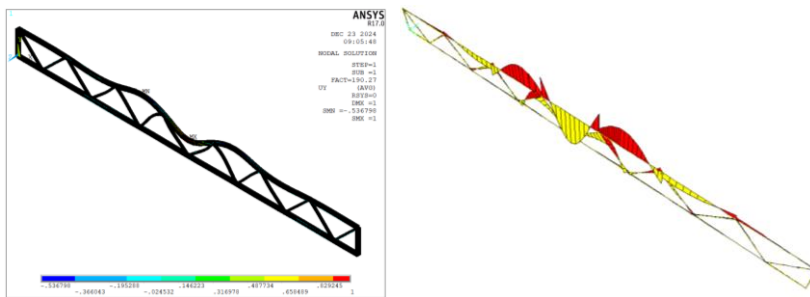
е със стойност $L_{cr,ip} = 50$ cm или $0,70L_{ip}$ – по-малка от предложената в работата на *Patmaik & Srivastan* [1] изкълчвателна дължина $1,00L_{ip}$. На базата на *LBA* условната стройност на пояса в равнината на фермата е $\bar{\lambda}_{ip} = 0,50$. Граничната носеща способност на центричен натиск на пояса съгласно т. 6.3.1 на [3] е $N_{b,R,EC3} = \chi Af_y = 141$ kN. Така граничната концентрирана сила съгласно нормите [3] е $P_{R,EC3} = 41,5$ kN. Тя е с 6 % по-голяма от минималната експериментално получена гранична сила 39,2 kN (вж. табл. 3). Считам, че споменатото несъответствие спрямо експерименталния резултат се дължи на огъващите моменти в пояса, действащи в равнината на фермата, които не се отчитат при определянето на носещата способност на пояса като центрично натиснат елемент.

Ако с изкълчвателната дължина $L_{cr,ip} = 0,70L_{ip}$, получена на базата на *LBA*, поясът се провери в равнината на фермата като нецентрично натиснат елемент съгласно т. 6.3.3 на EN 1993-1-1 [3] с осова сила $N_E = 133$ kN и огъващ момент $M_E = 19,6$ kNcm (в резултат на непрекъснатостта на пояса, опъващ долни нишки), получени от линейния статичен анализ в равнината на фермата (без начално несъвършенство и при липса на ексцентрицитети във фермовите възли), съответстващи на експериментално определената минимална гранична концентрирана сила $P = 39,2$ kN, би се получил следният коефициент на използваемост *CR* (*capacity ratio*) на елемента:

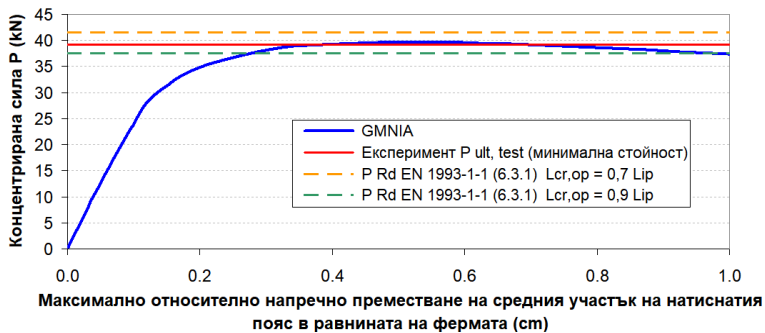
$$CR = \frac{N_E}{N_{b,R}} + k_{yy} \frac{M_E}{M_{pl,R}} = \frac{133}{141} + 1,28 \frac{19,6}{232} = 1,05 > 1. \quad (6)$$

Проверката на пояса на нецентричен натиск съгласно нормите [3] дава резултат, който е в полза на сигурността. Тук $M_{pl,R} = 232 \text{ kNcm}$ е носещата способност на огъване на напречното сечение на пояса в пластичен стадий, а $k_{yy} = 1,28$ е коефициент, изчислен съгласно табл. B1 на [3], отчитащ ефектите от втори ред и вида на моментната диаграма. Последната в случая е с постоянна стойност в рамките на междувъзловия участък от пояса в средата на фермата. При отчитане на ексцентрицитет във фермовите възли $e_0^+ = 0,25h_0$ би се получил огъващ момент в пояса $M_E = 30 \text{ kNcm}$, а коефициентът на използваемост CR би достигнал 1,10, увеличавайки консервативността на опростената нормативна методика от т. 6.3.3 на EN 1993-1-1 [3] в конкретния случай.

Ако не се използва LBA , а изключвателната дължина на пояса се приеме съгласно опростените препоръки на EN 1993-1-1 [3], равна на $0,90L_{ip}$, условната стройност ще бъде $\bar{\lambda}_{ip} = 0,64$. Граничната концентрирана сила на базата на т. 6.3.1 на [3] ще бъде $P_{R,EC3} = 37,5 \text{ kN}$ (фиг. 12). Тя е с 5 % в полза на сигурността спрямо минималния експериментален резултат (39,2 kN). Видно е, че консервативното приемане на коефициент за определяне на изключвателна дължина в равнината на фермата, равен на 0,9, в случая компенсира неотчитането на огъващите моменти в натиснатия пояс, действащи в равнината на решетъчната греда.



Фиг. 11. Ферма с междинно странично подпиране от столци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс: нормализирани премествания в равнината на фермата при първа форма на загуба на устойчивост $\eta_{cr, ip}(x)$ (вляво) и фиктивни огъващи моменти в равнината на фермата $E I \eta''_{cr, ip}(x)$ (вдясно) в резултат на LBA



Фиг. 12. $GMNIA - EGI$ на ферма с междинно странично подпиране от столци по долния опънат пояс и подкоси към горния натиснат пояс: зависимост между концентрираната сила P и максималното относително напречно преместване на натиснатия пояс при изключването му в равнината на фермата

На фиг. 11, вдясно, са показани по вид диаграмите на фиктивните огъващи моменти $EI \eta''_{cr,op}(x)$ в елементите на фермата в равнината ѝ, получени от *LBA* за изследваната форма на загуба на устойчивост. Максималният фиктивен огъващ момент в критичното сечение в средата на горния пояс е 384 kNcm. Амплитудата на *EGI*, определена по форм. (1), е $\eta_{0,m} = 0,34$ cm (приблизително $L_{ip} / 210$). С нея *GMNIA – EGI* без възлови ексцентрицитети предсказва гранична концентрирана сила 39,6 kN – близка до минималната експериментална стойност (фиг. 12). Отчитането на евентуални възлови ексцентрицитети със стойност $e_0^+ = 0,25h_0$ в *GMNIA – EGI* води до подценяване на граничната концентрирана сила само с около 2 %.

5. Основни изводи

С помощта на *LBA* може да се определи по-реалистична изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата с елементи от стоманени затворени кухи профили. Горното важи в най-голяма степен в случая на ферми без директно междинно странично подпирание на натиснатия пояс, включително когато е предвидено междинно странично подпирание само на опънатия пояс на фермата. В тези случаи опростеното приемане на коефициент 0,9 за определяне на изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата съгласно EN 1993-1-1 е прекалено консервативно.

От друга страна полученият на базата на *LBA* коефициент 0,7 за определяне на изкълчвателната дължина на пояса в равнината на фермата води до преувеличаване с около 6 % на носещата му способност на центричен натиск съгласно т. 6.3.1 на [3]. Той води до предсказване на консервативна носеща способност на пояса, в случай че поясът се проверява като нецентрично натиснат елемент съгласно т. 6.3.3 на [3], т.е. с отчитане на огъващите моменти в равнината на фермата при наличния ориентиран напречен възлов ексцентрицитет $e_0^+ = 0,25h_0$. Ако поясът се проверява в равнината на фермата като центрично натиснат елемент съгласно т. 6.3.1 на [3], то коефициентът за определяне на изкълчвателна дължина в равнината на фермата 0,9 съгласно [3] предсказва носеща способност на натиск, която е в полза на сигурността.

Нелинейният анализ с еквивалентно геометрично несъвършенство (*GMNIA – EGI*) с амплитуда на несъвършенството съгласно т. 5.3.2(11) на [3], води до много добро предсказване на носещата способност на натиснатия пояс на експериментално изследваните в [1] решетъчни греди при наличие на междинно странично подпирание на единия или двата пояса. За фермата без междинно странично подпирание *GMNIA – EGI* с амплитуда на несъвършенството, изчислена съгласно т. 5.3.2(11) на [3], както и методиката за определяне на носеща способност при центричен натиск на т. 6.3.1 на EN 1993-1-1 [3], водят до консервативна (спрямо експерименталния резултат) оценка на носещата способност при изкълчване на пояса извън равнината на фермата. За тази ферма прави впечатление прекомерното странично преместване на натиснатия пояс, което се предсказва от *GMNIA – EGI*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Patnaik, A., Srivatsan, T. S.* Effective Lengths of Members in Parallel Chord Trusses Made from Hollow Structural Sections. // *Current Trends in Civil & Structural Engineering*, 2023, 9(5).
2. ANSI/AISC 360. Specification for Structural Steel Buildings. 2022.
3. EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3. Design of steel structures – General rules and rules for buildings.
4. *Baláž, I., Koleková, Y., Agüero, A., Balážová, P.* Consistency of Imperfections in Steel Eurocodes. // *Appl. Sci.* 2023, 13, 554.
5. AS/NZS 1163:2009. Cold formed structural steel hollow sections.
6. <https://www.ansys.com>, poseten na 18.08.2024.
7. <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>, poseten na 11.08.2024.
8. *Mohan, M., Wilkinson, T.* Identification of parameters for continuum damage mechanics of ductile damage evolution of cold formed Grade C450 steel rectangular hollow sections. Proceedings of the 6th. International Symposium on Tubular Structures, pp. 605 – 613, Melbourne, Australia, 1994.
9. *Sun, M.* Mechanical Behaviour of Cold-Formed Hollow Structural Section Material. PhD Thesis, University of Toronto, 2014.
10. prEN 1993-1-14:2023. Eurocode 3 – Design of steel structures. Part 1-14: Design assisted by finite element analysis.
11. EN 1993-1-8. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints. 2005.
12. ESDEP WG 6. Lecture 6.6.1: Buckling of real structural elements I. <https://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~pmoze/esdep/master/wg06/10610.htm>, poseten na 11. 08. 2024.
13. EN 1090-2:2018. Execution of steel structures and aluminium structures – Part 2: Technical requirements for steel structures.
14. *Tong, L., Hou, G., Chen, Y., Zhou, F., Shen, K., Yang, A.* Experimental investigation on longitudinal residual stresses for cold-formed thick walled square hollow sections. // *Journal of constructional steel research*, 2012, 73: 105 – 116.
15. DIN EN 1993-1-1/NA:2015-08. Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
16. *Draganov, N.* Evrokod 3: BDS EN 1993-1-1. Proektirane na stomaneni konstruktsii na sgradi. Komentari, primeri, preporaki. Sofia, 2016.
17. *Walport, F., Gardner, L., Nethercot D. A.* Equivalent bow imperfections for use in design by second order inelastic analysis. // *Structures*, 2020, 26: 670 – 685.

A NUMERICAL STUDY ON FLEXURAL BUCKLING OF COMPRESSION CHORD OF PLANAR STATICALLY LOADED STEEL TRUSSES MADE OF SHS MEMBERS – PART 1

Ch. Penelov¹

Keywords: steel trusses, flexural buckling, numerical modelling

ABSTRACT

The results of a finite element study on the flexural buckling resistance of the chords of planar steel lattice girders (trusses) with cold-formed square hollow section members are presented. The trusses are statically loaded with a vertical force at the mid-span. They have different lateral bracing configurations. The load-carrying capacities obtained from nonlinear analysis with equivalent geometric imperfection of the trusses are compared with existing experimental results as well as with load-carrying capacities according to clause 6.3 of EN 1993-1-1.

¹Chavdar Penelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, UACEG, 1 H. Smirrenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: penelov_fce@uacg.bg