



DOI: [10.71167/uaceg.2025.580410](https://doi.org/10.71167/uaceg.2025.580410)

Получена: 11.09.2025 г.

Приета: 06.10.2025 г.

## ЧИСЛЕНО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ ОБЩАТА УСТОЙЧИВОСТ НА ЦЕНТРИЧНО НАТИСНАТИ СТОМАНЕНИ ЕЛЕМЕНТИ ОТ СТУДЕНОФОРМУВАНИ RHS И SHS ПРОФИЛИ С ИЗПОЛЗВАНЕ НА ЕФЕКТИВЕН МОДЕЛ НА МАТЕРИАЛА, ОТЧИТАЩ ОСТАТЪЧНИТЕ НАПРЕЖЕНИЯ

Ч. Пенелов<sup>1</sup>

*Ключови думи:* числено моделиране, изкълчване, затворени стоманени профили

### РЕЗЮМЕ

В настоящата статия са представени резултати от геометрично и физично нелинеен анализ на 15 центрично натиснати стоманени колони от студеноформувани профили с правоъгълно и квадратно затворено напречно сечение. В анализа са използвани гредови крайни елементи. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на ефективен модел на материала, отчитащ намаляването на границата на пропорционалност между напрежения и деформации вследствие на наличието на остатъчни нормални напрежения. Амплитудите на началните геометрични несъвършенства на колоните са зададени на базата на действителните експериментално измерени стойности. Носещите способности и максималните странични премествания при изкълчването на колоните, получени от нелинейния анализ, са съпоставени с резултатите от съществуващо експериментално изследване на колоните.

### 1. Въведение

С развитието на компютърния софтуер и хардуер геометрично и физично нелинейният анализ с отчитане на началните геометрични несъвършенства (*Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections included, GMNIA*)

---

<sup>1</sup> Чавдар Пенелов, гл. ас. д-р инж., кат. „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: [penelov\\_fce@uacg.bg](mailto:penelov_fce@uacg.bg)

намира все по-широко приложение при проектирането на стоманени конструкции. При нестандартни схеми на натоварване и подпирание *GMNIA* дава възможност да се преодолеят ограниченията и присъщия консерватизъм на опростените традиционни методи за изследване на общата устойчивост на стоманени елементи, залегнали в нормите. Когато геометричната нелинейност и ефектите от началните несъвършенства (геометричните несъвършенства и остатъчните напрежения) са отчетени в анализа, оценката на носещата способност на натиснатите елементи при огъвна (равнинна) форма на загуба на обща устойчивост се свежда до оценка на носещата способност на напречното сечение при нецентричен натиск, т.е. якостна проверка.

Геометричните несъвършенства, основани на допустимите геометрични отклонения съгласно продуктовите стандарти и стандартите за изпълнение, би следвало в нелинейния анализ да се отчитат съвместно с остатъчните напрежения вследствие от производството на стоманените елементи. Остатъчните нормални напрежения (в най-голяма степен тези по направление на надлъжната ос на елементите) оказват влияние върху носещата способност на елементите на натиск [1]. Към днешна дата не съществува утвърдена нормативна методика за директно аналитично дефиниране на остатъчните напрежения в елементите от стоманени студеноформувани затворени профили за целите на численото им моделиране по МКЕ. Експериментално е установено, че остатъчните нормални напрежения са нелинейно разпределени по периметъра и дебелината на студеноформувания затворен профил, със силно изразен принос на огъвната компонента на напреженията. Разпределението на остатъчните напрежения и максималните им абсолютни стойности зависят от технологията на производство, вида на напречното сечение и геометричните пропорции на затворения профил [2, 3].

При условие че не се използва по-точен метод за отчитането им, сумарните ефекти от геометричните несъвършенства и остатъчните напрежения върху поведението на стоманените конструкции могат съгласно EN 1993-1-1 [4] да се отчетат в нелинейния анализ с помощта на т. нар. еквивалентно геометрично несъвършенство (*equivalent geometric imperfection, EGI*). При изолирани елементи, странично подпрени в краищата си, *EGI* е във вид на дъгово геометрично несъвършенство. Съгласно [4] амплитудата на *EGI* се определя на базата на кривата на изкълчване при центричен натиск, като се използват т. 5.3.2(3) или т. 5.3.2(11) на стандарта.

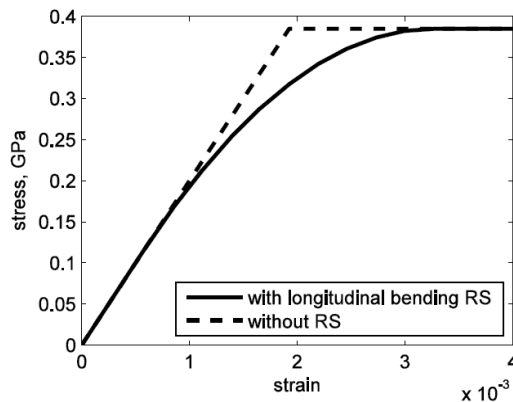
Следва да се има предвид, че предписаните в европейските норми [4] амплитуди на *EGI* са предназначени за целите на геометрично нелинеен еластичен анализ с отчитане на началните несъвършенства (*Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections included, GNIA*). При това носещата способност на нецентричен натиск на напречното сечение следва да се доказва с консервативното правило за линейно сумиране на коефициентите на използваемост на напречното сечение при съвместно действие на огъващ момент и осова сила, дадено с (6.2) от [3]. Поради липса на конкретни предписания в [4] споменатите амплитуди на *EGI* често в практиката се прилагат и когато численият модел отчита физичната нелинейност, т.е. и за целите на *GMNIA*.

Европейската концепция за отчитане на ефектите от остатъчните напрежения чрез *EGI* не е възприета в американската практика. Според американските норми [5] ефектите от остатъчните напрежения могат да се отчетат в *GMNIA* в явен вид (ако се използва числен анализ с разпределена пластичност) или чрез опростени нормативни предписания за редукция на коравината на елементите и носещата способност на натиск и огъване на напречното сечение. Началните геометрични несъвършенства се моделират с амплитуди съгласно допуските за производство и монтаж. Същевременно в [5] не се дават указания за дефиниране в явен вид на остатъчните нормални напрежения в студеноформуваните затворени профили.

Някои изследователи са настроени критично към концепцията за отчитане на остатъчните напрежения с помощта на *EGI*. Според *Jaamala et al.* [6] дадена конструкция може да бъде чувствителна или нечувствителна към началните геометрични несъвършенства, като ефектите от остатъчните напрежения могат да бъдат съответно преувеличени или подценени, когато се отчитат с помощта на *EGI*. Това твърдение се подкрепя от изследването на *Penelov* [7] от 2025 г., в което е показано, че нелинейният анализ с еквивалентно геометрично несъвършенство (*GMNIA – EGI*) съгласно нормите [4] е възможно да преувеличава значително граничните странични премествания на стройни натиснати пояси на ферми с елементи от стоманени SHS профили, с променлива по дължината на пояса осова сила между страничните укрепвания. Такива могат да бъдат например долните пояси на просто подпрени ферми, подложени на смучене от вятър.

В работите на *Blum* [8] и *Liu et al.* [9] е приложен приблизителен подход за числено моделиране, в случай че в *GMNIA* се използват гредови крайни фибро-елементи, даващи възможност за отчитане в анализа на разпределената пластичност по дължина на елемента. При този подход геометричните несъвършенства се приемат с амплитуди съгласно допуските за производство и монтаж, а ефектите от остатъчните напрежения в студеноформувани затворени профили се отчитат чрез модифициране на работната зависимост напрежения – относителни деформации на материала при едноосов опън/натиск (фиг. 1). Изследваният в [8, 9] материал е съответно с номинална условна граница на провлачане 350 MPa и 450 MPa. В работата на *Jaamala et al.* [6] е предложена подобна модифицирана работна зависимост на материала на студеноформувани правоъгълни затворени профили (RHS) от стомана S700H, която е наречена „ефективен модел на материала“ (*EMM*).

Модифицираните (ефективни) работни зависимости между напрежения и относителни деформации, предложени в [6, 8, 9], се характеризират с понижена граница на пропорционалност и заоблена форма в резултат на остатъчните напрежения. Те са получени на базата на обобщени статистически данни или по изчислителен път, на базата на емпиричен модел на разпределение на остатъчните нормални напрежения в студеноформувани затворени профили. За съжаление, резултатите от числените изследвания върху общата устойчивост на елементи и конструкции [6, 8, 9], основани на *EMM*, не са съпоставени с експериментални резултати.



**Фиг. 1. Ефективна работна зависимост между напрежения (*stress*) и относителни деформации (*strain*), отчитаща влиянието на остатъчните напрежения (*residual stress, RS*) в студеноформувани RHS профили с условна граница на провлачане 385 MPa (*Blum* [8])**

В настоящата работа с *GMNIA*, извършен с програмата *ANSYS* [10], са числено изследвани 15 стоманени центрично натиснати колони с напречно сечение от правоъгълни (RHS) и квадратни (SHS) студеноформувани затворени профили от стомана клас S355H/S420H. Колоните са експериментално изследвани в работата на *Meng et al.* [11]. Напречните сечения са от клас 1 съгласно EN 1993-1-1 [4], като не се очаква местна загуба на устойчивост преди изкълчването на колоните. В настоящото изследване колоните са моделирани с гредови крайни фибро-елементи. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на *EMM*, отчитащ намаляването на границата на пропорционалност на материала вследствие на наличието на остатъчни нормални напрежения в стоманените профили. Ефективната работна зависимост между нормални напрежения и относителни деформации е основана на резултатите [11] от стандартно експериментално изпитване на натиск на студеноформувани къси колони със затворено напречно сечение. С помощта на *EMM* е отчетена също така повишената средна условна граница на провлачане на напречното сечение като цяло (отчитаща по-високата условна граница на провлачане на материала в ъгловите зони на профила в резултата на студената обработка), както и уякчаването на материала след провлачане. В числения анализ от настоящата работа амплитудите на началните геометрични несъвършенства са възприети на базата на експериментално установените в [11] стойности. Отчетени са и действителните геометрични размери на затворените профили съгласно проведените в [11] измервания.

Основна цел на настоящата работа е на базата на експерименталните резултати да се покаже, че численото моделиране с гредови крайни фибро-елементи и *EMM*, отчитащ ефектите от остатъчните напрежения, е надежден подход за реалистична оценка на носещата способност и очакваните странични премествания на стоманени студеноформувани центрично натиснати RHS и SHS елементи, в случай че не се очаква местна загуба на устойчивост на стените на напречното им сечение.

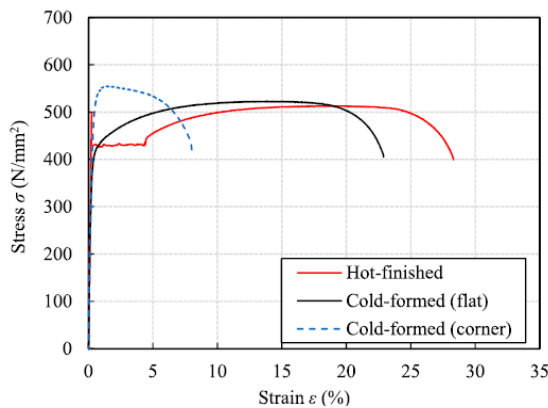
## **2. Кратко описание и основни резултати от изследването на студеноформувани RHS и SHS колони с напречни сечения клас 1, проведено от *Meng et al.***

### **2.1. Общи положения**

В работата на *Meng et al.* [11] е представено експериментално изследване на устойчивостта на центрично натиснати горещообработени и студеноформувани стоманени елементи със затворено правоъгълно (RHS), квадратно (SHS) и кръгло (CHS) напречно сечение. Част от елементите са тънкостенни, с напречно сечение клас 4 съгласно [4], като при тях *Meng et al.* изследват и влиянието на местната загуба на устойчивост на стените на напречното сечение върху общата загуба на устойчивост на елементите – тези елементи не са обект на разглеждане в настоящата работа. Горещообработените профили са от стомана S355NH, а студеноформуваните профили са от стомана клас S355J2H / S420MH (дуално сертифицирани).

Работната зависимост между нормални напрежения и относителни деформации на материала на профилите е определена в [11] на базата на изпитване на опън на 21 стандартни пробни тела. За RHS и SHS профилите пробните тела са изрязани както от плоските части на стените на профила, така и от ъгловите зони със закръгления. Установено е, че материалът на горещообработените профили се характеризира с ясно изразена точка на провлачане, следвана от площадка на провлачане, след която се наблюдава уякчаване (червената линия от фиг. 2). При материала на студеноформуваните RHS и SHS профили

не се наблюдава площадка на провлачане – наблюдава се характерно заобляне в работната зависимост на материала, а дуктилността е редуцирана в резултат на ефектите от студеното формуване. Това е илюстрирано с черната линия от фиг. 2, показваща работната зависимост на материала от плоските (*flat*) участъци на стените на профила. В ъгловите (*corner*) зони на студеноформуваните RHS и SHS профили, където ефектите от студената обработка са най-силно изразени, се наблюдава увеличаване на якостта на материала, съпътствано от драстично редуциране на дуктилността (синята прекъсната линия от фиг. 2). Материалът на студеноформуваните затворени профили се характеризира с понижена граница на пропорционалност в резултат на наличието на остатъчни напрежения, дължащи се на студената обработка. В [11] не са дадени числените стойности на границата на пропорционалност на материала на студеноформуваните RHS и SHS профили в плоските части на профила и в зоните на закръгленията. Същевременно работните зависимости на материала, получени от изпитването на опън на стандартни пробни тела, изрязани от стените на профила, са публикувани в [11] в твърде дребен мащаб (вж. фиг. 2), който не позволява границата на пропорционалност в плоските и ъгловите зони на студеноформуваните RHS и SHS профили да бъде определена по графичен път. По тази причина в настоящата работа оценката на границата на пропорционалност на материала на студеноформуваните профили е направена на базата на публикуваните в [11] изпитвания на натиск на къси колони (вж. т. 3).



**Фиг. 2. Зависимост между нормалните напрежения (*stress*) и относителни деформации (*strain*) на материала на горешообработени (*hot-finished*) профили и в плоските (*flat*) и ъгловите (*corner*) зони на студеноформуваните (*cold-formed*) затворени профили [11]**

Разпределението на геометричните несъвършенства в избрани SHS експериментални образци е определено на базата на 3D лазерно сканиране, с чиято помощ е дефинирана геометрията на външната повърхност на образците. Подробности за провеждането му читателят може да намери в [11]. Данните от сканирането са дискретизирани в поредица от външни контури на напречни сечения по дължината на колоната с разстояние между тях 1 mm. Предложен е подход за оценка на различните типове начални геометрични несъвършенства (отклонение от праволинейността – дъгово несъвършенство; усукване; отклонения от равнинността на стените на профила – вдлъбнатост или изпъкналост) на база данните от сканирането. Като цяло измерените амплитуди на началните геометрични несъвършенства са значително по-малки от предписаните в продуктите стандарти [12, 13] максимално допустими стойности.

## 2.2. Експериментално изследване на къси колони (*Meng et al.*)

С оглед на изследването на поведението на напречните сечения при местна загуба на устойчивост в [11] са проведени 6 изпитвания на центричен натиск на къси колони (*stub columns*) с различни напречни сечения. Дължината на късите колони е равна на около 3 пъти максималния габаритен размер на напречното сечение. В [11] са представени зависимостите между натисковата сила  $N_{stub}$  и къссяването  $\delta_{stub}$  на късите колони. Само при едно от сеченията (студеноформуван SHS профил с напречно сечение клас 4, който не е обект на разглеждане в настоящата работа) настъпва местна загуба на устойчивост преди достигането на пластичната носеща способност на натиск на напречното сечение. В табл. 1 са дадени измерените от *Meng et al.* геометрични характеристики на късите колони от студеноформувани RHS и SHS профили с напречни сечения клас 1, изпитани в [11] и разглеждани в настоящата работа. При тези данни площта на напречното сечение на профила SHS 100×100×8 е  $A = 26,8 \text{ cm}^2$ , а инерционният радиус е  $i = 3,69 \text{ cm}$ . Площта на напречното сечение на профила RHS 120×80×5 е  $A = 17,2 \text{ cm}^2$ , а инерционните радиуси са  $i_y = 4,38 \text{ cm}$  (спрямо силната ос) и  $i_z = 3,20 \text{ cm}$  (спрямо слабата ос).

**Таблица 1. Измерени геометрични характеристики на профилите на студеноформуваните RHS и SHS къси колони с напречно сечение клас 1 [11]**

Напречно сечение	Означение на късата колона [10]	Височина $H$ , mm	Ширина $B$ , mm	Външен радиус $R$ , mm	Вътрешен радиус $r$ , mm	Дебелина $t$ , mm	Дължина $L_{stub}$ , mm
SHS 100×100×8	CS1-SC	100,12	100,62	17,0	9,5	7,74	296,5
RHS 120×80×5	CR-SC	120,12	80,12	12,6	8,4	4,73	358,5

Тъй като при материала на студеноформуваните профили не се наблюдава ясно изразена площадка на провлачане, условната граница на провлачане на материала следва да се дефинира като нормално напрежение, съответстващо на 0,2 % остатъчна относителна деформация. В табл. 2 са дадени експериментално определените стойности на модула на еластичност  $E$ , условната граница на провлачане  $f_y$  и якостта на опън  $f_u$  на материала на студеноформуваните профили на късите колони. Те са определени в [11] на базата на изпитване на опън на стандартни пробни тела, изрязани от плоските участъци ( $f_{y,f}$ ,  $f_{u,f}$ ) и от ъгловите зони ( $f_{y,c}$ ,  $f_{u,c}$ ) на RHS и SHS профилите.

**Таблица 2. Експериментално определени (на базата на изпитване на опън на пробни тела, изрязани от стените на профила) характеристики на материала на студеноформуваните RHS и SHS къси колони с напречно сечение клас 1 [11]**

Напречно сечение	В плоските участъци <sup>1</sup>			В зоните на закръгленията <sup>2</sup>		
	$E$ , GPa	$f_{y,f}$ , MPa	$f_{u,f}$ , MPa	$E$ , GPa	$f_{y,c}$ , MPa	$f_{u,c}$ , MPa
SHS 100×100×8	201,0	473,8	561,7	203,6	554,5	633,0
RHS 120×80×5	203,2	457,8	536,2	195,8	494,2	557,4

*Забележки:*

1. Характеристиките на материала в плоските участъци на стените на профила са осреднени на базата на четири пробни тела за всеки профил.
2. Характеристиките на материала в зоните на закръгленията са определени на базата на изпитване на едно пробно тяло за всеки профил.

Класификацията на напречните сечения в работата на *Meng et al.* [11] е извършена на базата на условната граница провлачане на материала в плоските участъци на стените на профила, като  $\varepsilon = (235 / f_{y,f})^{0.5}$ . В [11] е прието, че свободната ширина на стените на напречното сечение се определя, като се отчете наличието на външните радиуси на закръгление в ъглите на профила, т.е.  $c = B - 2R$ . Определената съгласно нормите [4] стройност на стените на напречното сечение  $c / t\varepsilon$  е по-малка от 33 (табл. 1), от което следва, че напречните сечения на разглежданите тук профили са клас 1.

В работата на *Meng et al.* [11] носещата способност на натиск съгласно нормите [4] на експериментално изследваните къси и дълги колони от студеноформувани RHS и SHS е изчислена с помощта на среднопотеглената стойност на условната граница на провлачане (*weighted average yield strength*) на напречното сечение, определена по формулата

$$f_{y, Meng} = \frac{(A_c + 16t^2) f_{y,c} + (A - A_c - 16t^2) f_{y,f}}{A}, \quad (1)$$

където  $f_{y, Meng}$  е среднопотеглената стойност на условната граница на провлачане;

$A_c$  – общата площ на напречното сечение на зоните на закръгленията в ъглите на профила;

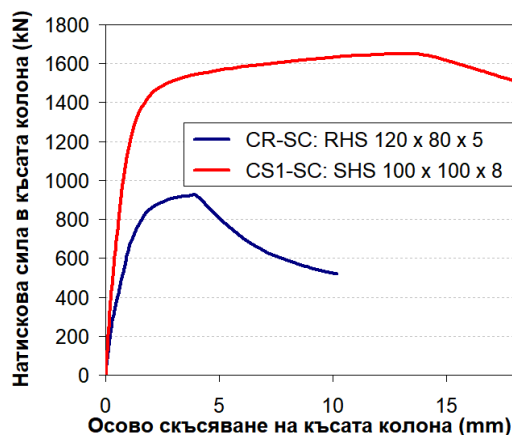
$A$  – общата площ на напречното сечение на профила;

$t$  – дебелината на стената на профила;

$f_{y,f}$  – експериментално определената граница на провлачане в плоските участъци на стените на профила;

$f_{y,c}$  – експериментално определената граница на провлачане в зоните на закръгленията в ъглите на профила.

Основна предпоставка в (1) е, че зоните, в които материалът се характеризира с повишена граница на провлачане  $f_{y,c}$ , съдържат зоната на закръглението плюс прилежащи зони от плоските участъци с ширина, равна на два пъти дебелината на профила ( $2t$ ) на базата на предложението на *Rossi et al.* [14]. Стойностите на  $f_{y, Meng}$  за разглежданите тук профили са дадени в т. 3, табл. 7.



Фиг. 3. Зависимост между осовата сила  $N_{stub}$  и осовото скъсяване  $\delta_{stub}$  на късите колони, изследвани от *Meng et al.* [11]

Зависимостите между осовата сила  $N_{stub}$  и осовото скъсяване  $\delta_{stub}$  на късите колони (фиг. 3) са публикувани от *Meng et al.* [11] в относително по-едър мащаб, който позволява относително точно отчитане на подробните им стойности по графичен път. В настоящата работа зависимостите  $N_{stub} - \delta_{stub}$  от [11] са дигитализирани с помощта на програмата *GetData Graph Digitizer* [15]. Основните резултати от проведеното от *Meng et al.* [11] експериментално изследване на къси колони са дадени в табл. 3. В [11] стандартното изпитване на натиск на къси колони е използвано основно за определяне на граничната натискова сила  $N_{u,stub}$  за напречното сечение и съответстващото ѝ гранично скъсяване на късите колони  $\delta_{u,stub}$ . Граничната осова сила  $N_{u,stub}$  на късите колони с напречни сечения клас 1, свързана с местната загуба на устойчивост на стените на напречното сечение, настъпва след генерирането на пластични деформации и известно уякчаване на материала след провлачане. Тя е с около 13 – 17 % по-голяма от пластичната носеща способност на напречното сечение  $N_{pl,Meng}$ , определена с използваната от *Meng et al.* среднопретеглена стойност на условната граница на провлачане ( $N_{pl,Meng} = A f_{y,Meng}$ ), вж. табл. 3.

**Таблица 3. Резултати от експерименталното изследване на центривно натиснати студеноформувани RHS и SHS къси колони с напречни сечения клас 1 [11]**

Напречно сечение	Образец	$c / t_e$	Гранична осова сила $N_{u,stub}$ , kN	Гранично осово скъсяване $\delta_{u,stub}$ , mm	$N_{u,stub} / N_{pl, Meng}$
SHS 100×100×8	CS1 – SC	12,1	1651,6	12,57	1,17
RHS 120×80×5	CR – SC	27,7	923,8	3,81	1,13

### 2.3. Експериментално изследване на дълги колони (*Meng et al.*)

За да се изследва общата устойчивост на елементите, в [11] са експериментално изпитани 40 ставно подпрени в краищата си центривно натиснати дълги колони (*long columns*) с различни типове затворени напречни сечения и различна стройност. От тях в настоящата работа са разгледани 15-те дълги колони от студеноформувани RHS и SHS профили с напречно сечение клас 1.

Експериментално измерените амплитуди на дъговете геометрични несъвършенства при доставката на профилите не превишават 1 / 5050 от дължината им. Тъй като реалните амплитуди на дъговете несъвършенства на профилите са много малки, предварително на опитните образци на дълги колони в [11] са зададени дъгови несъвършенства с амплитуда  $w_g$  около 1 / 1000 от изкълчвателната дължина на дългата колона (табл. 4 – 6). Нормативната методика на EN 1993-1-1 [4] за определяне на носещата способност на центривно натиснати стоманени елементи е основана именно на споменатата стойност на амплитудата на дъговото несъвършенство (въпреки че стандартът за изпълнение на стоманени конструкции [15] допуска по-либерално максимално монтажено геометрично отклонение от праволинейната ос за натиснати елементи, които не са колони или диагонали на ферми, а именно 1 / 750 от дължината на елемента между странично укрепените точки). Чрез предварителното задаване на тази стойност на дъговото несъвършенство на експерименталните образци е възможна директна съпоставка между експериментално определените носещи способности на натиск на дългите колони с носещите способности, определени съгласно нормативната методика на [4].

**Таблица 4. Резултати от експерименталното изследване на общата устойчивост на дълги колони с напречно сечение SHS 100×100×8 [11]**

Напречно сечение	Образец	Изкълчвателна дължина $L_{cr}$ , mm	Условна стройност $\bar{\lambda}$	Амплитуда на дълговото несъвършенство $w_g$ , mm	Гранична осова сила $N_{u,test}$ , kN	Гранично напречно преместване $\Delta_{u,test}$ , mm
SHS 100×100×8	CS1-LC1	600,3	0,26	0,68	1422,6	2,59
	CS1-LC2	1199,4	0,52	1,24	1227,5	5,87
	CS1-LC3	1799,3	0,79	1,69	975,1	11,35
	CS1-LC4	2399,5	1,05	2,23	719,8	20,68
	CS1-LC5	3049,5	1,33	3,13	507,5	35,73

**Таблица 5. Резултати от експерименталното изследване на общата устойчивост на дълги колони с напречно сечение RHS 120×80×5 [11], изкълчващи се спрямо слабата си ос**

Напречно сечение	Образец	Изкълчвателна дължина $L_{cr}$ , mm	Условна стройност $\bar{\lambda}$	Амплитуда на дълговото несъвършенство $w_g$ , mm	Гранична осова сила $N_{u,test}$ , kN	Гранично напречно преместване $\Delta_{u,test}$ , mm
RHS 120×80×5 (слаба ос)	CR-LCmin1	600,4	0,29	0,67	867,2	2,15
	CR-LCmin2	1199,1	0,57	1,11	713,1	5,52
	CR-LCmin3	1800,4	0,86	1,24	542,2	12,32
	CR-LCmin4	2400,4	1,15	2,32	376,7	24,21
	CR-LCmin5	3050,1	1,46	2,85	269,3	35,24

**Таблица 6. Резултати от експерименталното изследване на общата устойчивост на дълги колони с напречно сечение RHS 120×80×5 [11], изкълчващи се спрямо силната си ос**

Напречно сечение	Образец	Изкълчвателна дължина $L_{cr}$ , mm	Условна стройност $\bar{\lambda}$	Амплитуда на дълговото несъвършенство $w_g$ , mm	Гранична осова сила $N_{u,test}$ , kN	Гранично напречно преместване $\Delta_{u,test}$ , mm
RHS 120×80×5 (силна ос)	CR-LCmaj1	600,8	0,21	0,66	866,6	3,07
	CR-LCmaj2	1200,0	0,42	1,32	762,0	6,36
	CR-LCmaj3	1800,3	0,63	1,94	648,4	10,20
	CR-LCmaj4	2401,1	0,84	2,33	538,4	14,04
	CR-LCmaj5	3049,9	1,07	2,84	390,1	25,76

В табл. 4–6 са представени основните резултати от експерименталното изследване на *Meng et al.* [11] върху общата загуба на устойчивост на центрично натиснати студеноформувани RHS и SHS дълги колони с напречни сечения клас 1. Дадената в таблиците условна стройност е изчислена в [11] по формулата

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Meng}}{N_{cr}}}, \quad (2)$$

където  $N_{cr}$  е Ойлеровата критична сила.

## 2.4. Числено моделиране на дълги колони с черупкови крайни елементи (*Meng et al.*)

В работата на *Meng et al.* [11] са представени и резултати от параметрично числено изследване на дълги колони по метод на крайните елементи. За целта е проведен *GMNIA*, като е използвана програмата *Abaqus* [17]. За моделирането на колоните са използвани черупкови (*shell*) крайни елементи *S4R* с четири възела, поддържащи схемата на интегриране *Reduced integration*. Черупковите крайни елементи дават възможност в числения анализ да се отчете взаимодействието между общата загуба на устойчивост на елемента и местната загуба на устойчивост на стените на напречното сечение. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на експериментално установените (на базата на изпитване на опън на стандартни пробни тела, изрязани от стените на профила) работни зависимости нормални напрежения – относителни деформации. За колоните със студеноформувано RHS и SHS сечение са използвани различни работни зависимости на материала в плоските части на стените на профилите и в ъгловите зони на профилите, съдържащи закръгленията. Прието е, че ъгловите зони, в които материалът се характеризира с повишени якостни показатели и редуцирана дуктилност, съдържат закръгленията плюс прилежащите части от плоските участъци с ширина, равна на два пъти дебелината на профила. Амплитудата на дъговото несъвършенство е приета равна на  $1 / 1000$  от дължината на колоната, като за форма на несъвършенството е приета първата форма на обща загуба на устойчивост в Ойлерова постановка.

Резултатите от численото моделиране на експериментално изпитаните дълги колони с черупкови крайни елементи от [11] кореспондират добре с тези от експерименталното изследване на колоните.

## 2.5. Обобщение от анализа на резултатите за дълги RHS и SHS колони (*Meng et al.*)

Коефициентите на изкълчване, определени от експерименталното и параметричното числено изследване на дълги колони в [11], са съпоставени с нормативно дефинираните в [4] криви на изкълчване. *Meng et al.* [11] правят извод, че европейският стандарт EN 1993-1-1 [4] (с крива на изкълчване „c“) като цяло предсказва сравнително добре (и в повечето случаи по посока на сигурността) носещата способност на центричен натиск на стоманени студеноформувани дълги колони със затворени напречни сечения от класове 1, 2 и 3 (сред тях и 15-те експериментално изпитани студеноформувани колони с напречни сечения клас 1, описани в т. 2.3). При тях загубата на обща устойчивост на елемента настъпва преди загубата на местна устойчивост на стените на напречното сечение.

Според [11] консервативността на нормативната методика е по-силно изразена при колоните с по-ниска стройност (вж. и т. 4). При тях загубата на устойчивост настъпва при по-големи относителни пластични деформации и като следствие се проявява по-силно влиянието на повишената граница на провлачане в резултат на студената обработка, както и уякчаването на стоманата след провлачане.

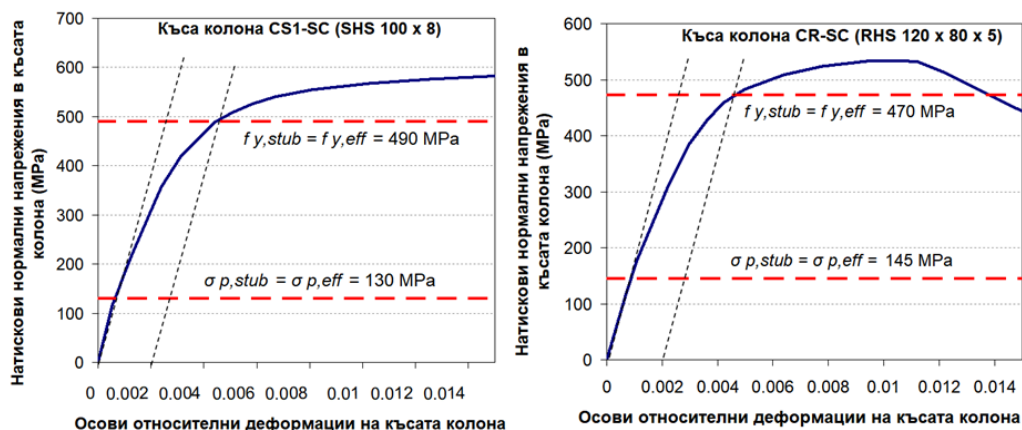
### 3. Ефективна работна зависимост на материала на студеноформуваните RHS и SHS профили на базата на стандартно изпитване на натиск на къси колони

В настоящата работа зависимостите между осовата сила  $N_{stub}$  и осовото скъсяване на късите колони  $\delta_{stub}$ , получени в [11], са използвани за получаването на работните зависимости между нормалните напрежения  $\sigma_{stub}$  и относителните деформации  $\varepsilon_{stub}$  на късите колони, както следва

$$\sigma_{stub} = \frac{N_{stub}}{A}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{stub} = \frac{\delta_{stub}}{L_{stub}}. \quad (4)$$

Работните зависимости  $\sigma_{stub} - \varepsilon_{stub}$  на късите колони, дадени на фиг. 4, са възприети в настоящата работа като ефективни работни зависимости на материала ( $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ ) на изследваните студеноформувани профили за целите на численото им моделиране с гредови крайни фибро-елементи.



**Фиг. 4. Работни зависимости между нормалните напрежения  $\sigma_{stub}$  и относителните деформации  $\varepsilon_{stub}$  на базата на изпитването на натиск на късите колони: SHS 100×100×8 (ляво), RHS 120×80×5 (дясно)**

В табл. 7 са дадени стойностите на характерни напрежения от ефективните работни зависимости  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  на материала. Тук ще се коментират някои обстоятелства, които не са адресирани в [11]. От табл. 7 може да се направи извод, че за профила SHS 100×100×8 среднопретеглената стойност на условната граница на провлачане  $f_{y,Meng}$ , определена по форм. (1), не е идентична на условната граница на провлачане  $f_{y,stub} = f_{y,eff}$  от ефективната работна зависимост на материала, съответстваща на 0,2 % остатъчна относителна деформация. За този профил (при който  $B/t = 12,5$ ) условното приемане, че якостните параметри на материала в ъгловите зони на профила важат и в прилежащите плоски участъци с ширина  $2t$  не е в полза на сигурността. Ако за този профил се приеме, че якостните параметри на ъгловите зони важат само в зоната на закръглеността, то би се получило  $f_{y,Meng} = 493$  MPa, което е близо до условната граница на провлачане  $f_{y,stub} = f_{y,eff}$  на база изпитването на къса колона.

Таблица 7. Характерни стойности на напрежения (МРа) от работните зависимости на материала на изследваните профили

Напречно сечение	На базата на изпитване на натиск на къси колони			Среднопретеглена условна граница на провлачане $f_{y,Meng}$	Средна граница на провлачане (EN 1993-1-3) $f_{ya}$
	Граница на пропорционалност $\sigma_{P,stub} = \sigma_{P,eff}$	Условна граница на провлачане $f_{y,stub} = f_{y,eff}$	Напрежение при 1 % относителна деформация $\sigma_{1,stub} = \sigma_{1,eff}$		
SHS 100×100×8	130	490	568	523	517
RHS 120×80×5	145	470	534	472	485

EN 1993-1-1 [4], разглеждащ проектирането на стоманени елементи със затворени профили, по посока на сигурността игнорира повишаването на условната граница на провлачане в резултат на студената обработка. В настоящата работа с оглед на прецизното числено моделиране на опитните образци то е отчетено. За пълнота в табл. 7 са дадени стойностите на повишената средна граница на провлачане  $f_{ya}$ , определена съгласно т. 3.2.2(3) на EN 1993-1-3 [18], разглеждащ проектирането на студеноформувани тънкостенни елементи с отворено напречно сечение. Условната граница на провлачане  $f_{y,stub}$  на базата на изпитването на късите колони RHS 120×80×5 и SHS 100×100×8 съставлява съответно 97 % и 95 % от изчислените стойности на  $f_{ya}$ . Прави впечатление също, че за двата профила отношението  $f_{y,eff} / f_{y,f}$  е със стойност около 1,03.

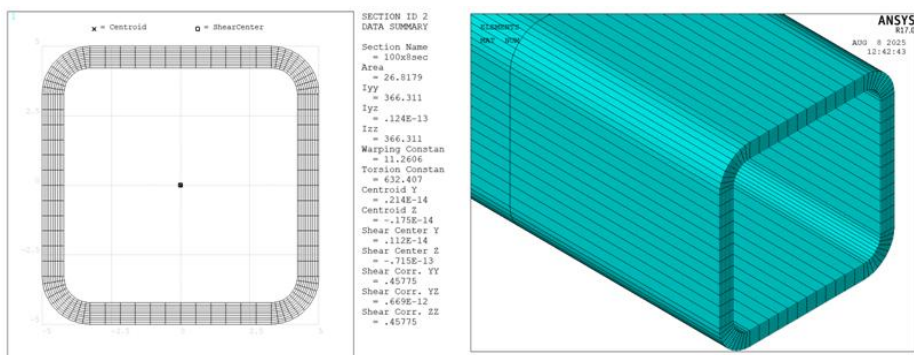
Характерна особеност на *EMM* е понижената граница на пропорционалност на материала  $\sigma_{P,eff}$  в резултат на остатъчните напрежения. В настоящата работа след обработка на резултатите от изпитването на натиск на къси колони от [11] е установено, че  $\sigma_{P,eff}$  е около 30 % от условната граница на провлачане на материала в плоските части на стените на профила  $f_{y,f}$ . От табл. 7 се вижда, че за профила SHS 100×100×8 ( $B/t=12,5$ )  $\sigma_{P,stub} = \sigma_{P,eff} = 0,27 f_{y,f}$ , а за профила RHS 120×80×5 ( $B_{min}/t=16$ )  $\sigma_{P,stub} = \sigma_{P,eff} = 0,31 f_{y,f}$ . При изпитванията на натиск на къси колони, както и при изпитванията на опън на образци, изрязани от плоските участъци на стените на профила, проведени от *Sun* [2], подобна относително ниска стойност на  $\sigma_P / f_{y,f}$  се наблюдава за SHS профили с номинална условна граница на провлачане  $f_y = 350$  МРа, получени чрез индиректно студено формуване (т.е. чрез допълнителното сплескване на кръгли студеноформувани електрозаварени тръби, без последваща топлинна обработка) и с относително по-ниска стройност  $B/t$  на стените на напречното сечение – фактори, допринасящи за по-високи остатъчни напрежения. *Meng et al.* [11] не уточняват технологията на студено формуване на експериментално изследваните от тях студеноформувани RHS и SHS колони. От горното можем да предположим, че те са произведени чрез индиректно формуване. Стойността  $\sigma_{P,eff} = 0,30 f_{y,f}$  може да се разглежда като ориентируващ долен праг на границата на пропорционалност на *EMM*.

В резултат на *GMNIA* в настоящата работа бе установено, че при достигането на носещата способност на дългите колони относителните деформации не надвишават 1 % (вж. табл. 8). Напреженията  $\sigma_{1,stub}$  от работната зависимост на материала на късите колони, съответстващи на 1 % относителна деформация, са дадени в табл. 7 като ориентируваща горна граница на очакваното уякчаване след провлачане на материала, което може да бъде достигнато при изкълчването на колоните.

## 4. Числено моделиране на студеноформуваните RHS и SHS дълги колони с използване на гредови крайни елементи и ефективен модел на материала

### 4.1. Основни предпоставки

Напречните сечения на 15-те дълги колони са от клас 1 съгласно EN 1993-1-1 [4], като не се очаква местна загуба на устойчивост преди изкълчването на колоните. По тази причина в числения нелинеен анализ е отчетено пластифицирането на напречните сечения под действие на нормалните напрежения, като за моделирането на колоните в ANSYS [10] са използвани гредови крайни фибро-елементи *BEAM 188*. Те позволяват в *GMNIA* да се отчете разпределението на пластичните деформации по направление на надлъжната ос на колоните (модел с разпределена пластичност). Колоните са с различна дължина съгласно табл. 4 – 6. Изследвано е влиянието на броя крайни елементи по дължина на колоната върху резултатите от анализа (т. 4.2). Прецизното дефиниране на геометрията и дискретизацията на напречните сечения на колоните в програмата ANSYS с отчитане на радиусите на закръгление в ъглите на профилите е направено с помощта на опцията *Custom sections*. Геометричните размери на колоните са въведени с измерените в [11] стойности. На фиг. 5 е показана дискретизацията на напречното сечение SHS 100×100×8.



Фиг. 5. Дискретизация и геометрични характеристики на напречните сечения SHS 100×100×8 на колоните от числения модел в ANSYS

В краищата на колоните са ограничени усукването, завъртането извън равнината на изкълчване и преместванията в напречно направление. Завъртането в краищата на колоните в равнината на изкълчване е свободно, т.е. ставно подпиране. В единия край на колоната преместването по направление на надлъжната ос е свободно, като е приложено статично стъпково нарастващо натоварване във вид на натискова осова сила по направление на същата ос. В другия край на колоната преместването по направление на надлъжната ос е ограничено, като там възниква реакция, уравновесяваща приложената в другия край на колоната осова сила. Формата на еквивалентното дъгово геометрично несъвършенство е приета тук на базата на първа форма на загуба на обща устойчивост в Ойлерова постановка. За целта преди извършването на *GMNIA* за всяка от колоните се провежда анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка. Амплитудите на дъговото геометрично несъвършенство са приети на базата на експериментално измерените в [11] стойности, близки до целевата амплитуда, равна на  $1 / 1000$  от изкълчвателната дължина

на дългата колона. Физичната нелинейност е отчетена с помощта на мултилинейни работни зависимости напрежения – деформации с кинематично уякчаване, апроксимиращи ефективните работни зависимости на материала, получени на базата на експерименталното изследване на двете къси колони (фиг. 4). За всяко от двете напречни сечения е използван един и същи материал за цялото напречно сечение – както за ъгловите зони, така и за плоските участъци на стените на профила. Решението е извършено с отчитане на големи премествания (*large displacements*), с което е взета предвид геометричната нелинейност. При това е използван т. нар. *Arc length method*, който позволява по итерационен път да се установи граничната стойност на зададеното натоварване във вид на натискава сила и да се изследва падащият клон на зависимостта осова сила – напречно преместване след достигане на граничната сила. Решението се прекратява при достигането на предварително зададена стойност на напречното преместване в средата на колоната или при липса на сходимост.

## 4.2. Основни резултати

Основните резултати от *GMNIA* на дългите RHS и SHS колони с използване на ефективен модел на материала (*GMNIA – EMM*) са дадени в табл. 8. В нея  $N_{u,GMNIA}$  е граничната осова сила, а  $\Delta_{u,GMNIA}$  е максималното напречно преместване, регистрирано в средата на колоната, съответстващо на граничната сила. Те са съпоставени с експерименталните стойности от табл. 4 – 6. На фиг. 6 – 8 са дадени експерименталните [11] (със зелен цвят) и получените от числения анализ (с червен цвят) зависимости между осовата сила  $N$  и напречното преместване  $\Delta$  в средата на колоната. Видно е, че *GMNIA – EMM* предсказва с много висока точност експерименталната носеща способност на изследваните дълги колони.

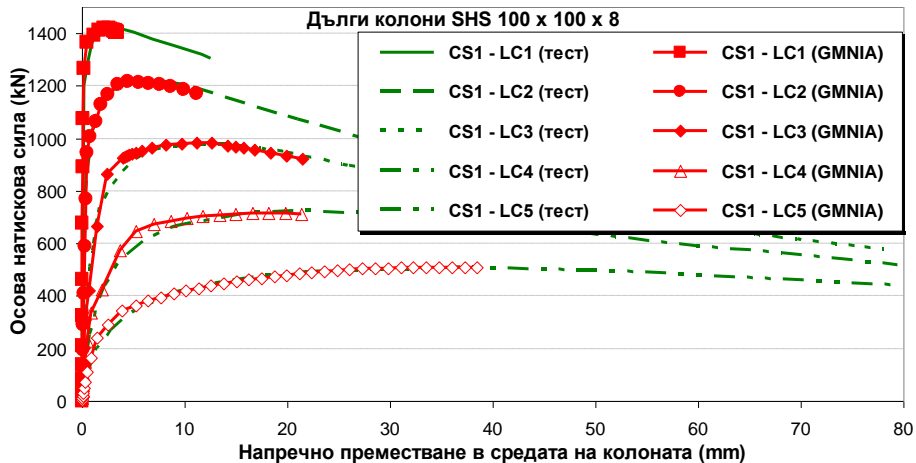
При някои образци се наблюдават по-съществени отклонения на определените с числен анализ гранични напречни премествания  $\Delta_{u,GMNIA}$  (табл. 8) спрямо публикуваните в [11] експериментални стойности  $\Delta_{u,test}$  (табл. 4 – 6). Подобни отклонения се наблюдават и в числените модели с използване на черупкови крайни елементи, изготвени в [11]. Те могат да се обяснят с различни фактори, които не са отчетени в числения анализ. Възможни са известни отклонения в параметрите на материала, както по дължината на колоната, така и в различните стени на профила в зависимост от стройността на стените (при RHS) и разположението им спрямо надлъжния заваръчен шев [2]. При част от експерименталните образци пластичната става в резултат на изкълчването на колоните не се образува в средата им [11], каквато е предпоставката на моделирането. Счита се, че наблюдаваните отклонения в стойността на граничното преместване не са съществен недостатък на нелинейния анализ, тъй като от фиг. 6 – 8 е видно, че при изкълчването на по-голямата част от образците осовата сила се запазва с близка до граничната си стойност в относително по-широк диапазон на напречното преместване  $\Delta$ .

В табл. 8 е дадена и максималната по абсолютна стойност ръбова ефективна относителна деформация  $\varepsilon_{eff,u}$  по направление на надлъжната ос на колоната, съответстваща на граничната сила от числения модел. Видно е, че стойностите на  $\varepsilon_{eff,u}$  намаляват с нарастване на условната стройност на колоната  $\bar{\lambda}$ . При условни стройности  $\bar{\lambda}$ , ориентировъчно по-високи от 0,8 – 0,9, изкълчването на колоните настъпва при стойности на  $\varepsilon_{eff,u}$ , по-ниски от ефективната относителна деформация  $\varepsilon_{eff,y} = 0,0044$ , съответстваща на ефективната условна граница на провлачане  $f_{y,eff}$ . При по-ниски условни стройности  $\bar{\lambda}$  абсолютните стойности на напреженията в по-силно натиснатия ръб на колоната превишават  $f_{y,sub} = f_{y,eff}$ , като уякчаването след провлачане допринася за

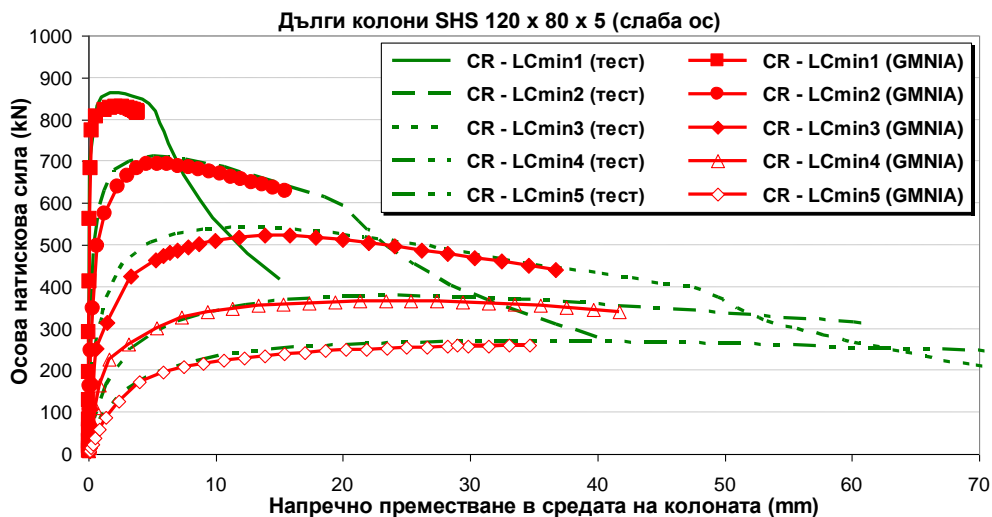
повишаването на носещата способност на натиск на колоните. На фиг. 9 като пример са визуализирани напречните премествания и относителните деформации по направление на надлъжната ос на колоната, получени от числения анализ при достигането на граничната натискава сила на образец CS1– LC4.

**Таблица 8. Основни резултати от нелинейния анализ на дългите колони от [11] с използване на гредови крайни елементи и ефективен модел на материала**

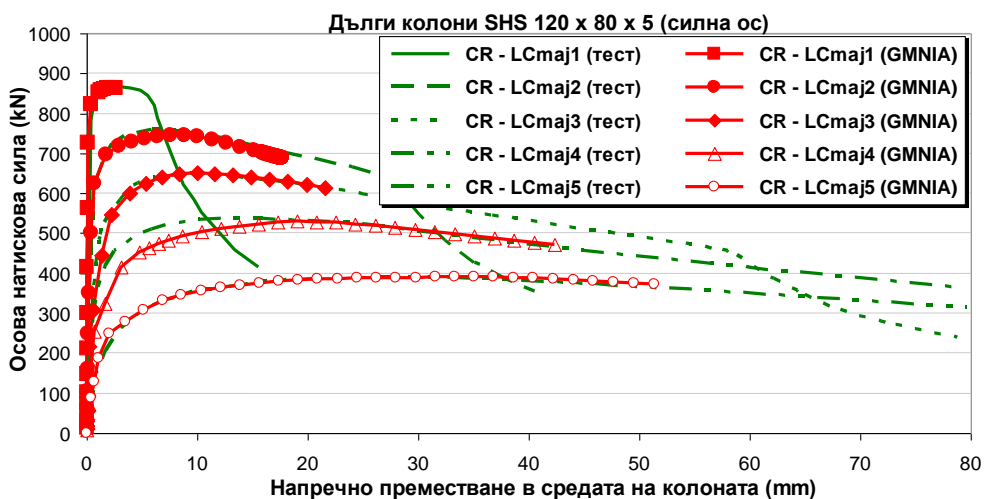
Профил	Образец	$\bar{\lambda}$	$N_{u,GMNIA}$ , kN	$\frac{N_{u,GMNIA}}{N_{u,test}}$	$\Delta_{u,GMNIA}$ , mm	$\frac{\Delta_{u,GMNIA}}{\Delta_{u,test}}$	$\varepsilon_{eff,u}$
SHS 100×100×8	CS1-LC1	0,26	1418,0	1,00	2,6	1,00	0,0091
	CS1-LC2	0,52	1215,3	1,01	4,5	0,77	0,0054
	CS1-LC3	0,79	984,2	1,01	12,7	1,11	0,0046
	CS- LC4	1,05	716.1	0,99	19,8	0,96	0,0037
	CS1-LC5	1,33	508,6	1,00	34,7	0,97	0,0026
RHS 120×80×5 (слаба ос)	CR-LCmin1	0,29	829,5	0,96	2,1	1,00	0,0078
	CR-LCmin2	0,57	693,6	0,95	5,4	0,98	0,0046
	CR-LCmin3	0,86	523,9	0,97	13,8	1,12	0,0044
	CR-LCmin4	1,15	366,1	0,97	25,3	1,05	0,0033
	CR-LCmin5	1,46	259,5	0,96	34,6	0,98	0,0026
RHS 120×80×5 (силна ос)	CR-LCmaj1	0,21	864,4	1,00	2,4	0,78	0,0100
	CR-LCmaj2	0,42	746,6	0,98	7,6	1,19	0,0084
	CR-LCmaj3	0,63	651,7	1,01	10,0	0,98	0,0045
	CR-LCmaj4	0,84	530,0	0,98	19,0	1,35	0,0041
	CR-LCmaj5	1,07	390,8	1,00	35,1	1,36	0,0030



**Фиг. 6. Експериментални [11] (зелено) и получени от GMNIA – EMM (червено) зависимости между осовата сила  $N$  и напречното преместване  $\Delta$  в средата на дългите колони с напречно сечение SHS 100×100×8**

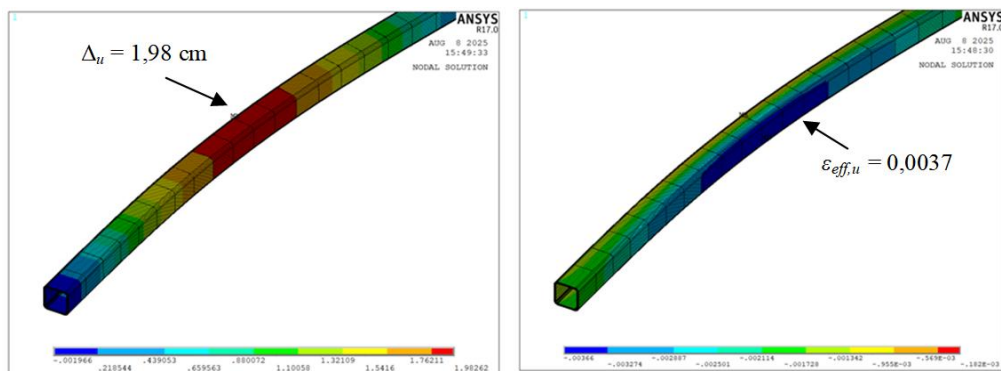


Фиг. 7. Експериментални [11] (зелено) и получени от *GMNIA – EMM* (червено) зависимости между осовата сила  $N$  и напречното преместване  $\Delta$  в средата на дългите колони с напречно сечение SHS 120×80×5, изкълчващи се спрямо слабата си ос



Фиг. 8. Експериментални [11] (зелено) и получени от *GMNIA – EMM* (червено) зависимости между осовата сила  $N$  и напречното преместване  $\Delta$  в средата на дългите колони с напречно сечение SHS 120×80×5, изкълчващи се спрямо силната си ос

В настоящото числено изследване бе варирано с броя крайни фибро-елементи (в диапазона 8 – 30) по дължината на дългите колони. Представените в табл. 8 резултати са получени при 20 крайни фибро-елемента по дължина на колоната. При споменатата ориентировъчна гъстота на мрежата от крайни елементи се постига сходимост на стойностите на критичната сила в резултат на  $LBA$ , както и на стойностите на  $N_{u,GMNIA}$ ,  $\Delta_{u,GMNIA}$  и  $\varepsilon_{eff,u}$ , получени от нелинейния анализ.



Фиг. 9. Напречни премествания (ляво) и ефективни относителни деформации (дясно), получени от *GMNIA – EMM* за дългата колона CS1-LC4 с напречно сечение SHS 100×8 при достигане на граничната натискава сила  $N_{u,GMNIA} = 716$  kN

Таблица 9. Съпоставка с носещите способности на натиск съгласно EN 1993-1-1 [4]

Профил	Образец	$\bar{\lambda}$	$N_{u,GMNIA}$ , kN	$N_{u,test}$ , kN	$N_{b,R,EC3}$ kN	$\frac{N_{u,GMNIA}}{N_{b,R,EC3}}$	$\frac{N_{u,test}}{N_{b,R,EC3}}$
SHS 100×100×8	CS1-LC1	0,26	1418,0	1422,6	1353,1	1,05	1,05
	CS1-LC2	0,52	1215,3	1227,5	1149,0	1,06	1,07
	CS1-LC3	0,79	984,2	975,1	932,8	1,06	1,05
	CS1-LC4	1,05	716,1	719,8	713,6	1,00	1,01
	CS1-LC5	1,33	508,6	507,5	525,0	0,97	0,97
RHS 120×80×5 (слаба ос)	CR-LCmin1	0,29	829,5	867,2	779,0	1,06	1,11
	CR-LCmin2	0,57	693,6	713,1	655,6	1,06	1,11
	CR-LCmin3	0,86	523,9	542,2	510,4	1,03	1,06
	CR-LCmin4	1,15	366,1	376,7	374,0	0,98	1,01
	CR-LCmin5	1,46	259,5	269,3	267,8	0,97	1,01
RHS 120×80×5 (силна ос)	CR-LCmaj1	0,21	864,4	866,6	812,5	1,06	1,07
	CR-LCmaj2	0,42	746,6	762,0	724,2	1,03	1,05
	CR-LCmaj3	0,63	651,7	648,4	626,3	1,04	1,04
	CR-LCmaj4	0,84	530,0	538,4	520,1	1,02	1,04
	CR-LCmaj5	1,07	390,8	390,1	408,3	0,96	0,96

В табл. 9 носещите способности на натиск на дългите колони, получени от експерименталното изследване ( $N_{u,test}$ ) и численото моделиране с гредови крайни фибро-елементи ( $N_{u,GMNIA}$ ), са съпоставени с носещите способности на центричен натиск  $N_{b,R,EC3}$  съгласно EN 1993-1-1 [4]. Последните са изчислени със среднопретеглената стойност на условната граница на провлачане на напречното сечение  $f_{y,Meng}$ , определена по форм. (1), вж. табл. 7; използвана е крива на изкълчване „c“.

При условни стройности  $\bar{\lambda} < 0,8 - 0,9$  нормативната методика дава консервативна оценка на носещата способност на натиск. От друга страна при два от най-стройните

образци (CS1-LC5 и CR-LCmaj5, вж. табл. 9) нормативната методика показва съвсем слабо изразена неконсервативност спрямо резултатите от експеримента и *GMNIA – EMM* ( $N_{b,R,EC3} > N_{u,test}$  и  $N_{b,R,EC3} > N_{u,GMNIA}$ ). Изводът е в сила и когато  $N_{b,R,EC3}$  се определя с условната граница на провлачане на материала на плоските участъци на стените на профила (за споменатите два образца това намалява  $N_{b,R,EC3}$  на споменатите образци само с около 1 %).

## 5. Заключение

В настоящата работа на базата на експериментите от [11], с помощта на числено моделиране по метод на крайните елементи е верифицирана предложената в числените изследвания на редица автори [6, 8, 9] концепция за ефективен модел на материала (*EMM*) при едноосов опън/натиск, косвено отчитащ ефектите от остатъчните напрежения в *GMNIA* на стоманени конструкции с елементи от студеноформувани RHS и SHS профили. Изследваните колони са от стомана S355H/S420H и напречни сечения клас 1, произведени чрез индиректно формуване. Моделирани са с гредови крайни фибро-елементи (модел с разпределена пластичност).

В споменатите съществуващи изследвания [6, 8, 9] ефективните работни зависимости на материала са получени на базата на обобщени статистически данни или по изчислителен път, на базата на приет емпиричен модел на разпределение на нормалните остатъчни напрежения в затворения профил. Като следствие е установено, че ефектите от остатъчните напрежения се изразяват в понижена граница на пропорционалност  $\sigma_{P,eff}$  и по-заоблена форма на работната зависимост на материала при напрежения, по-ниски от условната граница на провлачане. В настоящата работа е показано, че получената на базата на експериментално изпитване на натиск на къси колони зависимост между нормални напрежения и относителни деформации може с достатъчна точност да се използва в *GMNIA* като ефективна работна зависимост при едноосов опън/натиск на материала на студеноформувани стоманени RHS и SHS колони, отчитаща влиянието на остатъчните нормални напрежения при изследването на общата им устойчивост.

В нелинейния анализ с използване на *EMM (GMNIA – EMM)* дъговото геометрично несъвършенство на елементите и геометричните отклонения от размерите на напречното сечение следва да се отчитат съвместно съгласно производствените и монтажни допуски [13, 16]. Темата за комбинирането на максималните стойности на двата типа геометрични отклонения е засегната в [7], а правила ще бъдат дадени в Националното приложение към разработвания в момента стандарт [19].

Ефективната работна зависимост на материала, основана на изпитване на къси колони, важи за цялото напречно сечение на RHS профила. Тя дава възможност в *GMNIA – EMM* да бъдат отчетени и повишената условна граница на провлачане на материала на затворените профили в резултат на студената обработка, както и уякчаването на материала след провлачане. Тези фактори са консервативно пренебрегнати в предишни числени изследвания с *EMM*, например [8, 9]. С тяхна помощ с *GMNIA – EMM* би могло да се докаже относително по-голяма носеща способност на натиск на студеноформувани RHS и SHS колони със стройност  $\bar{\lambda} < 0,8 - 0,9$ . Разбира се, при липса на надеждни данни споменатите фактори може консервативно да се игнорират за практически цели.

При условие че с настоящата работа *GMNIA – EMM* е успешно верифициран като подход в случая на изолирани натиснати елементи, той би могъл да намери по-широко приложение в изследването на цялостни конструкции. В предишни изследвания *Liu et al.*

[9] прилагат *GMNIA – EMM* с оглед на оптимизирането на пространствени етажни рамкови конструкции, а *Blum et al.* [8] разглеждат пространствени модели на решетъчни покривни конструкции в контекста на американските норми [5]. В работата на *Penelov* [7] е показано, че *GMNIA – EMM* дава възможност за по-реалистична оценка на носещата способност и граничните странични премествания на стройни натиснати пояси на решетъчни греди с елементи от стоманени SHS профили, с променлива по дължината на пояса осова сила между страничните укрепвания. Такива могат да бъдат например долните пояси на просто подпрени ферми, подложени на смучене от вятър.

Отношението на ефективната граница на пропорционалност и условната граница на провлачане на материала на плоските участъци на профила  $\sigma_{P,eff} / f_{y,f}$ , а също и степента на заобляне на формата на ефективната работна зависимост на материала, зависят от фактори като технологията на студено формуване (директно или индиректно), както и от геометричните пропорции на напречното сечение. Разширяването на съществуващата общественодостъпна база данни [2, 11, 20] от експериментално определени работни зависимости на материала на студеноформуваните RHS и SHS профили, получени от изпитване на натиск на къси колони (напречни сечения клас 1, 2 и 3) и от изпитване на опън на пробни тела, изрязани от стените на профила, би спомогнало за разработването на изчислителни ефективни работни зависимости на материала за целите на проектирането.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ESDEP WG 6. Lecture 6.6.1: Buckling of real structural elements I. <https://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~pmoze/esdep/master/wg06/10610.htm>, poseten na 11. 08. 2025.
2. *Sun, M.* Mechanical Behaviour of Cold-Formed Hollow Structural Section Material. PhD Thesis, University of Toronto, 2014.
3. *Tong, L., Hou, G., Chen, Y., Zhou, F., Shen, K., Yang, A.* Experimental investigation on longitudinal residual stresses for cold-formed thick walled square hollow sections. // Journal of constructional steel research, 2012, 73: 105 – 116.
4. EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3. Design of steel structures – General rules and rules for buildings.
5. ANSI/AISC Specification for Structural Steel Buildings, 2022.
6. *Jaamala, L., Mela, K., Tulonen, J., Hyvarinen, A.* Effective material model for cold-formed rectangular hollow sections in beam element-based advanced analysis. // Journal of Constructional Steel Research, 2022, 198.
7. *Penelov, C.* A numerical study on flexural buckling of compression chord of planar statically loaded steel trusses made of square hollow section members – part 2. // Godishnik na UASG, 2025.
8. *Blum, H. B.* Reliability – based design of truss structures by advanced analysis. Research report R936, The University of Sydney, May, 2013.
9. *Liu, W., Zhang, H., Rasmussen, K. Rasmussen.* System reliability-based Direct Design Method for space frames with cold-formed steel hollow sections. // Engineering structures, 2018, 166: 79 – 92.
10. <https://www.ansys.com>, poseten na 11. 08. 2025.
11. *Meng, X. Whitfield, S., Boudjabeur, S., Gardner, L.* Stability of hot-finished and cold-formed steel hollow section columns: A comparative study. // Structures, 2024, 68.
12. EN 10210-2:2019. Hot finished steel structural hollow sections – Part 2: Tolerances, dimensions and sectional properties.

13. EN 10219-2:2019. Cold formed welded steel structural hollow sections – Part 2: Tolerances, dimensions and sectional properties.
14. Rossi, B., Afshan S., Gardner, L. Strength enhancements in cold-formed steel sections – Part II: Predictive models. // J Contr Steel Res 2013, 83: 189 – 196.
15. <https://getdata-graph-digitizer.com>, poseten na 11. 08. 2025.
16. EN 1090-2:2018. Execution of steel structures and aluminium structures – Part 2: Technical requirements for steel structures.
17. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus>, poseten na 11. 08. 2025.
18. EN 1993-1-3:2007. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.
19. prEN 1993-1-14:2023. Eurocode 3 – Design of steel structures. Part 1-14: Design assisted by finite element analysis.
20. Tayyebi, K. Behaviour and design of direct-formed hollow structural section members. PhD Thesis, University of Victoria, 2014.

## **A NUMERICAL STUDY ON THE FLEXURAL BUCKLING OF STEEL COLD FORMED RHS AND SHS MEMBERS UNDER AXIAL COMPRESSION USING AN EFFECTIVE MATERIAL MODEL ACCOUNTING FOR RESIDUAL STRESSES**

**Ch. Penelov<sup>1</sup>**

***Keywords:** numerical analysis, flexural buckling, steel hollow sections*

### **ABSTRACT**

Results of geometrically and materially nonlinear analysis of 15 axially loaded cold formed steel columns with rectangular and square hollow cross sections are presented. Beam finite elements are used in the analysis. Material nonlinearity is accounted for using an effective material model, taking into account the reduction of the proportional limit due to the presence of residual normal stresses, as well as the increased 0,2 % offset yield strength as a result of cold working. The amplitudes of the initial geometric imperfections of the columns are set based on the actual experimentally measured values. The flexural buckling capacities and corresponding maximum lateral displacements, obtained from the nonlinear analysis, are compared with the existing experimental results.

---

<sup>1</sup> Chavdar Penelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: [penelov\\_fce@uacg.bg](mailto:penelov_fce@uacg.bg)