



DOI: [10.71167/uaceg.2025.580309](https://doi.org/10.71167/uaceg.2025.580309)

Получена: 13.06.2025 г.

Приета: 04.07.2025 г.

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СРЯЗВАЩАТА СИЛА ВЪВ ВЪТРЕШЕН СТОМАНОБЕТОНЕН РАМКОВ ВЪЗЕЛ

А. Дойчева¹, Б. Боева²

Ключови думи: вътрешна връзка греда-колона, срязваща сила, стоманобетон, големи деформации, пукнатина върху лицето на колоната, сеизмично въздействие, аналитично изследване

РЕЗЮМЕ

Връзката греда-колона е особено уязвим елемент от рамковите конструкции, който често е отговорен за възникването на повреди на сградите при сеизмично въздействие. Доброто познаване на силите, преминаващи през рамковите съединения в посока греда-греда и колона-колона, би позволило както адекватното им изчисляване в нови, така и проверката им в съществуващи сгради, без да се изискват експериментални изследвания. В проектните норми на редица страни силата на срязване се определя по капацитивен метод, като се отчита само площта на надлъжната армировка на гредата, преминаваща през възела. Този метод ни показва колко голяма сила на срязване може да поеме армировката от гредата, но не и каква е действителната големина на силите като резултат от действащите натоварвания. Също така, не се отчита приносът на бетона към общата големина на силата на срязване. В предложения математически модел за изчисляване на силите, които навлизат във възела след напускане на гредата, са взети предвид пълните размери на напречното ѝ сечение. Отчетени са също свойствата на материалите и формата на напречното сечение. Определящ фактор за големините на силите е действащото натоварване върху гредата. В тази статия са обобщени резултатите от изчисленията за няколко вида натоварвания. Изчисленията са базирани на теоремата на Менабреа за определяне на хиперстатичните неизвестни. Резултатите от предложения метод за разглежданите греди показва, че големината на срязващата сила се различава от

¹ Албена Дойчева, доц. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: doicheva_fhe@uacg.bg

² Биляна Боева, студентка, специалност ХС, трети курс през учебната 2023/24, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: hfac.816@uacg.bg

приетата в литературата с 6,06 % до 16,89 % в зависимост от етапа на развитие на пукнатината, докато сравнението с препоръчителния метод на Еурокод е от порядъка на -33,36 % до 32,99 % за приетите греди.

1. Въведение

Връзката греда-колона е основен елемент в рамковите конструкции. Прехвърлянето на сили от гредите към колоните при динамични въздействия може да застраши целостта на връзката. За да се осигури здравината на съединението, е необходимо адекватно проектиране, което трябва да се основава на пълно познаване на големините на силите, преминаващи в посока греда-греда и колона-колона. През последните 6 десетилетия беше извършена усилена работа за разработване на единна процедура, за определяне на силата на срязване. Първото определение на срязваща сила е дадено в Hanson и Connor [1]. Това е хоризонтална сила, прехвърлена в хоризонтален участък в средата на височината на връзката греда-колона. Следват експериментални и аналитични изследвания. В тях се задават различни променливи и се изследва тяхното влияние върху отговора на възела на рамката. Такива изследвания намираме в [2 – 12]. В Еурокод 8 [13] тази част от силата на срязване, която се предава от гредата към колоната, се определя на базата на капацитивен дизайн. Това е силата, която се поема от надлъжните армировъчни пръти, когато стоманата се провлачва. Същото приемане намираме в Barbagallo et al. [14]. В наши дни се предлагат капацитивни методи с допълнително отчитане на участието на бетонното сечение и стремната във възела, Shiohara [15], Fardis [16], Florida et al. [17]. В предложения начин за определянето на срязващата сила чрез капацитивното проектиране не става ясно колко голяма е силата, която идва от гредата, като резултат на действащото натоварване.

В Nicoletti et al. [18] е предложен графичен метод (наречен номограми), който позволява да се определят геометричните размери на връзката греда-колона и количеството на стремната, така че италианският технически код (NTC18) за проверки на връзката греда-колона да бъде изпълнен. В Angiolilli et al. [19] се изследва модел на съединение греда-колона от фасадата на стара сграда, проектирана в условията на 60-те и 70-те години на миналия век. Експерименталните резултати са сравнени с 3D модел, позволяващ да се променят материалните характеристики на използваните строителни материали. Контролът на силата на срязване в съединението греда-колона въз основа на триенето между елементите и разсейването на енергията при циклично натоварване е предложен в Ragnotta et al. [20]. Машинно обучен модел на ферма с променлив ъгъл за прогнозиране на капацитета на срязване на стоманобетонни елементи с напречна армировка е предложен в De Domenico et al. [21]. Всички тези подходи обаче не дават отговор на въпроса колко голяма всъщност е силата на срязване. В тази научна разработка са обобщени резултатите за силите, напускащи гредата. Те ще бъдат определени като резултат от конкретно натоварване, приложено върху конкретна греда с конкретно подпирание, с определени размери и материални характеристики на нейните съставни елементи.

Разгледани са два вида подпирание на гредата – „проста“ греда, която е вътрешна греда от рамкова конструкция и се подпират на колони в двата си края, и конзолна греда. За всяка от разгледаните греди е приложено симетрично и асиметрично напречно сечение на гредата по отношение на главната централна инерционна ос y (хоризонталната).

Определянето на точната големина на силите, влизащи във връзката гредя-колона, ще позволи да се определи точната големина на силата на срязване. Появата на пукнатина между гредата и колоната и нейното нарастване ще позволи да се проследи изменението на срязващата сила в граничните стадий. Получените резултати за големините на силите на срязване ще бъдат сравнени с тези, дадени в литературата и предписани в Еврокод 8 [13].

В предишни публикации на единия автор [22 – 25], сравнението на получените резултати с тези от действащите норми, показва разминаване в големината на срязващата сила около 20 %. В зависимост от начините на подпирание и видовете товари отклонението може да е в полза на сигурността или обратно.

Съвременни изследвания задават начина за изчисляване на срязващата сила във вертикална посока. Извършените сравнения на резултатите, с тези от точните изчисления, показват големи несъответствия [26].

С настоящата статия се цели попълването на резултатите по определянето на силите, които се предават във вътрешен рамков възел от гредата, при различни нейни подпирания и различни натоварвания. Числените резултати показват как се отразяват материалните характеристики върху големините на силите [27 – 30].

Онагледят се силите, преминаващи през възела в посока гредя-гредя, и се изчислява срязващата сила в хоризонтална посока.

Дефинират се препоръки за конструиране на възлите с оглед на получените изчисления и на базата на експериментални резултати, отчетени от публикувани литературни източници.

2. Материали и методи

През 1967 учените Hanson и Connor [1] дават първата количествена дефиниция на срязващата сила – V_j (фиг. 1). Те предлагат определянето да става по форм. (1).

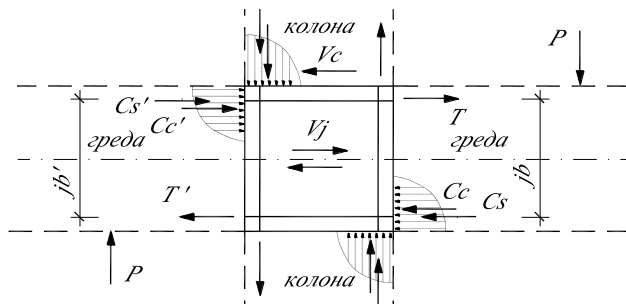
$$V_j = T + C'_S + C'_C - V_C = T + T' - V_C, \quad (1)$$

където C_S и C'_S са натискови сили в долната и горната надлъжни армировъчни пръти на гредата, преминаващи през възела, kN;

C_C и C'_C – натискови сили в бетона в долния и горния ръб на гредата, kN;

T и T' – опънни сили в горните и долните надлъжни армировъчни пръти на гредата, преминаващи през възела, kN;

V_C – срязващата сила в колоната, kN.



Фиг. 1. Дефиниране на срязващата сила във вътрешен рамков възел

Разглежда се греда от рамкова конструкция или конзола, както е показано на фиг. 2а и фиг. 2б. Линейни пружинни опори действат по вертикалния ръб на гредата. Те отчитат връзката между бетона на гредата и този на колоната. Силите във всички пружини се редуцират до една сила, H_1 [kN]. При големи деформации част от вертикалния ръб се разрушава. Неразрушеният ръб е с дължина $2b$ [cm]. Реакцията H_1 [kN], която е симетрично разположена по отношение на неразрушения страничен ръб, се премества по височината на гредата с увеличаване на дължината на пукнатината. За удобство H_1 [kN] е пренесена върху опората по долния ръб (опора първа), след прилагане на теоремата на Поансо за пренасянето на силата успоредно на нейната директриса. Това налага въвеждането на компенсаторен момент $H_1 b$ [kN.cm]. Коефициентът на линейната пружина е k_1 . Задава се като редуцирана коравина на опън/натиск на бетонното сечение на гредата чрез множителя ζ_1 .

$$k_1 = \zeta_1 \frac{E_1 A_1}{L}, \quad (4)$$

където L е дължината на гредата в cm;

A_1 е лицето на напречното сечение на бетона в cm^2 ;

E_1 е модулът на линейна еластичност на бетона, kN/cm^2 .

На нивото на армировъчните пръти са въведени еластичните опори 2 и 3 с коефициенти на линейните пружина k_2 и k_3 . Те се задават като редуцирана коравина на опън/натиск на армировъчните пръти чрез множителите ζ_2 и ζ_3 съответно:

$$k_2 = \zeta_2 \frac{E_2 A_2}{L} \text{ и } k_3 = \zeta_3 \frac{E_3 A_3}{L}, \quad (5)$$

където L е дължината на гредата в cm;

A_2 и A_3 – лицата на напречните сечения на долните и горните надлъжни армировъчни пръти в гредата, преминаващи през възела в cm^2 ;

E_2 и E_3 представляват модулите на еластичност на долните и горните надлъжни армировъчни пръти в гредата, преминаващи през възела, kN/cm^2 .

Опорните реакции, които възникват тук, са H_2 и H_3 , kN.

$EA = E_1 A_1 + E_2 A_2 + E_3 A_3$ представлява коравината на опън (натиск) на композитното сечение, kN;

$EI = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3$ е коравината на огъване на композитното сечение, kN.cm^2 ;

$I_1 (I_{y1})$, $I_2 (I_{y2})$ и $I_3 (I_{y3})$ са инерционният момент на напречното сечение на бетона и на горните и долните армировъчни пръти спрямо главната централна инерционна ос y , cm^4 .

Решението се основава на теоремата на Менабреа за статично неопределени системи по теория от първи ред. Потенциалната енергия на деформация при специално

Гредата с размери 25/25 cm е армирана с 4 \varnothing 16 горна и 4 \varnothing 16 долна армировка. За гредата 50/50 cm приетата армировка е съответно 4 \varnothing 20 горна и 4 \varnothing 20 долна армировка.

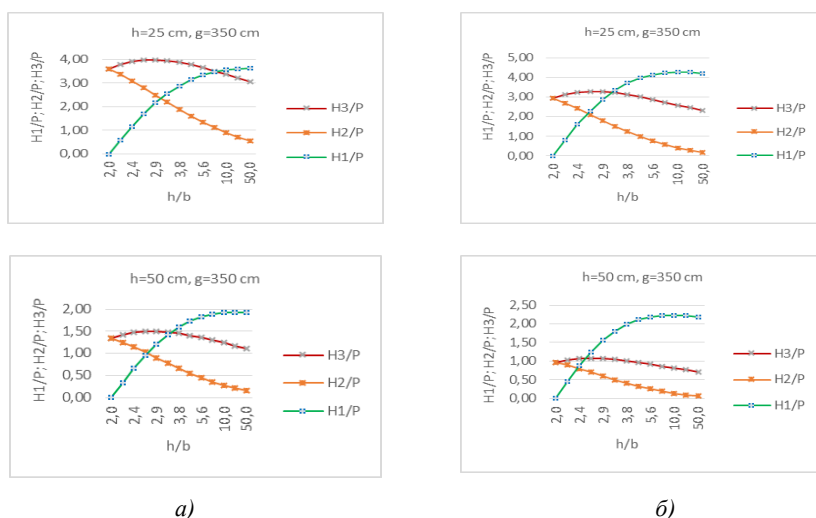
Резултатите са представени за две стойности на модула на еластичност на бетона – $E_1 = 1700 \text{ kN/cm}^2$ за обикновен бетон и $E_1 = 4200 \text{ kN/cm}^2$ за високоякостен бетон.

Приетият модул на еластичност на стоманата е $E_2 = E_3 = 18500 \text{ kN/cm}^2$.

4.1. Греда от рамкова конструкция с две напречни, симетрични сили (Приложение А)

Гредата е с дължина $L = 700 \text{ cm}$.

Силата $P = 70 \text{ kN}$ за гредата с размери 25/25 cm и $P = 140 \text{ kN}$ за гредата с размери 50/50 cm.



Фиг. 4. Параметри на трите опорни реакции за симетрично сечение на греда, натоварена с две напречни сили

а) 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=1700 \text{ kN/cm}^2$;

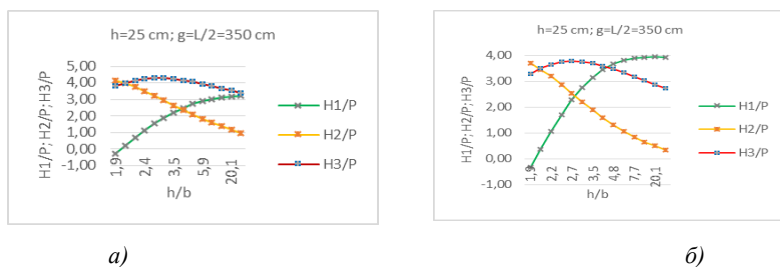
б) 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=4200 \text{ kN/cm}^2$, формули (A1), (A2) и (A3)

Множителите ζ_1 , ζ_2 и ζ_3 са приети със стойност 10. В такъв случай коефициентите на линейните пружини k_1 , k_2 и k_3 добиват големина, водещи до стойности за хоризонталните опорни реакции, близки до тези при запъване [27].

Резултатите водят до следните изводи:

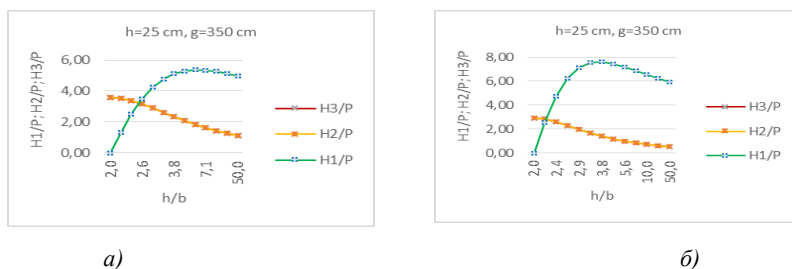
1. С нарастването на пукнатината между гредата и колоната, което се следи с отношението h/b , опорната реакция H_1 нараства, H_2 намалява, а H_3 нараства леко и след това намалява (фиг. 4).
2. С намаляването на напречното сечение на гредата големините на опорните реакции нарастват.

- Нарастването на модула на еластичност на бетона E_1 $[\text{kN/cm}^2]$ води до нарастването на опорната реакция H_1 и намаляването на H_2 и H_3 .
- Нарастването на модула на еластичност на стоманата E_2 $[\text{kN/cm}^2]$ и E_3 $[\text{kN/cm}^2]$ води до нарастването на опорните реакции H_2 и H_3 и намаляването на H_1 .
- Увеличаването на коравините на линейните пружини във всяка от трите опори води до нарастването на съответната опорна реакция.
- При товари, заемащи различни възможни положения, най-големи стойности на хоризонталните опорни реакции имаме при положение на товара, най-отдалечено от опорите.
- При симетрични напречни сечения на гредите от рамкова конструкция стойностите на H_2 и H_3 са равни до отварянето на пукнатина между гредата и колоната, а H_1 е нула (фиг. 4).
- При несиметрични напречни сечения на гредите от рамкова конструкция (фиг. 5) стойностите на H_2 и H_3 не са равни, до отварянето на пукнатина между гредата и колоната, а H_1 е отрицателна (опъна, при положение на ос y над средата на височината на гредата) за кратко.



Фиг. 5. Параметри на трите опорни реакции за несиметрично сечение на гредата, натоварена с две напречни сили

а) 25/25 cm $E_1=1700 \text{ kN/cm}^2$; б) 25/25 cm за $E_1=4200 \text{ kN/cm}^2$, формули (A5), (A6) и (A7)



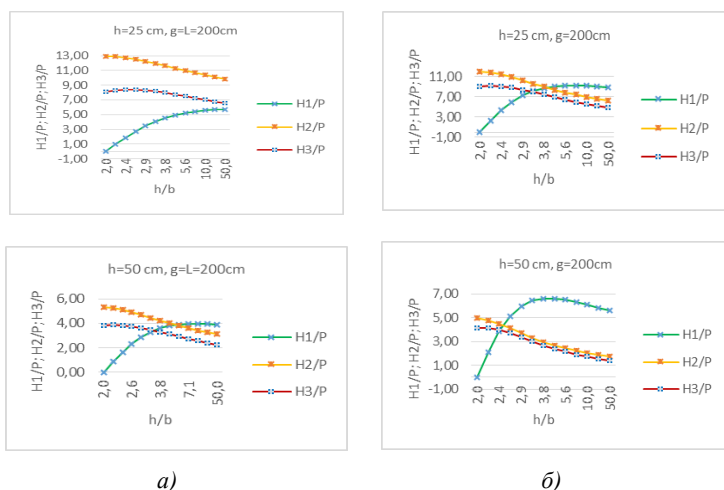
Фиг. 6. Параметри на трите опорни реакции за симетрично сечение на гредата, натоварена с две напречни сили без отчитане на нормалното усилие в израза на потенциалната енергия

а) 25/25 cm $E_1=1700 \text{ kN/cm}^2$; б) 25/25 cm за $E_1=4200 \text{ kN/cm}^2$, формули (A4)

9. При решенията, без отчитане на нормалната сила в израза на потенциалната енергия на деформацията, за гредите от рамкова конструкция (фиг. 6) стойностите на H_1 значително надвишават тези от фиг. 4. Опорните реакции H_2 и H_3 съвпадат напълно една с друга, а големините им до момента на отваряне на пукнатината съвпадат с тези от фиг. 4. След отварянето на пукнатината стойностите на H_2 и H_3 намаляват, но остават по-големи от H_2 на фиг. 4.

4.2. Конзолна греда, натоварена с напречна сила, заемаща различни възможни положения (Приложение В)

Гредата е с дължина $L=200\text{cm}$. Множителите ζ_1 , ζ_2 и ζ_3 са приети със стойност 1. Тук запъването на конзолната греда е отчетено в статичните уравнения.



Фиг. 7. Параметри на трите опорни реакции за симетрично сечение на конзолна греда, натоварена с напречна сила в крайното сечение

- а) 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=1700\text{ kN/cm}^2$;
 б) 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=4200\text{ kN/cm}^2$, формули (B1), (B2) и (B3)

10. При конзолните греди, при симетрични напречни сечения, стойностите на H_2 и H_3 са различни. H_3 е опънна, а H_2 е натискава, докато H_1 е натискава и започва от нула (фиг. 7).

11. Всички изводи от 4.1. точка 1 до 4.1. точка 6 важат също при конзолните греди.

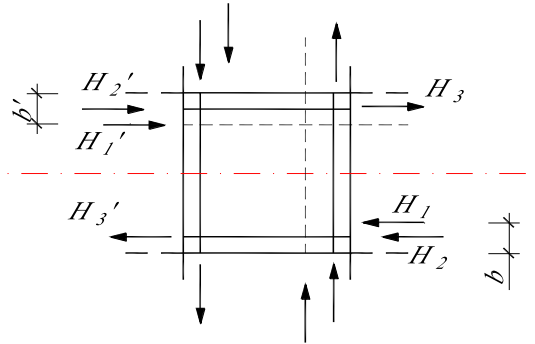
5. Срязваща сила

При наличието на решение за H_1 , H_2 и H_3 срязващата сила може да се определи точно и да се проследи нейното изменение с нарастването на пукнатината, фиг. 8. Формула (3) става:

$$V_j = T + T' - V_C = \frac{M_b}{j_b} + \frac{M'_b}{j'_b} - V_C = H'_1 + H'_2 + H_3 - V_C. \quad (9)$$

При симетрични греди от двете страни на възела форм. (9) става форм. (10):

$$V_j = H_1 + H_2 + H_3 - V_C, \quad (10)$$



Фиг. 8. Хоризонталните опорни реакции, съставлящи срязващата сила

Стойностите по Eurocode се определят по:

$$V_{jhd} = \gamma_{Rd} (A_{s1} + A_{s2}) f_{yd} - V_C, \quad (11)$$

където f_{yd} е оразмерителна стойност на границата на провлачване на стоманата в kN/cm^2 ;

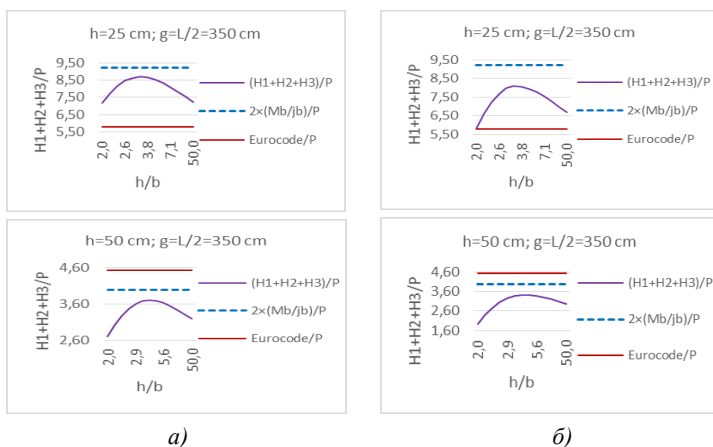
γ_{Rd} – коефициент на сигурност, който не може да бъде по-малък от 1,2.

При различните натоварвания и греди разликите между предложения метод, стойностите по Eurocode и този от литературата (форм. (3)) ще бъдат показани чрез форм. (12):

$$H_3 + H_2 + H_1 = \gamma_{Rd} (A_{s1} + A_{s2}) f_{yd} = \frac{M_b}{j_b} + \frac{M'_b}{j'_b}. \quad (12)$$

5.1. Срязваща сила за греда от рамкова конструкция, натоварена с две симетрични сили

На фиг. 9 са показани стойностите от сравнението по форм. (12) за двата размера на разглежданите напречни сечения – 25/25 cm и 50/50 cm при две стойности на модула на еластичност на бетона – $E_1 = 1700 \text{kN/cm}^2$ за обикновен бетон и $E_1 = 4200 \text{kN/cm}^2$ за високоякостен бетон.



Фиг. 9. Параметри на трите метода по формула (12) за симетрично сечение на греда, натоварена с две напречни сили

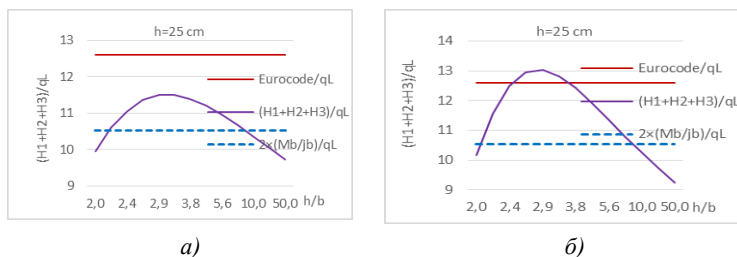
a) сечения 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=1700 \text{ kN/cm}^2$; б) сечения 25/25 cm и 50/50 cm за $E_1=4200 \text{ kN/cm}^2$

Таблица 1. Сравнение на трите метода по формула (12) за греда със симетрично напречно сечение, натоварена с две напречни сили

Сечение	h/b	$\frac{\left(\frac{M_b}{j_b} + \frac{M'_b}{j'_b}\right) - (H_3 + H_2 + H_1)}{(H_3 + H_2 + H_1)} - 100\%$	$\frac{\gamma_{Rd} (A_{s1} + A_{s2}) - (H_3 + H_2 + H_1)}{(H_3 + H_2 + H_1)} - 100\%$
25/25 – $E_1 = 1700$ kN/cm^2	2,0	28,23	-19,41
	3,3	6,06	-33,36
	50	27,27	-20,01
25/25 – $E_1 = 4200$ kN/cm^2	2,0	57,42	-1,06
	3,3	13,96	-28,38
	50	37,83	-13,37
50/50 – $E_1 = 1700$ kN/cm^2	2,0	47,61	67,74
	3,8	7,49	22,30
	50	24,40	41,54
50/50 – $E_1 = 4200$ kN/cm^2	2,0	104,22	132,36
	3,8	16,89	32,99
	50	34,11	52,59

Резултатите от фиг. 9 и табл. 1 показват, че за разглежданите данни предложеното решение за опорните реакции дава резултати за срязващата сила, по-малки от метода, предложен в литературата. Сравнението с Eurocode показва, че за малките напречни сечения Eurocode дава резултати, които са по-малки от предложения метод и не са в полза на сигурността. От табл. 1 се вижда, че разликите варират в широки граници – от -33,36 % до 32,99 %. Тези резултати показват необходимостта от допълнителното изучаване на изменението на срязващата сила.

5.2. Срязваща сила за конзолна греда, натоварена с равномерно разпределен товар (Приложение В)



Фиг. 10. Параметри на трите метода по формула (12) за симетрично сечение на конзолна греда, натоварена с равномерно разпределен товар
 а) 25/25 cm за $E_1=1700 \text{ kN/cm}^2$; б) 25/25 cm за $E_1=4200 \text{ kN/cm}^2$

На фиг. 10 са показани стойностите от сравнението по форм. (12) за конзолна греда с напречно сечение – 25/25 cm при две стойности на модула на еластичност на бетона – $E_1 = 1700 \text{ kN/cm}^2$ за обикновен бетон и $E_1 = 4200 \text{ kN/cm}^2$ за високоякостен бетон.

Таблица 2. Сравнение на трите метода по формула (12) за конзолна греда със симетрично напречно сечение, натоварена с равномерно разпределен товар

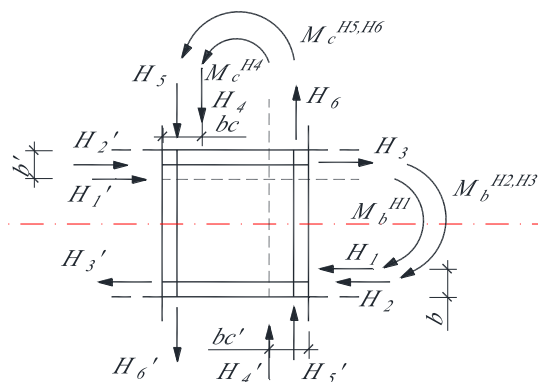
Сечение	h/b	$\frac{\left(\frac{M_b}{j_b} + \frac{M'_b}{j'_b}\right) - (H_3 + H_2 + H_1)}{(H_3 + H_2 + H_1)} - 100\%$	$\frac{\gamma_{Rd}(A_{s1} + A_{s2}) - (H_3 + H_2 + H_1)}{(H_3 + H_2 + H_1)} - 100\%$
25/25 – $E_1 = 1700$ kN/cm^2	2,0	5,66	26,47
	3,3	-8,52	9,50
	50	8,22	29,53
25/25 – $E_1 = 4200$ kN/cm^2	2,0	3,68	24,10
	2,9	-19,27	-3,36
	50	14,00	36,48

Резултатите от фиг. 10 и табл. 2 показват, че за разглежданите данни предложеното решение за опорните реакции дава резултати, по-големи от метода в литературата. Сравнението с Eurocode показва, че за гредите с по-голям модул на еластичност на бетона Eurocode дава резултати, които са по-малки от предложения метод и не са в полза на сигурността. Резултатите от табл. 2 показват, че разликите варират в широки граници – от -19,27 % до 9,50 %.

Всички резултати показват необходимостта от допълнителното изучаване на изменението на срязващата сила и попълването на формулите за нейното определяне при други товари.

5.3. Армиране на връзката греда-колона – насоки

В Khan et al. [32] е показано изследването на система от образци. Моделът, при който телена мрежа от неръждаема стомана е увита около бетонната сърцевина на възела, води до забавяне с 30 – 40 % в образуването на пукнатината. По отношение на деформацията, когато се използва телена мрежа от неръждаема стомана, която контролира повредата в критичната зона в областта на връзката греда-колона, резултатите показват увеличение на деформацията с необходимото количество разсейване на енергия при максимален капацитет на якост. Следователно може да се очаква, че укрепването само на сърцевината на съединението със стремена в трите посоки би довело до увеличаване на неговия капацитет, без да нарушава моментната реакция на рамката. Отчитането на всяка сила индивидуално (фиг. 11), включително и силите от колоните, подсказва наличието на стремеж за усукване във възела, което може да обясни резултатите от [32].



Фиг. 11. Модел на възела, сили от гредата и колоните при циклично натоварване

6. Изводи

Настоящата разработката разглежда обобщение на постигнатите до момента резултати на проблем, който вълнува учените от 6 десетилетия, а именно: определянето на срязващата сила в рамковите възли.

Показани са решения за по-често срещаните натоварвания за греди от рамкова конструкция и конзоли със симетрични и несиметрични напречни сечения. Този метод дава възможност да се изчислява срязващата сила, без разрушаване и без непременно да се извършва експеримент.

Точното познаване на срязващата сила би дало възможност да се конструират възлите коректно и да се избегнат повреди при циклични натоварвания, в частност земетресения. Ползите при запазването на човешки животи и за икономиката са безспорни.

Предложеният за решение метод се основава на енергетичните теореми на съпротивление на материалите и по-специално на теоремата на Менабреа. Това дава възможност в получените резултати да се отчетат реалните размери на конструктивните елементи, както и техните материални характеристики.

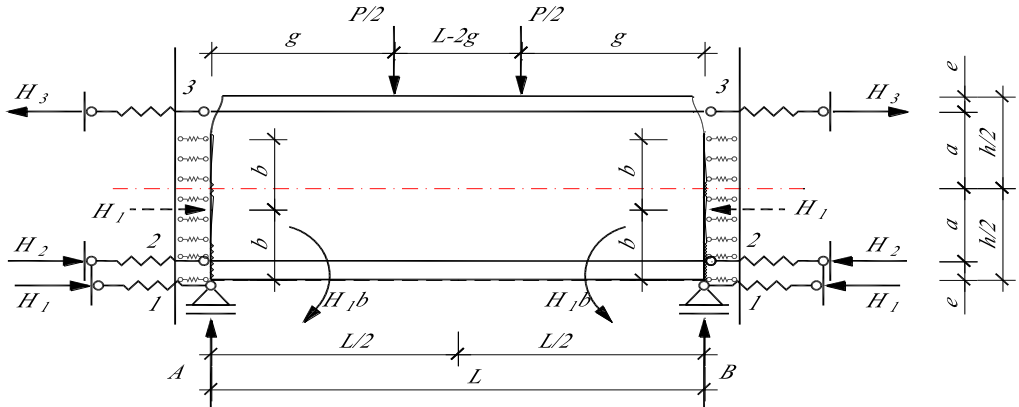
Получените в тази статия резултати показват разлики от предложения метод и методите, предложени в литературата и в Eurocode в граници от -33,36 % до 32,99 %.

Приложение А

Греда между две колони

1. Натоварване от две симетрични, напречни сили [27]

1.1. Симетрично напречно сечение на гредата



Фиг. А1. Модел на гредата, натоварена от две симетрични напречни сили и със симетрично напречно сечение

$$H_1 = \frac{-P g k_1 (L - g) \{2EA h_1 + L k_2 n_1 - L k_3 n_2\}}{2EA [8EI + LD_1] + 8EILK + LD_2}; \quad (A1)$$

$$H_2 = \frac{P g k_2 (L - g) \{4EA a + L k_1 n_1 + L k_3 4a\}}{2EA [8EI + LD_1] + 8EILK + LD_2}; \quad (A2)$$

$$H_3 = \frac{P g k_3 (L - g) \{4EA a + L k_1 n_2 + L k_2 4a\}}{2EA [8EI + LD_1] + 8EILK + LD_2}, \quad (A3)$$

където $h_1 = 2b - h$; $n_1 = 2a + h_1$; $n_2 = 2a - h_1$ са въведени променливи, дефинирани от геометричните размери на гредата в m;

$K = k_1 + k_2 + k_3$ – въведен коефициент от коравините на трите пружини, kN/m';

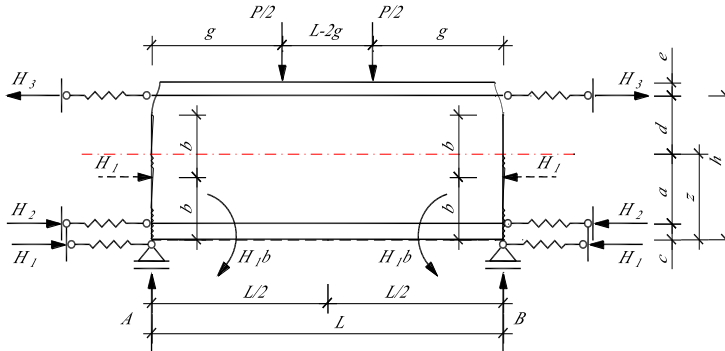
$D_1 = (k_2 + k_3)4a^2 + k_1 h_1^2$ – въведена променлива, kN.m;

$D_2 = L \left[k_1 k_2 (2a + h_1)^2 + k_1 k_3 (2a - h_1)^2 + k_2 k_3 16a^2 \right]$ – въведена променлива, kN².m.

При пренебрегването на нормалната сила в израза за потенциалната енергия на деформацията получаваме:

$$H_1 = \frac{-P g k_1 (L - g) (2b - h)}{8EI + LD_1}; \quad H_2 = \frac{2P a g k_2 (L - g)}{8EI + LD_1}; \quad H_3 = \frac{2P a g k_3 (L - g)}{8EI + LD_1}. \quad (A4)$$

1.2. Несиметрично напречно сечение на гредата



Фиг. А2. Модел на гредата, натоварена с две симетрични напречни сили и с несиметрично напречно сечение

$$H_1 = \frac{P g k_1 (L - g) [2AE(z - b) + Lk_2(c - b) + Lk_3(z - b + d)]}{2 \left\{ 2EA \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + Lk_2a^2 + Lk_3d^2 \right] + 2EILK + LD_3 \right\}}; \quad (\text{A5})$$

$$H_2 = \frac{P g k_2 (L - g) [2AEa + Lk_1(a + b - z) + Lk_3(a + d)]}{2 \left\{ 2EA \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + Lk_2a^2 + Lk_3d^2 \right] + 2EILK + LD_3 \right\}}; \quad (\text{A6})$$

$$H_3 = \frac{P g k_3 (L - g) [2AEd + Lk_1(d + z - b) + Lk_2(a + d)]}{2 \left\{ 2EA \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + Lk_2a^2 + Lk_3d^2 \right] + 2EILK + LD_3 \right\}}, \quad (\text{A7})$$

където $h_1 = 2b - h$; $n_1 = 2a + h_1$; $n_2 = 2a - h_1$; $z = a + c$ са въведени променливи, дефинирани от геометричните размери на гредата в m;

$K = k_1 + k_2 + k_3$ – въведен коефициент от коравините на трите пружини, kN/m' ;

$D_3 = L \left[k_1 k_2 (c + b)^2 + k_1 k_3 (z - b + d)^2 + k_2 k_3 (a + d)^2 \right]$ – въведена променлива,

kN².m.

При пренебрегването на нормалната сила в израза за потенциалната енергия на деформацията получаваме:

$$H_1 = \frac{P g k_1 (L - g)(z - b)}{2 \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + L(k_2a^2 + k_3d^2) \right]}; \quad (\text{A8})$$

$$H_2 = \frac{P a g k_2 (L - g)}{2 \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + L(k_2a^2 + k_3d^2) \right]}; \quad (\text{A9})$$

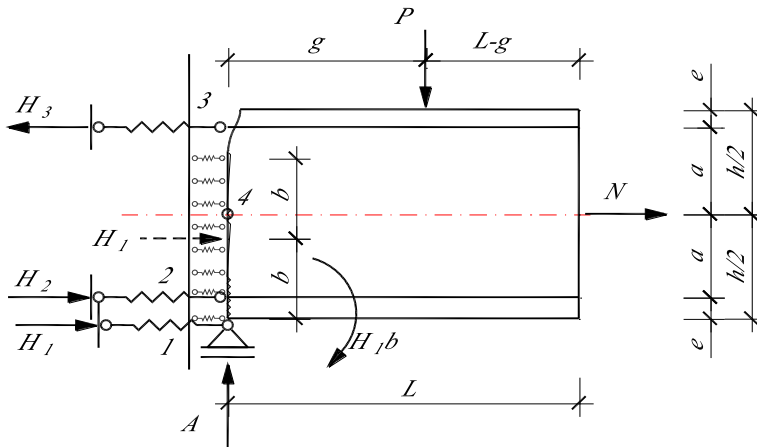
$$H_3 = \frac{P d g k_3 (L - g)}{2 \left[2EI + Lk_1(z - b)^2 + L(k_2a^2 + k_3d^2) \right]}. \quad (\text{A10})$$

Приложение В

Конзола

1. Натоварване от напречна сила, заемаща различни възможни положения върху гредата [28]

1.1. Симетрично напречно сечение на гредата



Фиг. В1. Модел на гредата, натоварена с напречна сила, заемаща различни възможни положения, симетрично напречно сечение

$$H_1 = \frac{-P g k_1 \{ E A h_1 R_1 + 2 E I L [k_2 2 a - k_3 n_2] + 2 L g a^2 K_{23} n_2 \}}{E I \{ E A D_1 + D_2 \}}; \quad (B1)$$

$$H_2 = \frac{P g k_2 \{ E A a R_2 + 8 E I L a [k_1 + k_3] + L g a K_{13} n_2^2 \}}{2 E I \{ E A D_1 + D_2 \}}; \quad (B2)$$

$$H_3 = \frac{P g k_3 \{ 4 E A a R_1 + 4 E I L [k_1 n_2 + k_2 2 a] - L g a K_{12} n_1 n_2 \}}{2 E I \{ E A D_1 + D_2 \}}. \quad (B3)$$

където $h_1 = 2b - h$; $n_1 = 2a + h_1$; $n_2 = 2a - h_1$ са геометрични променливи в m;

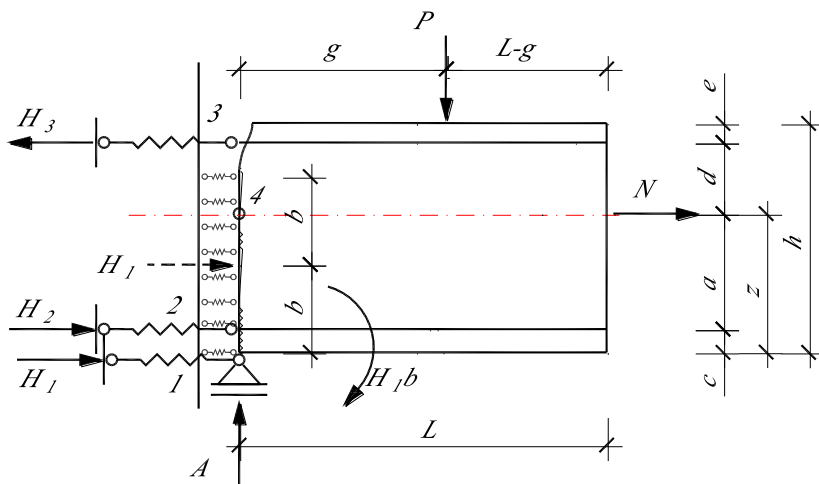
$K_{12} = k_1 k_2$; $K_{13} = k_1 k_3$; $K_{23} = k_2 k_3$ – въведени коефициенти от коравините на трите пружини, kN^2/m^2 ;

$R_1 = 2EI - k_2 g a^2$; $R_2 = 8EI + g(k_1 h_1^2 + k_3 4a^2)$ – въведени променливи, $\text{kN}^2 \cdot \text{m}$;

$D_1 = (k_2 + k_3) 4a^2 + k_1 h_1^2$ – въведена променлива, $\text{kN} \cdot \text{m}$;

$D_2 = L [2a k_1 k_2 n_1 + k_1 k_3 n_2^2 + k_2 k_3 8a^2]$ – въведена променлива, $\text{kN}^2 \cdot \text{m}$.

1.2. Несиметрично напречно сечение на гредата



Фиг. В2. Модел на гредата, натоварена с напречна сила, заемаща различни възможни положения, несиметрично напречно сечение

$$H_1 = \frac{-Pgk_1 \{EAh_2R_1 + 2EIL[k_2a + k_3n_4] - LgaK_{23}(a+d)n_4\}}{2EI \{EAD_3 + D_4\}}; \quad (B4)$$

$$H_2 = \frac{P g k_2 \{EAaR_3 + 2EILa[k_1 + k_3] + LgaK_{13}n_4^2\}}{2EI \{EAD_3 + D_4\}}; \quad (B5)$$

$$H_3 = \frac{P g k_3 \{EAaR_1 + 2EIL[k_2a - k_1n_4] - LgK_{12}a(an_4 + h_2^2 - dh_2)\}}{2EI \{EAD_3 + D_4\}}, \quad (B6)$$

където $h_2 = b - z$; $n_3 = d + h_2$; $n_4 = h_2 - d$ са въведени променливи, дефинирани от геометричните размери на гредата в m;

$K_{12} = k_1k_2$; $K_{13} = k_1k_3$; $K_{23} = k_2k_3$ – въведени коефициенти от коравините на трите пружини, kN^2/m^2 ;

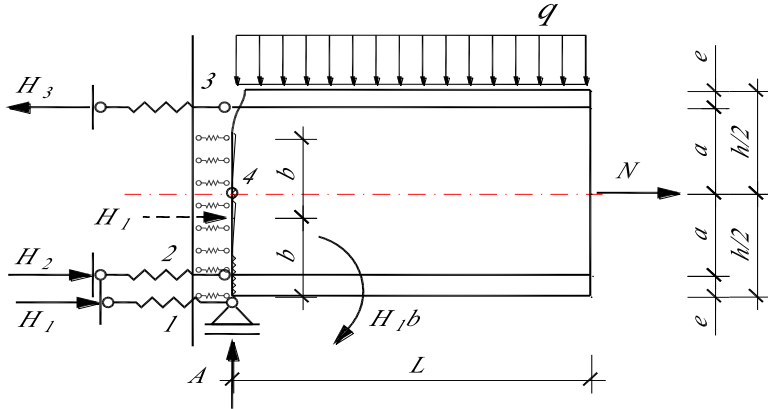
$R_1 = 2EI - k_2ga^2$; $R_3 = 2EI + g(k_1h_2^2 + k_3d^2)$ – въведени променливи, $kN^2.m$;

$D_3 = k_1h_2^2 + k_2a^2 + k_3d^2$ – въведена променлива, $kN.m$;

$D_4 = L[ak_1k_2(a+h_2) + k_1k_3n_4^2 + k_2k_3a(a+d)]$ – въведена променлива, $kN^2.m$.

2. Натоварване от равномерно разпределен товар върху цялата конзола [29]

2.1. Симетрично напречно сечение на гредата



Фиг. В3. Модел на гредата, натоварена с равномерно разпределен товар, симетрично напречно сечение

$$H_1 = \frac{(-qL^2k_1) \left\{ EA \left[(3EI - Lk_2a^2)h_1 \right] + 2L^2a^2k_2k_3n_2 + 3EIL \left[2ak_2 - k_3n_2 \right] \right\}}{3EI \{ EAD_1 + LD_2 \}}; \quad (B7)$$

$$H_2 = \frac{(qL^2k_2a) \left\{ EA \left[12EI + 4Lk_3a^2 + Lk_1h_1^2 \right] + L^2k_1k_3n_2^2 + 12EIL \left[k_1 + k_3 \right] \right\}}{6EI \{ EAD_1 + LD_2 \}}; \quad (B8)$$

$$H_3 = \frac{(qL^2k_3) \left\{ EA \left[12Ela - 4Lk_2a^3 \right] + L^2ak_1k_2 \left[-4a^2 + h_1^2 \right] + 6EIL \left[k_1n_2 + 2k_2a \right] \right\}}{6EI \{ EAD_1 + LD_2 \}}; \quad (B9)$$

където $h_1 = 2b - h$; $n_1 = 2a + h_1$; $n_2 = 2a - h_1$ са въведени променливи, дефинирани от геометричните размери на гредата в m;

$$D_1 = (k_2 + k_3)4a^2 + k_1h_1^2 - \text{въведена променлива, kN.m};$$

$$D_2 = 2k_1k_2a(2a + 2b - h) + k_1k_3(2a - 2b + h)^2 + 8k_2k_3a^2 - \text{въведена променлива, kN}^2.$$

3. *Paulay, T.* Equilibrium criteria for reinforced-concrete beam-column joints. // *ACI Struct Journal*, 1989, 86: 635 – 643.
4. *Javad, S., Bengar, H. A., Parvin, A.* Analytical prediction of seismic behavior of RC joints and columns under varying axial load. // *Eng. Struct.*, 2018, 174: 792 – 813.
5. *Gombosuren, D., Maki, T.* Prediction of Joint Shear Deformation Index of RC Beam-Column Joints. // *Buildings*, 2020, 10, 176.
6. *Hayat, K. F., Tahir, M. F., Khan, Q. Z.* Numerical simulation and performance evaluation of beam column joints containing FRP bars and wire mesh arrangements. // *J. Mech. Contin. Math. Sci.*, 2021, 16: 112 – 130.
7. *Kim, J., LaFave, J. M.* Key influence parameters for the joint shear behaviour of reinforced concrete (RC) beam-column connections. // *Eng. Struct.*, 2007, 29: 2523 – 2539.
8. *Bonacci, J., Pantazopoulou, S.* Parametric investigation of joint mechanics. // *ACI Struct. J.*, 1993, 90: 61 – 71.
9. *Alaee, P., Li, B.* High-strength concrete interior beam-column joints with high-yield-strength steel reinforcements. // *J. Struct. Eng.*, 2017, 143, 4017038.
10. *Ramaglia, G., Lignola, G. P., Fabbrocino, F., Prota, A.* Unified Simplified Capacity Model for Beam-Column Joints into RC Moment Resisting Frame. // *Appl. Sci.*, 2022, 12, 10709.
11. *Zhuang, M.-L., Sun, C., Yang, Z., An, R., Bai, L., Han, Y., Bao, G.* Numerical Investigation on the Seismic Behavior of Novel Precast Beam-Column Joints with Mechanical Connections. // *Buildings*, 2024, 14, 1199.
12. *Kalogeropoulos, G., Tsonos, A.-D., Iakovidis, P.* Hysteresis Behavior of RC Beam-Column Joints of Existing Substandard RC Structures Subjected to Seismic Loading-Experimental and Analytical Investigation. // *Buildings*, 2024, 14, 1609.
13. EN 1998-1, 2004, EUROCODE 8: Design of Structures for Earthquake Resistance-Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings. European Committee for Standardization: Brussels, Belgium, 2004, Volume 1, p. 231.
14. *Barbagallo, F., Bosco, M., Gherzi, A., Marino, E. M., Sciacca, F.* A simple but effective capacity model for check and design of beam-column joints in RC seismic buildings. // *Procedia Structural Integrity*, 2023, 44: 363 – 370.
15. *Shiohara, H.* New model for shear failure of RC interior beam-column connection. // *J. Struct. Eng.*, 2001, 127: 152 – 160.
16. *Fardis, M. N.* Shear strength model for RC joints, consistent with the shear design rules for prismatic members in the second-generation Eurocodes. // *Bull Earthquake Eng*, 2021, 19: 889 – 917.
17. *Florida, A., Panarelli, D., Rossi, P.P., Spinella, N.* Simplified evaluation of the shear strength of slender rectangular R.C. members with shear reinforcement. // *Procedia Structural Integrity*, 2023, 44: 504 – 511.
18. *Nicoletti, V., Carbonari, S., Gara, F.* Beam-column joint nomogram: A simple and fast-to-use tool to evaluate the joint integrity in RC structures. // *Procedia Structural Integrity*, 2023, 44: 371 – 377.

19. Angiolilli, M., Gregori, A., Tonelli, R., Tonelli, C., Ciuffetelli, E., Peditto, A. Structural performance of unreinforced full-scale façade concrete beam-column joint under cyclic load. // *Procedia Structural Integrity*, 2023, 44: 870 – 877.
20. Pagnotta, S., Monaco, A., Colajanni, P., La Mendola, L. Experimental characterization of friction properties of materials for innovative beam-to-column dissipative connection for low-damage RC structures. // *Proc. Structural Integrity*, 2023, 44: 1909 – 1916.
21. De Domenico, D., Quaranta, G.; Zeng, Q., Monti, G. Machine-learning-enhanced variable-angle truss model to predict the shear capacity of RC elements with transverse reinforcement. // *Procedia Structural Integrity*, 2023, 44: 1688 – 1695.
22. Doicheva, A. Determination of the shear force in RC interior beam-column connections. // *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*, 2023, 23: 361 – 371.
23. Doicheva, A. Off-center supported beam with additional elastic supports located at the height of the beam. In *Proceedings of the X-th International Scientific Conference on Architecture and Civil Engineering ArCivE, Varna, Bulgaria, 29 May 2021, Vol. 3: 370 – 379.*
24. Doicheva, A. Off-center Supported Beam with Additional Elastic Supports located at the Height of the Beam and Asymmetrical Cross Section. In *Proceedings of the Intern. Conf. on Basic Scien., Eng. and Techn. (ICBASSET), Istanbul, Turkey, 25 – 28 August 2022: 120 – 129.*
25. Doicheva, A. Off-center supported beam with additional elastic supports, located along the height of the beam and loaded with a distributed transverse load. In *Proceedings of the XXIII Intern. scientific conf. VSU'2023, Vol. I, Sofia, Bulgaria, June 22 – 24 2023: 451 – 460.*
26. Doicheva A. Distribution of Forces in RC Interior Beam-Column Connections. // *Engineering Proceedings*, 2023, 56(1): 114.
27. Doicheva, A. Shear Force of Interior Beam-Column Joints under Symmetrical Loading with Two Transverse Forces on the Beam. // *Buildings*, 2024, 14 (9): 3028.
28. Doicheva, A. Shear force in RC internal beam-column connections for a beam loaded with a transverse force occupying different possible positions. // *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*, 2024, 29: 128 – 144.
29. Doicheva, A. Alteration of the Shear Force in an Internal Beam-Column Joint during the Initiation and Growth of a Crack in a Cantilever Beam. // *Procedia Structural Integrity*, 2025, 66: 433 – 448.
30. Doicheva, A. Repercussions on the Shear Force of an internal Beam-Column Connection from two symmetrical uniformly distributed Loads at different Positions on the Beam. // *Engineering Proceedings*, 87(1), 85.
31. MATLAB R2017b, The MathWorks Inc., Natick, USA, 2017.
32. Khan Faisal Hayat, M. Fiaz Tahir, Qaiser uz Zaman Khan. Numerical simulation and performance evaluation of beam column joints containing FRP bars and wire mesh arrangements. // *Journal of mech. of continua and math. sciences*, 2021, 16 (2): 112 – 130.

DETERMINATION OF THE SHEAR FORCE IN AN INTERNAL REINFORCED CONCRETE FRAME JOINT

A. Doicheva¹, B. Boeva²

Keywords: internal beam-column connection, shear force, reinforced concrete, large deformations, crack on column face, earthquake impacts, analytical study

ABSTRACT

The beam-column connection is a particularly vulnerable element of frame structures and is often responsible for damage to buildings during seismic events. A good understanding of the forces passing through the frame connections in the beam-beam and column-column directions would allow for their adequate calculation in new buildings and their verification in existing buildings without the need for experimental studies. In the design standards of a number of countries, the shear force is determined by a capacitive method, taking into account only the area of the longitudinal reinforcement of the beam passing through the joint. This method shows us how much shear force the reinforcement of the beam can withstand, but not what the actual magnitude of the forces is as a result of the acting loads. Furthermore, the contribution of the concrete to the total magnitude of the shear force is not taken into account. The proposed mathematical model for calculating the forces entering the joint after leaving the beam takes into account the full dimensions of its cross-section. The properties of the materials and the shape of the cross-section are also taken into account. The determining factor for the magnitude of the forces is the load acting on the beam. This paper summarizes the results of calculations for several types of loads. The calculations are based on Menabrea's theorem for determining hyperstatic unknowns. The results of the proposed method for the beams under consideration show that the magnitude of the shear force differs from that accepted in the literature by 6,06 % to 16,89 %, depending on the stage of crack development. Meanwhile, the comparison with the recommended Eurocode method is in the range of -33,36 % to 32,99 % for the accepted beams.

¹ Albena Doicheva, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: doicheva_fhe@uacg.bg

² Bilyana Boeva, student, specialisation HE, third year for the academic year 2023/24, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: hfac.816@uacg.bg