ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ СОФИЯ

Том Volume 58 2025 Брой Issue 2

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY SOFIA

DOI: 10.71167/uaceg.2025.580202

Получена: 19.12.2024 г.
Приета: 16.01.2025 г.

ЕЛАСТИЧЕН КРИТИЧЕН МОМЕНТ ПРИ ОГЪВНО-УСУКВАТЕЛНА ФОРМА НА ЗАГУБА НА УСТОЙЧИВОСТ НА СТОМАНЕНИ ГРЕДИ С ВЪЛНООБРАЗНО СТЕБЛО

П. Йорданова[1], Д. Киндова-Петрова[2]

Ключови думи: *огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост, вълнообразно стебло, еквивалентни характеристики на напречното сечение, критичен момент*

РЕЗЮМЕ

Гредите с вълнообразно стебло все по-често се използват в промишленото строителство. В сравнение с гредите с равнинно стебло те имат по-голяма носимоспособност при огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост при еднакви други условия (напречно сечение, опорни устройства, натоварване и външни фактори). Тя зависи от геометричните характеристики на напречното сечение, които са точно дефинирани за греди с равнинно стебло, но не и за греди със стебло от профилирана ламарина. В настоящата статия е представен метод за приблизително определяне на еластичния критичен момент за проста греда с вълнообразно стебло, натоварена с равни по големина и противоположни по посока огъващи моменти в краищата, като се използват еквивалентните геометрични характеристики на напречното сечение. Изчислените стойности за критичния момент са сравнени с резултатите, получени чрез съществуващите аналитични подходи и чрез анализ на устойчивостта на модели от крайни елементи.

[1] Памела Йорданова, ас. инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: p.jordanova_fhe@uacg.bg

[2] Димитрина Киндова-Петрова, доц. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: kindova_fhe@uacg.bg

1. Въведение

Още към средата на миналия век вълнообразната (синусоидалната) ламарина е използвана за стебло на гредови елементи [1]. В последно време все повече нараства употребата на греди със стебло от профилирана ламарина при промишлени сгради и мостови конструкции. Едно от предимствата на тези конструктивни елементи е, че при еднакви други условия (напречно сечение, опорни устройства, натоварване и външни фактори) те имат по-голяма носимоспособност при огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост в сравнение с гредите с равнинно стебло, като разликата може да достигне 37 % [2]. Критичният момент при тази форма на загуба на устойчивост до голяма степен зависи от геометричните характеристики на напречното сечение, които не са точно дефинирани за греди с вълнообразно стебло.

Timoshenko [3] извежда формулата за еластичния критичен момент за проста греда с равнинно стебло, която е натоварена в краищата с равни по големина и противоположни по посока моменти, предизвикващи огъване:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}}\ , \tag{1}$$

където L е дължината на гредата, I_z – инерционният момент за оста z, I_w – секториалният инерционен момент, I_t – инерционният момент при усукване по Сен Венан, G – модулът на ъглови деформации и E – модулът на еластичност. При това натоварване огъващият момент има една и съща стойност по цялата дължина на гредата.

Голяма част от изследователите изчисляват критичния момент за греди с трапецовидно стебло, като използват форм. (1) и променят част от характеристиките на напречното сечение и/или материала. Те приравняват различните моментови диаграми към константа, като използват коефициенти на съответствие. Lindner [4] е първият, който изчислява еластичния критичен момент за греди със стебло от профилирана ламарина въз основа на форм. (1). Той счита, че увеличението на огъвно-усуквателната носимоспособност на гредите със стебло от трапецовидна ламарина се дължи изцяло на секториалния инерционен момент. Sayed-Ahmed [2] отчита влиянието на стеблото от профилирана ламарина, като го представя чрез еквивалентно равнинно стебло с увеличена дебелина, получена по емпиричен път. Moon et al. [5] и Nguyen et al. [6] определят положението на центъра на срязване (на огъване) и за него изчисляват секториалния инерционен момент, а при определяне на коравината на усукване използват редуциран модул на ъгловите деформации. Въз основа на резултати, получени от модели от крайни елементи, Fernandez-Lacabe et al. [7] предлагат формули за приблизително определяне на геометричните характеристики на напречното сечение. Hassanein et al. [8] сравняват стойностите за критичния момент за 96 греди с трапецовидно стебло, получени чрез модели от крайни елементи и чрез някои от най-популярните подходи. След анализ на резултатите те препоръчват подхода на Nguyen et al. [6] в сравнение с подходите на Moon et al. [5] и Lindner [4]. По-голяма част от изследванията се отнасят за греди със стебла от трапецовидна ламарина [2, 4 – 9], а поведението на гредите с вълнообразна ламарина е по-слабо изследвано [10 – 12].

В статията е представен метод за приблизително определяне на еластичния критичен момент за проста греда с вълнообразно стебло, натоварена с равни по големина и противоположни по посока огъващи моменти в краищата, при който се използват еквивалентни геометрични характеристики на напречното сечение.

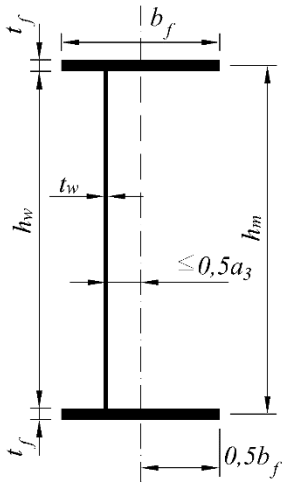
Изчислените стойности за критичния момент са сравнени с резултатите, получени чрез съществуващи аналитични подходи и чрез анализ на устойчивостта на модели от крайни елементи.

2. Съществуващи подходи за определяне на еластичния критичен момент за греди с вълнообразно стебло

Инерционният момент за оста z (вертикална ос, минаваща през средите на поясите) оказва влияние върху големината на критичния момент при огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост. Поради малката коравина на стеблото от профилирана ламарина в надлъжно направление, т. нар. „ефект на акордеона“, то не участва в разпределението на нормалните напрежения. Счита се, че при гредите със стебло от профилирана ламарина нормалните напрежения се поемат изцяло от поясите. За сечението, показано на фиг. 1 инерционният момент се определя по формулата:

$$I_z = \frac{t_f b_f^3}{6}. \tag{2}$$

Larsson и Persson [9] установяват, че отклонението между напреженията и преместванията, получени чрез модели от крайни елементи и изчислените с инерционен момент по форм. (2), е по-малко от 2 %.



Фиг. 1. Напречно сечение на греда със стебло от профилирана ламарина

2.1. Подход на Lopes et al.

Lopes et al. [10] предлагат подход за определяне на еластичния критичен момент при греди с вълнообразно стебло, който се основава на изведени от Lindner [4] формули за греди с трапецовидно стебло. Lindner счита, че секториалният инерционен момент на тези греди $I_{w,L,tr}$ е по-голям от този на гредите с равнинно стебло I_w и използва следната емпирична формула за определянето му:

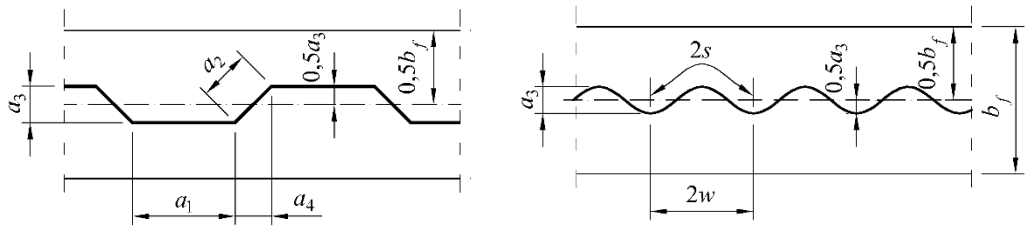
$$I_{w,L,tr} = I_w + c_{w,tr}\frac{L^2}{\pi^2 E}, \tag{3}$$

където $c_{w,tr}$ е коефициент, който зависи от размерите на трапецовидната ламарина и напречното сечение на гредата и се изчислява по формулите:

$$c_{w,\,tr} = \frac{a_3^2 h_m^2}{8u_{x,tr}\left(a_1 + a_4\right)}, \tag{4}$$

$$u_{x,tr} = \frac{h_m}{2Ga_1 t_w} + \frac{h_m^2\left(a_1 + a_4\right)^3}{25a_1^2 E b_f t_f^3}. \tag{5}$$

където a_1, a_3 и a_4 са означения на геометричните размери на стеблото от трапецовидна ламарина (фиг. 2*а*) в съответствие с БДС EN 1993-1-5 [13], b_f и t_f са размерите на пояса, а h_m е разстоянието между центровете на тежестта на поясите (фиг. 1).



а) трапецовидна *б) вълнообразна*

Фиг. 2. Геометрични означения на стеблото от профилирана ламарина в съответствие с БДС EN 1993-1-5 [13]

При сечения с еднакви пояси и равнинно стебло секториалният инерционен момент е [3]:

$$I_w = \frac{t_f b_f^3 h_m^2}{24}. \tag{6}$$

Lindner [4] счита, че инерционният момент при усукване за греди със стебло от трапецовидна ламарина е равен на този за греди с равнинно стебло, който се изчислява по формулата [3]:

$$I_t = \frac{2b_f t_f^3 + h_w t_w^3}{3}. \tag{7}$$

Larsson и Persson [9] не приемат определения по форм. (3) секториален инерционен момент, защото според тях от една страна разликата със секториалния инерционен момент на сечение с равнинно стебло е незначителна, а от друга страна той е геометрична характеристика на напречното сечение, която не би трябвало да зависи от дължината на гредата. Според Larsson и Persson [9] гредите със стебло от профилирана ламарина имат по-голям инерционен момент при усукване спрямо гредите с равнинно стебло. Те го изчисляват по формулата:

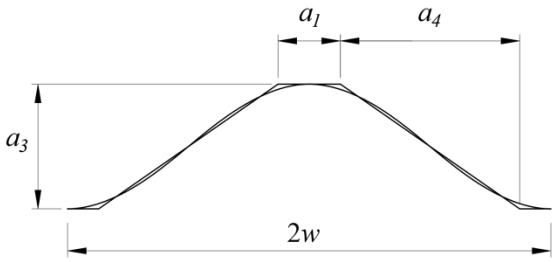
$$I_{t,LP} = I_t + \frac{c_{w,tr}}{G}, \tag{8}$$

където $c_{w,tr}$ е същият коефициент, чрез който Lindner [4] отчита нарастването на секториалния инерционен момент. Често подходът на Larsson и Persson се нарича модифициран подход на Lindner. Двата подхода използват различни изрази за инерционния момент при усукване и секториалния инерционен момент, но в крайна сметка се получават еквивалентни формули за еластичния критичен момент при огъвно-усукователна форма на загуба на устойчивост.

Lopes et al. [10] приравняват напречното сечение на вълнообразната ламарина към това на трапецовидната, като запазват размера a_3 (фиг. 3) и приемат:

$$a_1 = 0{,}1 \,.\, 2w, \tag{9}$$

$$a_4 = 2w/2 - a_1 \,. \tag{10}$$



Фиг. 3. Приблизително представяне на синусоидалната ламарина чрез трапецовидна

Lopes et al. [10] променят и коефициентите в знаменателите на формули (4) и (5), за да получат стойностите за еластичния критичен момент по-близки до резултатите от изследвани на устойчивост модели от крайни елементи на греди с вълнообразно стебло. Формулите, които предлагат за греди с вълнообразно стебло, са:

$$c_{w,sin} = \frac{a_3^2 h_m^2}{22 u_{x,sin}\left(a_1 + a_4\right)}, \tag{11}$$

$$u_{x,sin} = \frac{h_m}{2G a_1 t_w} + \frac{h_m^2\left(a_1 + a_4\right)^3}{300 a_1^2 E b_f t_f^3}, \tag{12}$$

а изразени чрез основните размери на синусоидалната ламарина a_3 и $2w$ (фиг. 2*б*) са:

$$c_{w,sin} = \frac{a_3^2 h_m^2}{22 u_{x,sin}\left(2w/2\right)}, \tag{13}$$

$$u_{x,sin} = \frac{h_m}{0{,}2G\left(2w\right)t_w} + \frac{h_m^2\left(2w\right)}{24 E b_f t_f^3}. \tag{14}$$

Критичният момент може да се определи по формулата:

$$M_{cr,L} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + \frac{c_{w,sin}L^2}{\pi^2 EI_z}}\ . \tag{15}$$

2.2. Подход на Moon et al.

Moon et al. [5] изчисляват секториалния инерционен момент на греда със стебло от трапецовидна ламарина, като я приравняват към греда с ексцентрично равнинно стебло, което се намира на разстояние d от оста на гредата (фиг. 4). Те определят положението на центъра на срязване:

$$d_{s,M} = 2d. \tag{16}$$

По дължина на гредата с трапецовидно стебло разстоянието d се изменя между 0 и $0,5a_3$. Moon et al. изчисляват средната стойност на това разстояние, като приравняват площите на фигурите, които се образуват между стеблото и оста на гредата. Ако същото приравняване се използва за греда с вълнообразно стебло, то за средната стойност на ексцентрицитета се получава:

$$d_{avg,sin} = \frac{2\int_0^w \frac{a_3}{2}\sin\left(\frac{\pi}{w}x\right)dx}{2w} = \frac{a_3}{\pi}. \tag{17}$$

Moon et al. представят напречното сечение чрез отделни свързани помежду си равнинни елементи, чиито краища са номерирани с цифри от 1 до 6 на фиг. 4. Те изчисляват секториалния инерционен момент за центъра на срязване по формулата:

$$I_{w,M} = \frac{1}{3}\Sigma\left(W_{ni}^2 + W_{nj}W_{ni} + W_{nj}^2\right)t_{ij}L_{ij}\ , \tag{18}$$

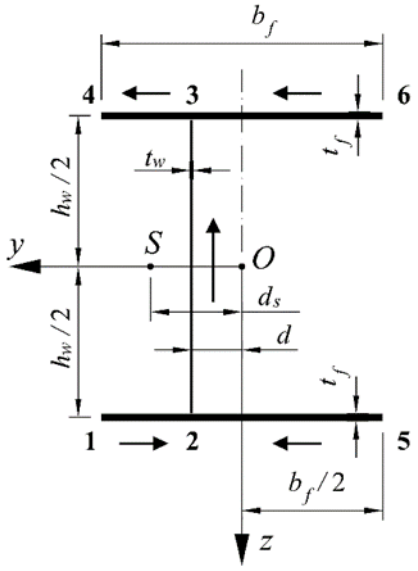
където t_{ij} и L_{ij} са съответно дебелина и дължина на разглеждания равнинен елемент от напречното сечение, а стойностите W_{ni} са получени при дадените на фиг. 4 посоки на обхождане на сечението:

$$W_{n1} = W_{n6} = \frac{2b_f^2 h_w t_f + b_f h_w^2 t_w}{8b_f t_f + 4h_w t_w}; \tag{19}$$

$$W_{n2} = \frac{2b_f^2 h_w t_f + b_f h_w^2 t_w}{8b_f t_f + 4h_w t_w} - \left(\frac{b_f}{4} - \frac{d_{avg}}{2}\right)h_w; \tag{20}$$

$$W_{n3} = \frac{2b_f^2 h_w t_f + b_f h_w^2 t_w}{8b_f t_f + 4h_w t_w} - \left(\frac{b_f}{4} + \frac{d_{avg}}{2}\right)h_w; \tag{21}$$

$$W_{n4} = W_{n5} = \frac{2b_f^2 h_w t_f + b_f h_w^2 t_w}{8b_f t_f + 4h_w t_w} - \frac{b_f}{2}h_w. \tag{22}$$



Фиг. 4. Посока на обхождане на напречното сечение при изчисляване на секториалния инерционен момент

При изчисляване на коравината при усукване Moon et al. използват редуциран модул на ъгловите деформации, който е предложен от Samanta и Mukhopadhyay [14] и за вълнообразна ламарина се определя от следното уравнение:

$$G_{red,sin} = \frac{2w}{2s} G \,. \tag{23}$$

Moon et al. [5] също поддържат хипотезата, че профилирането на стеблото на гредата не оказва влияние на инерционния момент при усукване и той може да се определи по форм. (7).

Критичният момент се изчислява от:

$$M_{cr,M} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z G_{red,sin} I_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_{w,M}}{L^2 G_{red,sin} I_t}} \,. \tag{24}$$

2.3. Подход на Nguyen et al.

Nguyen et al. [6] използват подход, подобен на Moon et al. [5]. Те определят хоризонталното разстояние от центъра на срязване до оста на гредата:

$$d_{s,N} = d + \frac{6t_f b_f}{6b_f t_f + h_w t_w} d, \tag{25}$$

което е по-малко от определеното от Moon et al. (форм. (16)).

Nguyen et al. [6] извеждат следната формула за секториалния инерционен момент за центъра на срязване на греда със стебло от трапецовидна ламарина:

$$I_{w,N} = \frac{h_w^2 t_f b_f \left(6 t_f b_f^3 + t_w h_w b_f^2 + 12 d^2 t_w h_w\right)}{24\left(6 t_f b_f + t_w h_w\right)}. \tag{26}$$

Същата форм. (26) може да се използва и за греди с вълнообразно стебло. Подобно на Moon et al. и Nguyen et al. използват редуцирания модул на ъглови деформации (форм. (23)) и изчисляват инерционния момент при усукване по форм. (7). За определяне на инерционния момент за оста *z* използват израза:

$$I_{z,N} = \frac{t_f b_f \left(2 t_f b_f^3 + t_w h_w b_f^2 + 12 d^2 t_w h_w\right)}{6\left(2 t_f b_f + t_w h_w\right)}. \tag{27}$$

Тогава критичният момент е:

$$M_{cr,N} = \frac{\pi}{L}\sqrt{EI_{z,N} G_{red,sin} I_t}\sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_{w,N}}{L^2 G_{red,sin} I_t}}. \tag{28}$$

Nguyen et al. използват средноаритметичната стойност на критичните моменти, които се получават при $d = 0$ и при $d = 0{,}5a_3$.

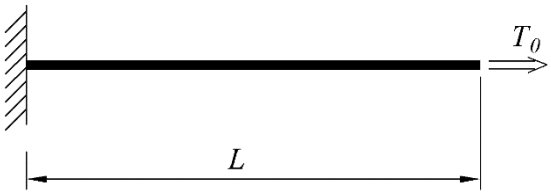
3. Изчисляване на еластичния критичен момент чрез определяне на еквивалентни геометрични характеристики на напречното сечение

За греда с дължина L, която е запъната в левия край и е натоварена с усукващ момент T_0 в десния свободен край (фиг. 5), ъгълът на усукване се получава [15]:

$$\phi(x) = \frac{T_0}{kGI_t \cosh kL}\left[kx\cosh kL - \sinh kL + \sinh k\left(L - x\right)\right], \tag{29}$$

където параметърът *k* се определя по формулата:

$$k^2 = \frac{GI_t}{EI_w}. \tag{30}$$



Фиг. 5. Конзолна греда, натоварена с усукващ момент в края

Ако за такава греда са известни ъглите на усукване $\phi_{L/2}$ и $\phi_{3L/4}$ на сечения, които са разположени съответно по средата на дължината ѝ и на разстояние $3L/4$ от мястото на запъване, то чрез решаване на уравнението [15]:

$$\frac{L}{2}\left(\phi_{3L/4}-\frac{3}{2}\phi_{L/2}\right)k\cosh kL-\left(\phi_{3L/4}-\phi_{L/2}\right)\sinh kL+\phi_{3L/4}\sinh k\frac{L}{2}-\phi_{L/2}\sinh k\frac{L}{4}=0 \quad (31)$$

може да се определи параметърът k. Тогава инерционният момент при усукване се получава от:

$$I_{t,eq}=\frac{k\frac{L}{2}\cosh kL-\sinh kL+\sinh k\frac{L}{2}}{\phi_{L/2}kG\cosh kL}T_0, \quad (32)$$

а секториалният инерционен момент от:

$$I_{w,eq}=\frac{GI_t}{k^2E}. \quad (33)$$

Критичният момент може да се изчисли от:

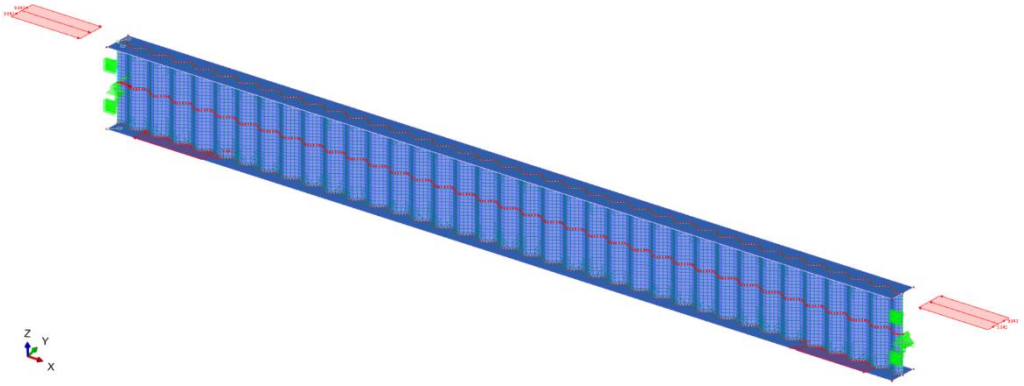
$$M_{cr,eq}=\frac{\pi^2EI_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_{w,eq}}{I_z}+\frac{L^2GI_{t,eq}}{\pi^2EI_z}}. \quad (34)$$

Повече информация за този метод за определяне на еквивалентните геометрични характеристики може да се намери в [15].

4. Числени изследвания

Определянето на еластичния критичен момент $\left(M_{cr,RF}\right)$ и ъглите на усукване $\phi_{L/2}$ и $\phi_{3L/4}$ е извършено чрез модели от крайни елементи, решени чрез компютърната програма RFEM5 [16]. Материалът е с модул на еластичност $E=2{,}1.10^{11}\,\mathrm{N/m^2}$ и коефициент на Поасон ν = 0,3. За поясите са използвани равнинни (plane) елементи, а вълнообразните стебла са моделирани с 12 криволинейни (quadrangle) елемента за всяка синусоидална вълна.

Еластичният критичен момент е определен за случай на проста греда, натоварена в краищата си с противоположни по посока огъващи моменти с големина 1000 N.m, които са моделирани чрез равномерно разпределен по широчината на поясите товар. При лявото опорно сечение в средната точка от стеблото са възпрепятствани преместванията във всички направления (по оси *x*, *y* и *z*) и завъртането по направление на оста на гредата (по ос *x*). При дясното опорно сечение в средната точка от стеблото са ограничени напречните премествания (по оси *y* и *z*) и завъртането по направление на оста на гредата (по ос *x*). И при двете опорни сечения по вертикалната линия на стеблото е възпрепятствано преместването извън равнината на действие на приложения огъващ момент (по ос *y*), за да се избегне загубата на местна устойчивост, предизвикана от концентрацията на напреженията в точка (фиг. 6).



Фиг. 6. Модел от крайни елементи на проста греда

Разгледани са 70 греди с вълнообразно стебло, което има следните параметри: $2w = 155$ mm, $a_3 = 40$ mm при $t_w = 2$ mm и $a_3 = 43$ mm при $t_w \neq 2$ mm. Останалите размери за всички изследвани греди са дадени в табл. 1.

Таблица 1. Геометрични размери на изследваните греди

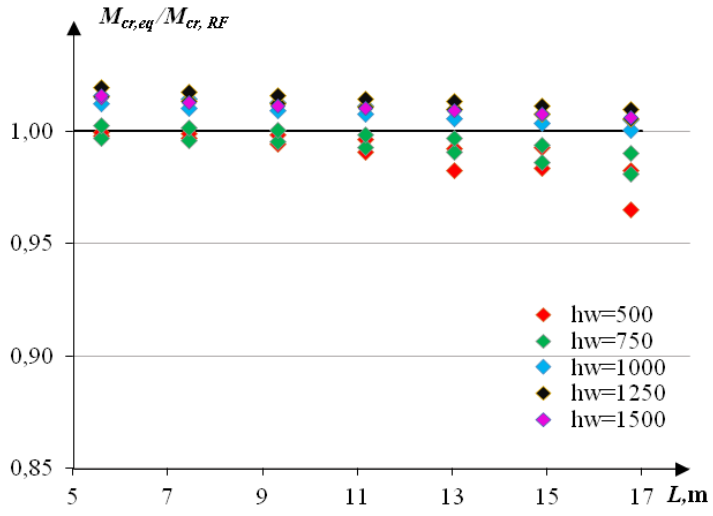
h_w, mm	t_w, mm	a_3, mm	b_f, mm	t_f, mm	L, m
500	2	40	200	8	5,58 7,44 9,30 11,16 13,02 14,88 16,74
			220	10	
750	3	43	220	10	
			240	12	
1000	3	43	240	15	
			260	18	
1250	4	43	260	18	
			280	20	
1500	5	43	280	20	
			300	20	

Еквивалентните геометрични характеристики на напречното сечение (секториалният инерционен момент и инерционният момент при усукване по Сен Венан) за гредите от табл. 1 са получени чрез модели от крайни елементи на конзолни греди с отношение $h/L \approx 0,08$. При $h/L > 0,1$ методът, представен в [15], не дава достоверни резултати. Решението на уравн. (31) е получено посредством вградената функция „fzero“ в средата на MatLab [17].

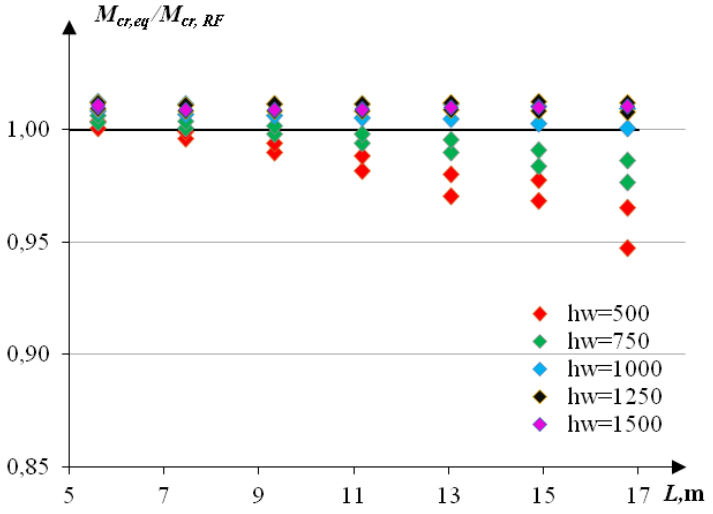
На фиг. 7 – 10 е показано отношението на еластичния критичен момент за изследваните греди с вълнообразно стебло от табл. 2, изчислен чрез всеки отделен метод към еластичния критичен момент $M_{cr,RF}$, получен чрез изследване на устойчивост на модел от крайни елементи чрез компютърната програма RFEM5 [16].

От фиг. 7 и фиг. 8 се вижда, че част от резултатите за еластичния критичен момент, изчислени чрез еквивалентни геометрични характеристики и по подхода на Lopes et al. [10], са в полза на сигурността $\left(M_{cr}/M_{cr,RF} < 1\right)$. Те се получават основно

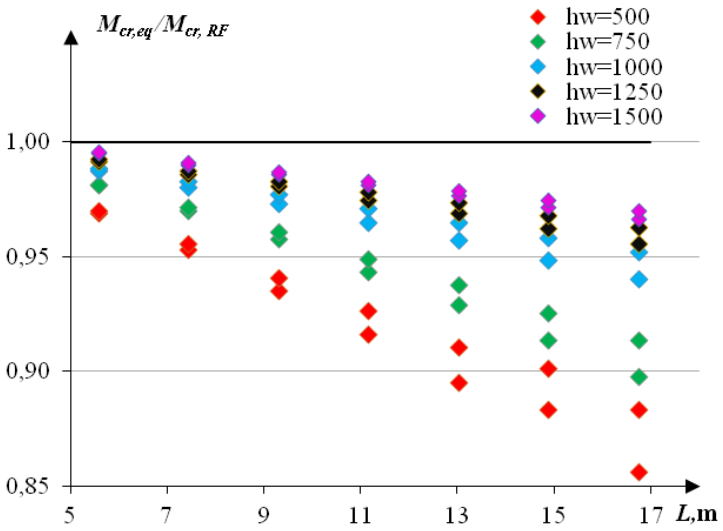
при гредите с $h_w = 500$ mm. При $h_w \geq 1000$ mm резултатите и по двата метода в повечето случаи не са в полза на сигурността $\left(M_{cr} / M_{cr,RF} > 1\right)$. Стойностите на критичните моменти, получени по подходите на Moon et al. [5] и Nguyen et al. [6], са много близки (фиг. 9 и фиг. 10). При тях за всички разгледани случаи изчисленият еластичен критичен момент е в полза на сигурността. Изключение е само $M_{cr,N}$ за греди с $L = 5{,}58$ m и $h_w = 1500$ mm, който се получава с 0,2 % по-голям от $M_{cr,RF}$.



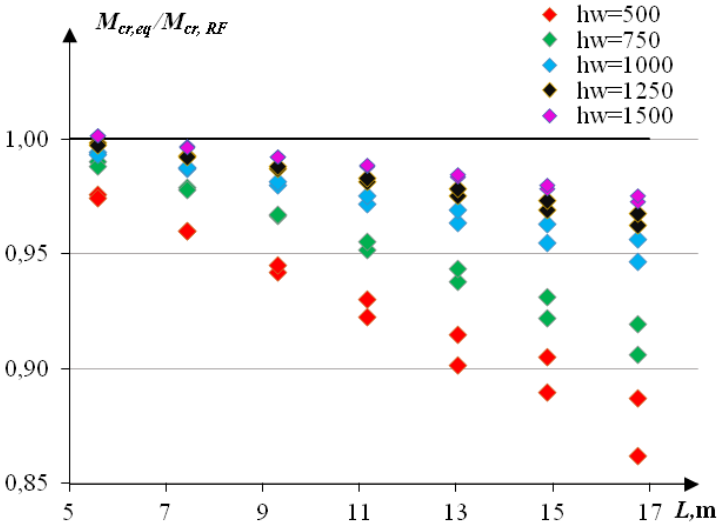
Фиг. 7. Отношение на $M_{cr,eq} / M_{cr,RF}$ при определяне на еквивалентни геометрични характеристики на напречното сечение [15]



Фиг. 8. Отношение на $M_{cr,L} / M_{cr,RF}$ при подхода на Lopes et al. [10]



Фиг. 9. Отношение на $M_{cr,M} / M_{cr,RF}$ при подхода на Moon et al. [5]



Фиг. 10. Отношение на $M_{cr,N} / M_{cr,RF}$ при подхода на Nguyen et al. [6]

В табл. 2 са дадени статистически показатели на отношението на $M_{cr} / M_{cr,RF}$, изчислено по различните подходи. Най-голяма разлика между изчислените стойности на еластичния критичен момент и $M_{cr,RF}$ се получава при подхода на Moon et al. за греди с $L = 16,74$ m и $h_w = 500$ mm. Най-близко до 1 е средноаритметичната стойност на $M_{cr} / M_{cr,RF}$ при подхода на Lopes et al. Подходът с най-малко стандартно отклонение е този, който използва еквивалентните геометрични характеристики.

Таблица 2. Статистически показатели на отношението на $M_{cr} / M_{cr,RF}$ при различните методи

	Екв. геом. характеристики [15]	Lopes et al. [10]	Moon et al. [5]	Nguyen et al. [6]
Максимална стойност	1,020	1,012	0,996	1,002
Средна стойност	1,004	1,001	0,958	0,965
Минимална стойност	0,965	0,947	0,856	0,862
Стандартно отклонение	0,011	0,013	0,031	0,031

5. Заключение

В настоящата статия е получен еластичният критичен момент за прости греди с вълнообразно стебло, натоварени с равни по големина и противоположни по посока огъващи моменти в краищата, чрез определяне на еквивалентните геометрични характеристики на напречното сечение. Изследвани са 70 греди с различно напречно сечение и различна дължина. Еквивалентните геометрични характеристики са определи за всяко напречно сечение чрез модел от крайни елементи. Изчислените резултати за еластичния критичен момент са сравнени със стойностите, получени чрез съществуващи аналитични подходи и чрез изследване на устойчивостта на модели от крайни елементи, решени с програмата RFEM5 [16].

Методът, използващ еквивалентни геометрични характеристики на напречното сечение [15], дава близки стойности до получения еластичен критичен момент чрез програмата RFEM5, като максималната разлика е по-малка от 3,5 %. При този метод се наблюдава най-малкото стандартно отклонение на резултатите.

Методът, използващ подхода на Lopes et al. [10], също дава добри резултати за критичния момент, но са с по-голямо стандартно отклонение в сравнение с подхода, при който се определят еквивалентни геометрични характеристики.

Стойностите за еластичния критичен момент, получени чрез подхода на Moon et al. [5], както и на Nguyen et al. [6], са в полза на сигурността, но се различават значително от получените резултати от програмата RFEM5, като разликата може да стигне до 14,4 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Fraser, A.* Experimental investigation of the strength of multiweb beams with corrugated webs. NACA, Technical note 3801, Washington, USA, 1956.

2. *Sayed-Ahmed, E*. Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders. // Proc. of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, 2005, 158 (1): 53 – 69.

3. *Timoshenko, S., Gere, J.* Theory of elastic stability, 2nd ed. McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1985, ISBN: 0-07-Y85821-7.

4. *Lindner, J.* Lateral torsional buckling of beams with trapezoidally corrugated webs. Proc. of the 4th Int. Colloquium on Stability of Steel Structures, Budapest, Hungary, 1990, 79 – 82.

5. *Moon, J., Yi, J., Choi, B., Lee, H.* Lateral-torsional buckling of I-girder with corrugated webs under uniform bending. // Thin-Walled Structures, 2009, 47 (1): 21 – 30.

6. *Nguyen, N. Kim, S., Han, S., Kang, Y.* Elastic lateral-torsional buckling strength of I-girder with trapezoidal web corrugations using a new warping constant under uniform moment. // Eng. Struct. 2010, 32: 2157 – 2165.

7. *Fernandez-Lacabe, D., Lopez, C., Serna, M.* Elastic lateral-torsional buckling of girders with corrugated web: equivalent section properties approach. The International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, SDSS Portugal, 2022, 344 – 353.

8. *Hassanein, M., Elkawas, A., Bock, M., Elchalakani, M., Shao, Y.-B.* Lateral-torsional buckling strength of corrugated web girders: EC3 and AISC modified design methods. // Thin-Walled Struct., 2022, 176: 1 – 19.

9. *Larsson, M., Persson, J.* Lateral-torsional buckling of steel girders with trapezoidally corrugated webs. Chalmers University of Technology, MSc thesis, Gothenburg, Sweden, 2013.

10. *Lopes, G., Couto, C., Real, P., Lopes, N.* Elastic critical moment of beams with sinusoidally corrugated webs. // J. Constr. Steel Res., 2017, 129: 185 – 194.

11. *Hajdú, G., Pasternak, H., Papp, F.* Lateral-torsional buckling assessment of I-beams with sinusoidally corrugated web. // Journal of Constructional Steel Research, 2023, 207: 107916.

12. *Guo, Y., Zhang, Q., Walter, S., Hofer, A.* Flange buckling behavior of the H-shaped member with sinusoidal webs. 5th Int. Conference on Thin-Walled Structures, Brisbane, Australia, 2008, 5-24 – 5-31.

13. BDS EN 1993-1-5. 2024, EVROKOD 3: Proektirane na stomaneni konstruktsii. Chast 1-5: Palnostenni konstruktivni elementi.

14. *Samanta, A., Mukhopadhyay, M.* Finite element static and dynamic analyses of folded plates. // Engineering Structures, 1999, 21 (3): 277 – 287.

15. *Kindova-Petrova, D., Yordanova, P.* Geometrichni harakteristiki na naprechnoto sechenie pri usukvane na gredi sas steblo ot profilirana lamarina. // Godishnik na UASG, 2025, 25 (1).

16. RFEM 5, Dlubal Software Inc., Philadelphia, Pennsylvania, USA.

17. MatLab, The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, USA.

ELASTIC CRITICAL MOMENT FOR LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF STEEL BEAMS WITH SINUSOIDALLY CORRUGATED WEB

P. Yordanova[1], D. Kindova-Petrova[2]

Keywords: *lateral-torsional buckling, sinusoidal web, equivalent section properties, critical moment*

ABSTRACT

The beams with a sinusoidal web are increasingly used in industrial construction. Compared to the plane web beams, they have a greater flexural-torsional buckling capacity if all other conditions are equal (cross section, support devices, load and external factors). It depends on the geometric section properties, which are precisely defined for beams with a plane web, but not for corrugated web beams. This paper presents a method to approximate the elastic critical moment of simple sinusoidally corrugated web beam loaded with equal magnitude and opposite direction bending moments at the ends, using the equivalent section properties. The calculated critical moment values are compared with results obtained by existing analytical approaches and by the buckling analysis of finite element models.

[1] Pamela Yordanova, Assist. Prof. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: p.jordanova_fhe@uacg.bg

[2] Dimitrina Kindova-Petrova, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: kindova_fhe@uacg.bg