ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ СОФИЯ

Том Volume 58 2025 Брой Issue 2

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY SOFIA

DOI: 10.71167/uaceg.2025.580201

Получена: 08.10.2024 г.
Приета: 13.12.2024 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ НА МКЕ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИНАМИЧНАТА УСТОЙЧИВОСТ НА ТРЪБОПРОВОД, ИЗГРАДЕН ОТ УЧАСТЪЦИ С РАЗЛИЧНИ КОРАВИНИ

Д. Лолов[1], Св. Лилкова-Маркова[2]

Ключови думи: *тръбопровод, динамична устойчивост, критична скорост*

РЕЗЮМЕ

Тръбопроводният транспорт е ефективен за пренасяне на флуиди на дълги разстояния. Основните му предимства са непрекъснатостта на транспорта, възможността за превоз на големи количества флуиди, ниски енергийни разходи и съществени ползи за околната среда. Потенциална повреда на тръбопровода обаче води до значителни негативни последици за икономиката, околната среда и представлява риск за общественото здраве и сигурност. Това е причината проблемите за устойчивостта на тръби, провеждащи флуид, да са във фокуса на множество научни изследвания.

Настоящата статия изследва динамичната устойчивост на тръба, провеждаща флуид, изградена от два участъка с различна коравина. За решението на задачата е използван методът на крайните елементи (МКЕ). Получените резултати показват как отношението на дължините на двата участъка влияе върху устойчивостта на системата.

1. Въведение

В индустрията тръбопроводите се прилагат за пренасяне на флуид на големи разстояния. Често тръбопроводите имат стъпаловидно изменящо се напречно сечение по дължината си. Li, Z. и колектив [1] разглеждат тръба с хоризонтална ос и надлъжни

[1] Димитър Лолов, доц. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: lolov_fhe@uacg.bg

[2] Светлана Лилкова-Маркова, проф. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: lilkova_fhe@uacg.bg

участъци с различни напречни сечения. Изследват се параметрите на движението на протичащия газ с разпръснати твърди частици в него – скорост и сили на взаимодействие със стената на тръбата. Прилага се методът на крайните елементи и модел на изчислителната механика при флуидите.

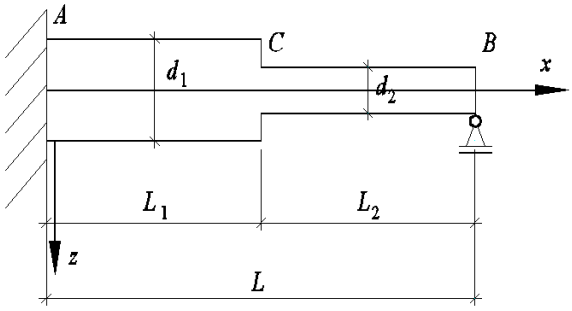
В статията на Hunain, M. [2] е разгледана подпряна като проста греда тръба с протичащ флуид. Тръбата е съставена от два участъка. Всеки от тях е с постоянно напречно сечение, различно от това на другия участък. За изследване на динамичното поведение на тази стъпаловидна тръба е приложен методът на крайните елементи. Кръговата честота на трептенията на тръбата и критичната скорост на протичащия флуид са определени при различни отношения на дължините на двата участъка и на отношения на външните им диаметри на напречните сечения.

Миронова и колектив [3] въвеждат нов тип крайни елементи със седем възела и е моделирано взаимодействието на тръба със сложна конфигурация и протичащ флуид. Резултатите са потвърдени от експерименти.

В статията на Лолов [4] е изследвана динамична устойчивост на тръба с протичащ флуид. Статическата ѝ схема е проста греда. Тръбата има два участъка, които са от различен материал и с еднакво напречно сечение. Определена е критичната скорост на протичащия флуид при различни дължини на двата участъка, а също и имагинерната част на кръговата честота на трептенията.

2. Постановка на задачата

Разглежда се тръбопровод, който се състои от два участъка, изпълнени с различно напречно сечение. Коравините на първия и втория участък са означени съответно с EI_1 и с EI_2. Дължините на участъците са L_1 и L_2. Протичащият флуид е несвиваем, невискозен и се транспортира с постоянна скорост V_1 за първия участък и V_2 за втория участък. Изследва се устойчивостта на системата извън вертикалната равнина. Разглежданата система е показана на фиг. 1.



Фиг. 1. Статическа схема на изследвания тръбопровод

Диференциалните уравнения, описващи малките напречни трептения на сеченията от двата участъка от тръбопровода, имат следния вид:

$$EI_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + M_1 V^2 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} + 2 m_1 V_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1 \partial t} + \left(m_1 + M_1\right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

$$EI_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^4} + M_2 V^2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} + 2 m_2 V_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2 \partial t} + \left(m_2 + M_2\right) \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = 0 . \quad (2)$$

Величините във формули (1) и (2) са, както следва:

m_i и M_i са съответно масата на транспортирания флуид и масата на *i*-тия участък от тръбата за единица дължина на тръбопровода;

$w_i\left(x,t\right)$ – напречното преместване в момента от време *t* на сечение, отстоящо на разстояние x от левия край на тръбата;

I_i – осовият инерционен момент на напречното сечение на тръбата за участък i, E е модулът на линейна еластичност на материала на тръбата.

Граничните условия за тръбата от фиг. 1 са:

А) при сечение A

$$\begin{aligned} w_A &= 0 \\ w_1\left(0;t\right) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\alpha_A = 0$$

$$\left.\frac{\partial w_1\left(x;t\right)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \quad (4)$$

Б) при сечение B

$$\begin{aligned} w_B &= 0 \\ w_2\left(L_2;t\right) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$M_B = 0$$

$$\left.\frac{\partial^2 w_2\left(x;t\right)}{\partial x^2}\right|_{x=L_2} = 0 \quad (6)$$

В) при сечение C

$$\begin{aligned} w_C^{\text{ляво}} &= w_C^{\text{дясно}} \\ w_1\left(L_1;t\right) &= w_2\left(0;t\right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\alpha_C^{\text{ляво}} = \alpha_C^{\text{дясно}}$$

$$\left.\frac{\partial w_1\left(x;t\right)}{\partial x}\right|_{x=L_1} = \left.\frac{\partial w_2\left(x;t\right)}{\partial x}\right|_{x=0} \quad (8)$$

3. Дискретизация по МКЕ

Уравнението за напречните премествания в краен елемент от тръбата има вида [2]:

$$W(x)=\sum_{i=1}^{n}N_i(x)q_i\,, \tag{9}$$

където q_i са обобщените координати (фиг. 2), N_i са функциите на формата. Функциите на формата имат следния вид [1]:

$$N_1=\frac{1}{l^3}\left(2x^3-3lx^2+l^3\right). \tag{10}$$

$$N_2=\frac{1}{l^2}\left(x^3-2lx^2+l^2x\right). \tag{11}$$

$$N_3=\frac{1}{l^3}\left(3lx^2-2x^3\right). \tag{12}$$

$$N_4=\frac{1}{l^2}\left(x^3-lx^2\right). \tag{13}$$

Фиг. 2. Краен елемент

Кинетичната и потенциалната енергия за елемент от гредата се изчислява по следните формули [2]:

$$E_k=\frac{1}{2}\int_0^l(M+m)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2dx=\frac{1}{2}\sum_l q^T(M+m)\int_0^l N^TN\,dx\,q\,. \tag{14}$$

$$E_p=\frac{1}{2}\int_0^l EI\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2dx=\frac{1}{2}\sum_l q^T\int_0^l N^{II\,T}N^{II}\,dx\,q\,. \tag{15}$$

Масовата матрица на елемента има вида [2]:

$$|\hat{m}|=\frac{(m+M)l}{420}\begin{vmatrix}156 & 22l & -54 & -13l\\ 22l & 4l^2 & -13l & -3l^2\\ 54 & 13l & -156 & -22l\\ -13l & -3l^2 & -22l & -4l^2\end{vmatrix}. \tag{16}$$

Матрицата на коравина на елемента се състои от две части [2]:

$$\left|\hat{k}\right| = \left|\hat{k}_1\right| - \left|\hat{k}_2\right|. \tag{17}$$

$$\left|\hat{k}_1\right| = \frac{2EI}{l^3}\begin{vmatrix} 6 & 3l & -6 & 3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & l^2 \\ -6 & -3l & 6 & -3l \\ 3l & l^2 & -3l & -2l^2 \end{vmatrix}. \tag{18}$$

$$\left|\hat{k}_2\right| = \frac{MV^2}{30l}\begin{vmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & -3l \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{vmatrix}. \tag{19}$$

Демпфиращата матрицата за елемента се записва във вида [2]:

$$\left|\hat{c}\right| = \frac{MV}{30}\begin{vmatrix} -30 & -6l & -30 & 6l \\ 6l & 0 & -6l & l^2 \\ 30 & 6l & 30 & -6l \\ -6l & -l^2 & 6l & 0 \end{vmatrix}. \tag{19}$$

Диференциалното уравнение (1) за даден краен елемент добива вида:

$$\left|\hat{m}\right|\{\ddot{q}\} + \left|\hat{c}\right|\{\dot{q}\} + \left|\hat{k}\right|\{q\} = 0. \tag{20}$$

Съставят се глобалните матрици за системата, отчитат се граничните условия и се решава следното характеристичното уравнение [2]:

$$\left|\Omega\right| = \begin{vmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{vmatrix}. \tag{21}$$

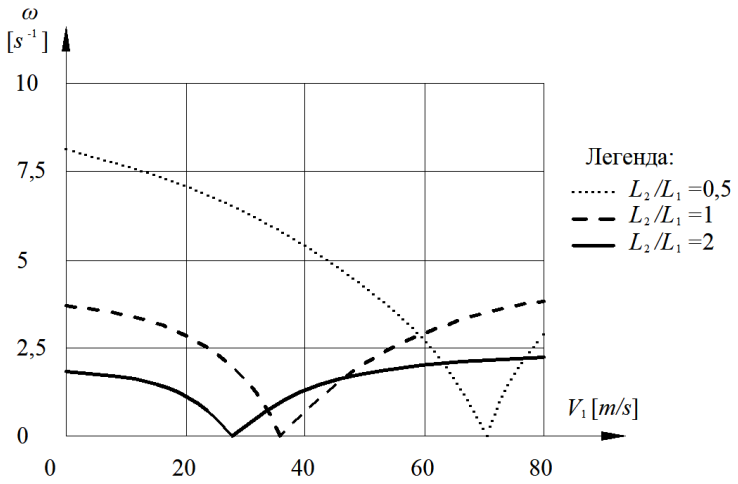
На база на стойностите на корените на характеристичното уравнение (21) се правят изводи за устойчивостта на системата. Системата губи устойчивост, когато собствената ѝ кръгова честота стане равна на нула.

4. Числени изследвания

В настоящата работа е изследвана динамичната устойчивост на тръбопровода със статическа схема, съгласно фиг. 1. Първият участък е с коравина на огъване $EI_1 = 3001$ kNm^2, а вторият с $EI_2 = 1540$ kNm^2. Дължината на гредата е $L = 6$ m. Напречното сечение на тръбата и в двата участъка е пръстеновидно с дебелина на стената $0,005$ m. В първия участък напречното сечение е с външен радиус $0,1$ m, а във втория участък – $0,08$ m.

Задачата е решена при три съотношения на дължините на двата участъка L_2 / L_1. За всяка от изследваните тръби е определена зависимостта между първата кръгова честота ω и скоростта на флуида в първия участък на тръбата V_1.

Критичната скорост на флуида в първия участък V_{1cr}, при която системата губи устойчивост, съответства на стойности за кръговата честота $\omega = 0$. Резултатите от изследването са представени на фиг. 3.



Фиг. 3. Зависимост между първата кръгова честота и скоростта на флуида в първия участък

5. Обобщение

Резултатите от проведеното изследване показват, че за тръбата от фиг. 1 с увеличаване на съотношението на дължините на двата участъка L_2 / L_1 се намалява устойчивостта на системата. От фиг. 3 се вижда, че съотношението L_2 / L_1 съществено влияе върху състоянието на устойчивост на тръбопровода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Li, Z., Chu, K., Pan, R., Yu, A., Yang, J.* Computational Study of Gas-Fluid Flow in a Horizontal Stepped Pipeline. // Hindawi, Mathematical Problems in Engineering, 2019, Volume 2019: Article ID 2545347.

2. Hunain, M. The fundamental natural frequency and critical flow velocity evaluation of a simply supported stepped pipe conveying fluid. // Journal of Babylon University (Engineering Sciences), 2017, 25 (5): 1840 – 1849.

3. *Mironova, T., Prokofiev, A., Sverbilov, V.* The finite element technique for modelling of pipe system vibroacoustical characteristics. // Procedia Engineering (Dynamics and Vibroacoustics of Machines), 2017, 176: 681 – 688.

4. *Lolov, D.* Dinamichna ustoychivost na traboprovod, provezhdasht fluid, sastoyasht se ot dva uchastaka izpalneni ot razlichen material. // XVI Mezhdunarodna nauchna konferentsia VSU'2016, 20166.

APPLICATION OF THE FEM FOR STUDYING THE DYNAMIC STABILITY OF A PIPE CONSTRUCTED FROM SEGMENTS OF DIFFERENT RIGIDITY

D. Lolov[1], Sv. Lilkova-Markova[2]

Keywords: *pipeline, dynamic stability, critical velocity*

ABSTRACT

Pipeline transportation is efficient for conveying fluids over long distances. Its main advantages include the continuity of transportation, the ability to transport large quantities of fluids, low energy consumption, and significant environmental benefits. However, potential pipeline damage can lead to significant negative consequences for the economy, the environment, and pose risks to public health and safety. This is why issues related to the stability of fluid-carrying pipes have been the focus of numerous scientific studies.

The current paper examines the dynamic stability of a fluid-carrying pipe constructed from two segments with different rigidity. The Finite Element Method (FEM) was used to solve the problem. The results obtained demonstrate how the ratio of lengths of the two segments affects the stability of the system.

[1] Dimitar Lolov, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: lolov_fhe@uacg.bg

[2] Svetlana Lilkova-Markova, Prof. Dr. Eng., Dept. "Technical Mechanics", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: lilkova_fhe@uacg.bg