



DOI: [10.71167/uaceg.2025.580103](https://doi.org/10.71167/uaceg.2025.580103)

Получена: 11.10.2024 г.

Приета: 28.10.2024 г.

ОБЗОР НА ТЕОРЕТИЧНИТЕ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ ВЪРХУ ОГЪВНО-УСУКВАТЕЛНАТА ФОРМА НА ЗАГУБА НА УСТОЙЧИВОСТ НА РАВНИННИ СТОМАНЕНИ ФЕРМИ С ЕЛЕМЕНТИ ОТ ЗАТВОРЕНИ ПРОФИЛИ

Ч. Пенелов¹

Ключови думи: стоманени ферми, обща загуба на устойчивост на пояса извън равнината на фермата, затворени профили

РЕЗИЮМЕ

Направен е обзор на съществуващите теоретични и експериментални изследвания върху огъвно-усуквателната форма на обща загуба на устойчивост на равнинни стоманени ферми с елементи от затворени профили. Представен е критичен анализ на различни съществуващи методи за оценка на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата.

1. Въведение

Стоманените ферми без възлови плочи с елементи от правоъгълни (RHS), квадратни (SHS) и кръгли (CHS) затворени профили се използват масово в покривните конструкции на сгради с различно предназначение. Въпросът за определяне на реалистична носеща способност при загуба на устойчивост на пояса извън равнината на фермата е особено актуален за нашата страна, където значителен брой конструкции са проектирани за по-ниски натоварвания от сняг и вятър в сравнение с действащите норми.

В общия случай изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата може да се определи по формулата:

¹ Чавдар Пенелов, гл. ас. д-р инж., кат. „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: penelov_fce@uacg.bg

$$L_{cr,z} = \pi \sqrt{\frac{EI_z}{N_{cr,z}}} = \pi \sqrt{\frac{EI_z}{\alpha_{cr} N_{Ed}}}, \quad (1)$$

където E е модулът на еластичност на стоманата;

I_z – инерционният момент на пояса при огъване извън равнината на фермата;

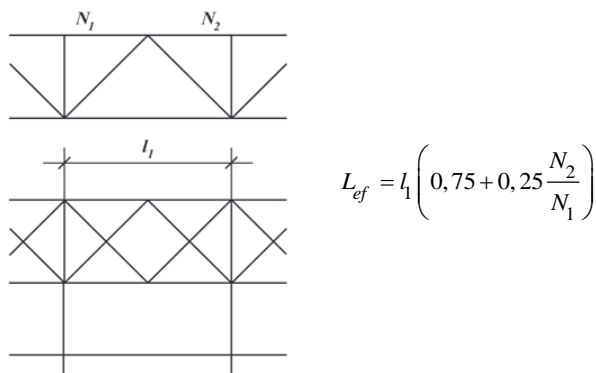
$N_{cr,z}$ – критичната осова сила на пояса при загуба на устойчивост в Ойлерова постановка извън равнината на фермата;

N_{Ed} – осовата сила в пояса в резултат на приложеното натоварване;

α_{cr} – критичният множител на приложеното натоварване.

Определянето на α_{cr} и $N_{cr,z}$ може да стане на базата на анализ на устойчивостта в Ойлерова постановка на триизмерен изчислителен модел на фермата, разработен по метода на крайните елементи (МКЕ). За да се опростят изчисленията, в практиката обикновено поясът се разглежда като изолиран елемент, без да се отчита взаимодействието му с останалите елементи на фермата. За тази цел в нормите за проектиране се дават опростени консервативни предписания за определяне на изкълчвателната дължина. Съгласно информационното Приложение ВВ на EN 1993-1-1 [1] изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата на решетъчни конструкции с елементи от стоманени затворени профили може да се приеме $L_{cr,z} = 0,9L_z$, освен ако с подходящ анализ не бъде доказана по-малка стойност. Тук L_z е разстоянието между странично укрепените точки от пояса на фермата. В българските Норми за проектиране на стоманени конструкции от 1987 г. [2] консервативно се предписва $L_{cr,z} = L_z$, независимо от вида на напречните сечения на елементите на фермата.

Неравномерното разпределение на осовата натискава сила по дължината на пояса повишава неговата устойчивост. Българските норми [2] разглеждат един частен случай, даден на фиг. 1. При него натиснатият пояс (горният пояс от фиг. 1) е укрепен странично във всеки втори възел от дължината си, като се дава възможност да се отчете неравномерната натискава сила в рамките на свободната дължина на пояса. На фиг. 1 [2] са използвани означенията $l_1 = L_z$, $l_{ef} = L_{cr,z}$, а N_1 и N_2 са осовите сили в натиснатия пояс.



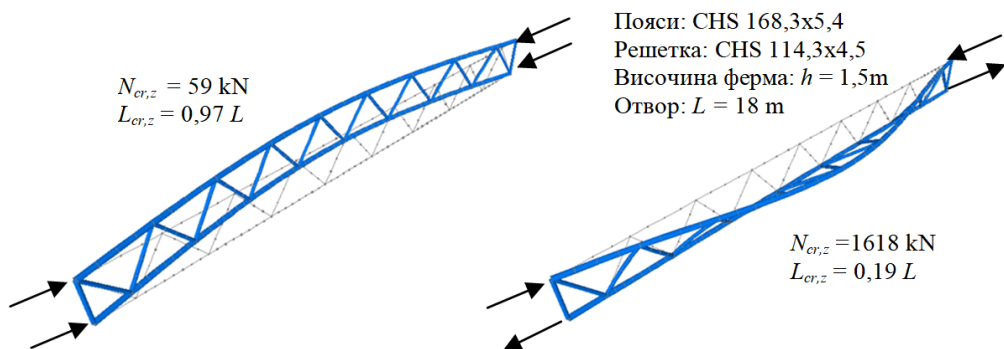
Фиг. 1. Частен случай от българските норми [2] за определяне на изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата

В повечето случаи сградите с покривна конструкция от стоманени ферми са с относително малък наклон на покрива, при който се наблюдава смучене от външен вятър върху външната повърхност на покривното покритие. То следва да се суперпонира с

натиска върху вътрешната повърхост на покривното покритие, породен от т.нар. вътрешен вятър, който се дължи на отворени врати и прозорци, наличие на отвори със значителна площ по фасадите на сградите, вентилатори и др. Поради относително малкото собствено тегло на стоманената покривна конструкция се наблюдава натискова осова сила в долния пояс на просто подпрените ферми, а в горния, най-често дискретно странично укрепен от напречни елементи пояс на фермата, възниква опън. По тази причина е необходимо да бъде проверена общата устойчивост извън равнината на фермата на долния натиснат пояс. Той обикновено е с относително висока стройност $\lambda_z = L_{cr,z}/i_z$ извън равнината на фермата (i_z е инерционният радиус на пояса извън равнината на фермата). В EN 1993-1-1 [1] не се предписват ограничения на стройността на натиснатите елементи. Счита се, че подобни ограничения биха възпрепятствали развитието на леките стоманени конструкции. В редица европейски държави, сред които и България, голяма част от инженерите традиционно спазват определени препоръки за ограничаване на стройността на натиснатите елементи. У нас много инженери спазват заложената в българските норми [2] гранична стройност 200 за натиснати елементи. В Европейската програма за обучение по стоманени конструкции *ESDEP* [3] за елементи, които могат да бъдат натиснати единствено под действие на вятър, се препоръчва гранична стройност 250, при условие че деформациите на натиснатия елемент не водят до неблагоприятни последици за други елементи от конструкцията. Консервативните опростени предписания за определяне на изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата в съчетание със спазването на предписания за гранична стройност на пояса водят до разходи за монтаж на допълнителни укрепяващи елементи (разпънки или обтяжки) по долните пояси на стоманените покривни ферми, подложени на въздействие от вятър, без да има реална нужда от това. В определени случаи прекомерният брой укрепяващи елементи може да е неприемлив от архитектурна гледна точка.

Прътите със стоманени затворени профили от решетката на ферми, подложени на огъване (решетъчни греди), имат съществено влияние за повишаване на критичната сила на пояса $N_{cr,z}$ (т.е. за намаляване на изкълчвателната му дължина) извън равнината на фермата. За това допринасят редица фактори: усуквателната коравина на елементите от затворени профили и фермовите възли; коравината на огъване на прътите от решетката и фермовите възли извън равнината на фермата; стабилизиращата роля на опънатия пояс (и евентуално страничното му подпиране). В този смисъл натиснатият долен пояс на ферми, подложени на смучене от вятър, може да се разглежда като податливо укрепен странично от прътите на решетката, даже и когато не е директно странично укрепен от елементи на пространственото укрепяване. Явлението е схематично илюстрирано на фиг. 2, дясно. Благоприятната роля на прътите от решетката за повишаването на устойчивостта на пояса на решетъчни греди, не се отчита в опростените предписания на нормите, свързани с определянето на изкълчвателната му дължина извън равнината на фермата. Както ще видим по-долу, редица изследователи използват термина „огъвно-усуквателна форма на обща загуба на устойчивост“ за равнинните ферми, подложени на огъване, по аналогия с огъвно-усуквателната форма на обща загуба на устойчивост (измятане) на пълностенните стоманени греди.

Важно е да се подчертае, че благоприятното влияние на прътите от решетката за повишаване на критичната сила на пояса не може да се прояви, когато и двата пояса на фермата са натоварени с еднаква по стойност натискова сила (центрично натиснати решетъчни колонии) и са укрепени по идентичен начин извън равнината на фермата. В този случай се наблюдава огъвна форма на обща загуба на устойчивост (изкълчване) извън равнината на фермата (фиг. 2, ляво). При свободна ротация извън равнината на фермата в краищата на пояса изкълчвателната му дължина извън равнината на фермата е близка до разстоянието между страничните подпирания.



Фиг. 2. Огъвна форма на загуба на устойчивост на центрично натисната решетъчна колона без междинни странични укрепявания (ляво) и огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост на решетъчна греда при странично подпрян опънат долен пояс (дясно)

В настоящата работа са направени кратък обзор и критичен анализ на теоретичните и експерименталните изследвания върху огъвно-усуквателната форма на общата загуба на устойчивост на равнинни ферми с елементи от стоманени затворени профили. Целта е да се обобщи световният опит в разглежданата област и да се популяризират резултатите от тези изследвания, както сред практикуващите инженери, така и сред академичната общност у нас.

2. Ранни изследвания на устойчивостта на пояси на ферми с еластични дискретни странични подпирания

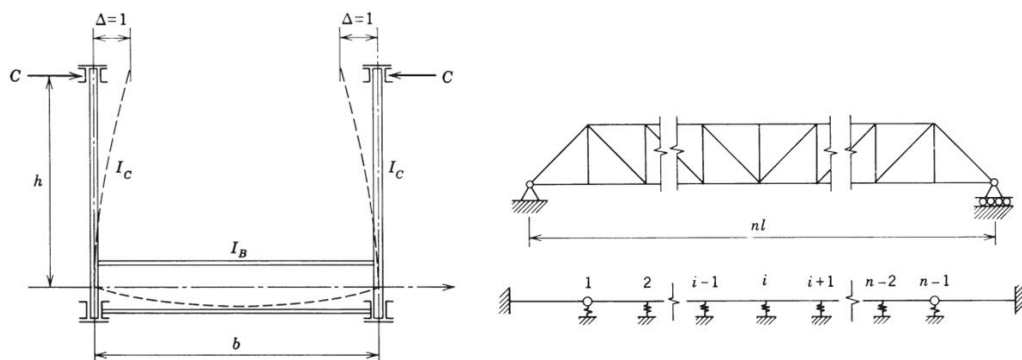
Ранните изследвания върху определянето на критичната сила на натиснатия пояс на ферми с еластични странични подпирания са свързани с проектирането на мостове с две просто подпрени решетъчни главни греди и пътна конструкция на нивото на опънатия долен пояс (*pony truss bridges*), натоварени с гравитационен товар. Приема се, че на загубата на устойчивост на горния натиснат пояс извън равнината на фермата противодействат U-рамки, формиращи от пръти на решетката и от напречни греди, свързани кораво към опънатия долен пояс и прътите от решетката (фиг. 3 [4]). На нивото на опънатия пояс е необходимо да бъде развита хоризонтална надлъжна укрепяваща връзка, с помощта на която напречните греди на U-рамките се считат за транслационно подпрени извън равнината на фермата. У нас за U-рамките се използва и терминът „полурамки“.

Влиянието на U-рамките се отчита с помощта на фиктивни линейни транслационни пружини на нивото на горния натиснат пояс. Тези пружини лежат в равнина, перпендикулярна на равнината на фермата, като са разположени през определени разстояния, съответстващи на фермовите възли по горен пояс. По този начин горният натиснат пояс се разглежда като податливо (еластично) укрепен странично в местата на U-рамките – фиг. 4, дясно [5]. Коравината на фиктивните транслационни пружини е равна на силата C , причиняваща единично напречно преместване на U-рамката на нивото на горния натиснат пояс – фиг. 4, ляво [5]. За определянето ѝ се използват консервативни опростяващи предпоставки, които улесняват ръчните изчисления. Пренебрегва се коравината на усукване на елементите, а прътите от

решетката се приемат за ставно свързани към горния натиснат пояс извън равнината на фермата. Приема се, че в краищата на пояса ротацията извън равнината на фермата е свободна. Тези предпоставки обуславят консервативността на решението при стоманени ферми с елементи от затворени профили и заварени възли с директно присъединяване на прътите от решетката към поясите без използването на възлови плочи.



Фиг. 3. U-рамки, осигуряващи устойчивостта на натиснат горен пояс на ферма на мост извън равнината на фермата [4]



Фиг. 4. Заместване на U-рамките с фиктивни транслационни пружини (Ziemian, [5])

Задачата за определяне на критичната сила на прът върху еластична основа занимава изследователите от края на XIX век [6, 7]. При постоянна осова сила и постоянно напречно сечение по дължината на натиснатия пояс, в случай че разстоянията между фиктивните пружини и коравината им не се изменя, би могло поясът да се разглежда като прът върху еластична основа, като за определяне на критичната сила на пояса е възможно да се използва приблизителното решение на Engesser [7].

$$N_{cr,z} = 2\sqrt{\frac{EI_z C}{s}}, \quad (2)$$

където s е разстоянието между възлите на фермата. Формула (2) е изведена при предпоставката, че поясът е безкрайно дълъг, а краищата му са транслационно подпирани странично с неподдаваеми опори, предполагащи наличието на корави портални рамки в краищата на моста.

Bleich [8] предлага решения на тази идеализация на проблема, позволяващи да бъдат отчетени променливо напречно сечение и променлива нормална сила на натиснатия пояс, както и променливи разстояния и коравина на фиктивните пружини.

Timoshenko & Gere [9] предлагат таблица за определяне на критичната сила на прът върху еластична основа, в случай че осовата сила се изменя параболично по дължината му, а краищата му са трансляционно подпрени странично с неподдаваеми опори.

Методиката на *Holt* [10] позволява проектирането на мостове, при които в краищата си натиснатият пояс е податливо странично укрепен (фиг. 4, дясно [5]). Приема се, че инерционният момент и площта на пояса се изменят пропорционално на разпределението на натисковата сила в него, което обикновено не е налице в практиката.

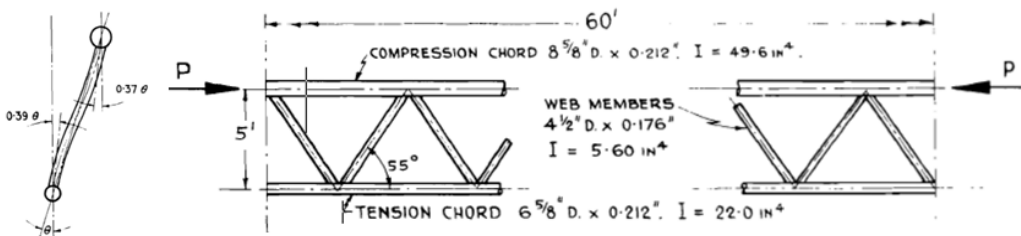
В [5, 11] се дискутират различни интерпретации на метода с U-рамки, сред които такива, залегнали в някои норми за проектиране на мостове. В [12] се предлага формула (2) да се прилага за оценка на критичната сила на долния натиснат пояс на стоманени ферми, подложени на смучене от вятър, при условие че към горния опънат пояс е прикрепена профилирана ламарина, играеща ролята на напречните греди на U-рамките (покривна конструкция без столици върху фермите). Пренебрегва се коравината на усукване на елементите на фермата, което е изключително консервативно в случая на ферми с елементи от затворени профили.

3. Теоретични и експериментални изследвания върху огъвно-усуквателната форма на загуба на устойчивост на стоманени ферми с елементи от затворени профили

През 60-те години на миналия век се заражда идеята загубата на обща устойчивост на натиснатия пояс извън равнината на решетъчна греда с елементи от затворени профили да се разглежда не като проблем на пояса като изолиран елемент, а като явление, засягащо фермата като цяло, дори когато липсват напречни греди, кораво свързани към опънатия пояс. В този случай в теоретичния анализ е необходимо да се отчете усуквателната коравина на поясите на фермата (или поне на опънатия пояс), чиято стабилизираща роля е подобна на ролята на огъвната коравина на напречните греди на U-рамките.

В работата на *Horne* [13] на базата на приблизителен теоретичен анализ, основан на енергетичния метод, е изследвана устойчивостта на стоманени ферми с успоредни пояси и със странично подпрян опънат пояс, при условие че натиснатият пояс на фермата е подпрян странично единствено в краищата си. Разгледан е и случаят, когато липсват напречни греди (или покривни столици), кораво свързани към опънатия пояс на фермата. При това е изследвана устойчивостта на фермата като цяло, като се отчитат огъвната и усуквателната коравина на всичките ѝ елементи, както и страничното подпиране на опънатия пояс. Анализът е проведен при различни геометрични конфигурации на прътите от решетката (диагонали и вертикали). Предложени са алгоритми за определяне на критичната нормална сила в пояса при изкълчването му извън равнината на фермата, при условие, че натиснатият пояс е с постоянно напречно сечение и постоянна нормална сила по дължината си. В изследването е пренебрегнато влиянието на натисковите нормални сили в прътите от решетката върху коравината им на огъване. Според *Horne* това не представлява сериозен проблем, тъй като критичните участъци от натиснатия пояс на просто подпрените ферми обикновено са в зони от фермата, където нормалните натискови сили в прътите от решетката са сравнително малки.

Horne [13] представя числен пример за определяне на критичната осова сила на пояс на ферма с К-възли (ферма тип *Warren*) и елементи от кръгли затворени профили (фиг. 5). Неукрепената дължина на пояса е $L = 18,3$ m, а височината на фермата е 1,50 m. Горният натиснат пояс е с напречно сечение CHS 219,1×5,4; долният опънат пояс – с напречно сечение CHS 168,3×5,4; диагоналите – с напречно сечение CHS 114,3×4,5. Прието е, че към възлите на опънатия долен пояс на фермата са кораво свързани напречни греди, чиято коравина на огъване се имитира с ротационни пружини с коравина 910 kNm/rad във всеки възел от опънатия пояс. Определената в [13] критична осова сила за горния пояс е 3130 kN, докато извършеният от автора на настоящата статия анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка с програмата *SAP 2000* [14] дава 2998 kN. Изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата е 0,20 L . В [13] е показано, че пренебрегването на коравината на усукване на елементите (предпоставка на метода с U-рамки на *Engesser*) води до критична сила от 1330 kN, т.е. много по-малка от действителната.



Фиг. 5. Към примера за определяне на критична осова сила на пояс на тръбна ферма, даден в работата на *Horne* [13] (размерите са в имперски мерни единици)

В същия числен пример от [13] се разглежда вариант, при който и двата пояса на фермата са с напречно сечение CHS 168,3×5,4, като е прието, че липсват напречни греди, кораво свързани към опънатия долен пояс. Определената от *Horne* в [13] критична осова сила за горния пояс е 1720 kN, докато извършеният от автора на настоящата статия анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка с програмата *SAP 2000* [14] дава 1618 kN (изкълчвателна дължина 0,19 L). Първата форма на загуба на устойчивост, получена със *SAP 2000*, е показана по-горе в примера от т. 1, фиг. 2, дясно. Очевидно, приблизителната методика на *Horne* е склонна да преувеличава леко критичната сила в сравнение с по-прецизното числено моделиране по МКЕ.

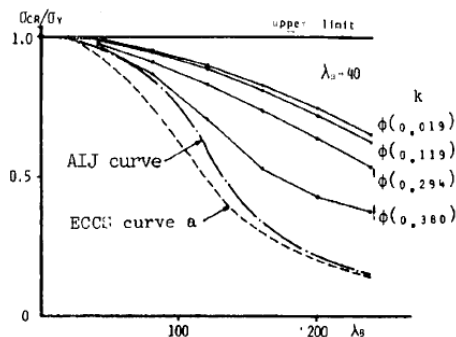
Теоретичното изследване на *Petersen & Worch* [15] разглежда загубата на устойчивост на пояса извън равнината на фермата при просто подпрени равнинни ферми, странично укрепени в краищата си на нивата на горния и долния пояс. Направен е извод, че изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата може да бъде по-малка или по-голяма от разстоянието между страничните подпирания.

В работата на *Morino et al.* [16] вероятно за първи път е въведен терминът „огъвно-усуквателна форма на обща загуба на устойчивост на решетъчна греда“ (*lateral-torsional buckling of truss beam*). Анализирани са ролята на елементите от решетката за повишаване на носещата способност на просто подпрени стоманени ферми при този тип обща загуба на устойчивост. Фермите са подложени на огъване, като натиснатият и опънатият пояс са с еднаква по абсолютна стойност осова сила по цялата дължина на фермата. Разгледани са ферми без междинни странични подпирания, както и ферми със странично подпирание във всеки втори възел от натиснатия пояс на фермата. Прието е, че стройността на пояса извън равнината на фермата λ_B , определена без отчитане на влиянието на решетъчните пръти, не превишава 240, а стройността на пояса между

възлите λ_S е в диапазона от 20 до 80. Границата на провлачане $\sigma_Y = 240$ МПа. Предложена е приблизителна методика за оценка на носещата способност на натиснатия пояс на ферми с корави възли, основана на резултати от параметрично числено моделиране, отчитащо физичната и геометричната нелинейност.

Morino et al. [16] не предлагат формули за определяне на редуцирана изкълчвателна дължина на пояса. Те предлагат криви на изкълчване на пояси на ферми, подложени на огъване. Показано е, че при липса на междинни странични подпирания ролята на решетъчните пръти за повишаване на устойчивостта на пояса извън равнината на фермата е по-силно изразена при пояси с относително по-висока стройност λ_B .

На фиг. 6, заимствана от [16], е показано изменението на коефициента на изкълчване σ_{cr} / σ_Y в зависимост от стройността λ_B за пояс на ферма с елементи от кръгли тръби (означени с Φ на фиг. 6), при приета стройност на пояса между възлите на фермата $\lambda_S = 40$ и липса на междинно странично подпирание на поясите. Кривите на изкълчване зависят от коефициента k , който представлява отношение на инерционния момент на прът от решетката и инерционния момент на пояса. Според мен стойностите на k от фиг. 6 трябва да се четат в обратен ред, т.е. по-високата стойност на k би следвало да води до по-благоприятна (по-високо разположена) крива на изкълчване. На същата фигура са дадени кривите на изкълчване на японските норми (*AIJ curve*) и крива на изкълчване „a“ на европейските норми (*ECCS curve a*). Вижда се, че нормативните криви на изкълчване водят до много по-консервативен резултат по отношение на носещата способност на натиск при пояси с висока стройност.

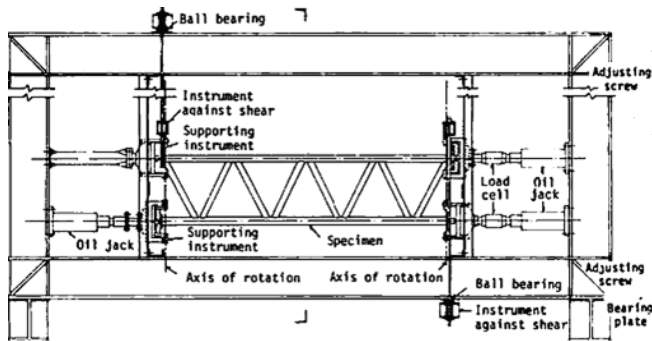


Фиг. 6. Пример за криви на изкълчване на пояс от ферма с елементи от кръгли тръби, отчитащи влиянието на прътите от решетката (*Morino et al.* [16])

Matsui et al. изследват експериментално и теоретично огъвно-усуквателната форма на загуба на устойчивост на ферми с успоредни пояси и елементи от стоманени кръгли [17] и правоъгълни [18] затворени профили. В [17] експерименталните образци на практика представляват решетъчни колони, натоварени в двата си края с огъващ момент и/или нормална сила. Двата пояса са подпирани странично единствено в краищата си. С помощта на специални устройства е осигурено свободното завъртане извън равнината на фермата в краищата на поясите, но е ограничено усукването. Дължината на фермите с елементи от кръгли затворени профили е 1,22 m и 2,44 m; височината им е съответно 0,53 m и 1,06 m. Поясите на фермите са с напречно сечение CHS 60,5×3,2(2,3); диагоналите са от профили CHS 48,6×2,4 или CHS 27,2×1,9. Осовата сила и огъващият момент в краищата на фермата са приложени посредством хидравлични устройства, натоварващи поясите на фермата с осови сили с различно съотношение – фиг. 7 [17].

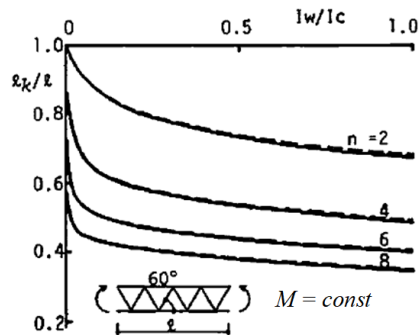
В [17] е предложена методика за определяне на редуцирана изкълчвателна дължина на пояса l_k извън равнината на фермата при натоварване с огъващи моменти в

краищата на решетъчната колона, изведена въз основа на енергетичния метод. Тя отчита влиянието на прътите от решетката, както и еластичната ротационна податливост на фермовите възли. Авторите предлагат приблизителна методика за проектиране на решетъчни колони, подложени на нецентричен натиск. Тя е основана на формула на взаимодействие между състоянията центричен натиск (когато и двата пояса на фермата са с еднаква натискова сила и изкълчвателната дължина не е възможно да се редуцира) и огъване (на базата на редуцираната изкълчвателна дължина l_k). Споменатата методика дава възможност за по-икономично проектиране на решетъчни колони в сравнение с опростените предписания на японските норми, игнориращи влиянието на прътите от решетката при определянето на изкълчвателната дължина на пояса при ферми, подложени на огъване. Теоретично са разгледани виренделови ферми, както и ферми с К-възли (ферми тип *Warren*).



Фиг. 7. Опитна постановка на *Matsui et al.* [17]

На фиг. 8 [17] е показано изменението на отношението на изкълчвателната дължина и свободната дължина на пояса l_k/l в зависимост от отношението на инерционния момент на прът от решетката и инерционния момент на пояса I_w/I_c . Фиг. 8 се отнася за ферми с корави К-възли с елементи от кръгли затворени профили, като е прието, че фермите са натоварени с еднакви по знак и абсолютна стойност огъващи моменти в краищата си, а ъгълът между диагоналите и пояса е 60° . С пунктир е дадено точното решение, а с пълтна линия – решението по приблизителната методика. Увеличаването на броя на междувъзловите разстояния n в рамките на свободната дължина на пояса l води до сериозно намаляване на изкълчвателната дължина.



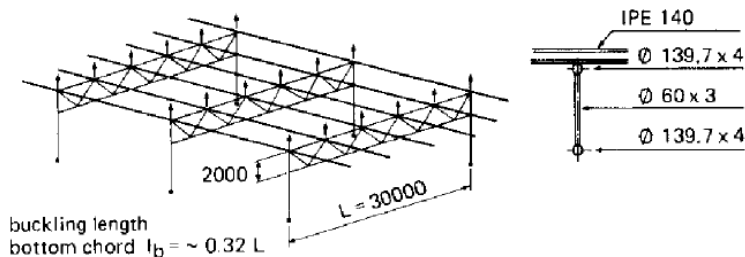
Фиг. 8. Частен случай за определяне на изкълчвателната дължина l_k на ферми с елементи от кръгли затворени профили съгласно *Matsui et al.* [17]

В монографията на *Mouty et al.* [19], издадена от *CIDECT* – международната организация за изследване на стоманени конструкции с елементи от затворени профили (*Comité International pour le Développement et l'Etude de la Construction Tubulaire*), са представени два метода за ръчно изчисляване на изкълчвателната дължина извън равнината на фермата на пояси на просто подпирани равнинни ферми без междинни странични подпирания на натиснатия пояс.

В първия метод на *Mouty et al.* [19] са въведени някои опростяващи предпоставки, характерни за метода с U-рамки. Приема се, че натиснатият пояс е укрепен странично с фиктивни транслационни пружини в местата на възлите. Отчита се коравината на огъване на прътите от решетката извън равнината на фермата, но те се приемат за ставно свързани към натиснатия пояс. С консервативен подход се отчита коравината на усукване само на опънатия пояс – за тази цел се изисква поясите на фермата да са успоредни. Отчита се коравината на огъване на напречните греди, укрепяващи странично опънатия пояс, при условие че те са кораво свързани към фермата. Пренебрегва се влиянието на осовата сила в прътите от решетката върху коравината им на огъване. По приблизителен начин се отчитат променлива осова сила и променливо напречно сечение по дължината на натиснатия пояс. Методът се дискутира и в ръководството на *Packer & Henderson* [20].

Вторият метод на *Mouty et al.* [19] допуска разлика в наклона на поясите до 10 %. Отчита се коравината на усукване на всички елементи. Елементите от решетката се привеждат към еквивалентно пълностенно стебло. Механичните характеристики на фермата не се променят по дължината ѝ. Стройността на натиснатия пояс, определена при условна изкълчвателна дължина, равна на разстоянието между страничните подпирания, трябва да превишава 150. Изисква се максималните странични премествания да са в средата на свободната дължина на пояса, а разстоянието между възлите на решетката не трябва да превишава $0,8 L_{cr,z}$. Ръчните изчисления са свързани с използване на редица номограми, дадени в [19].

В ръководството *CIDECT Design Guide 2* [21], посветено на устойчивостта на конструкции с елементи от затворени стоманени профили, е представен пример на покривна конструкция на сграда, съставена от равнинни ферми с елементи от кръгли тръби – фиг. 9. Горните пояси на фермите са кораво свързани към покривните столици, които от своя страна осигуряват и странично подпирание на горния пояс извън равнината на фермата. Долните пояси на фермите нямат междинни странични подпирания. Фермите са подложени на смучене от вятър, при което долните им пояси са подложени на натиск. Изкълчвателната дължина на долния пояс е определена по едната от методиките, предложени в работата на *Mouty* [19], като е оценена на около $0,32L$.



Фиг. 9. Към примера за определяне на изкълчвателна дължина на странично неукрепен долен пояс на ферма, даден в [21]

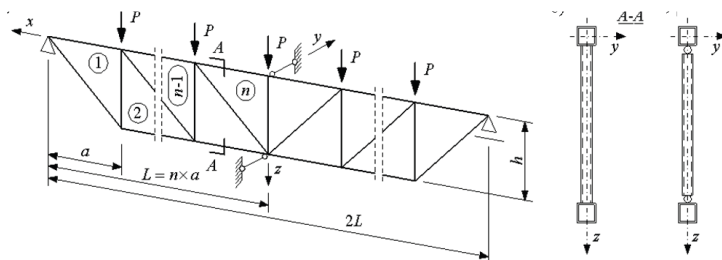
Опростените препоръки на *CIDECT Design Guide 2* [21] за определяне на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс са идентични на дадените в EN 1993-1-1 [1].

Стандартът за проектиране на стоманени мостове EN 1993-2 [22] подобно на първия метод на *Mouty et al.* [19] допуска като опростяване при определянето на коравината на U-рамките да се отчита коравината на усукване само на опънатия пояс, а диагоналите да се приемат ставно свързани към натиснатия пояс. Като алтернатива се допуска изследването на устойчивостта с помощта на по-точни методи.

В работата на *Chan et al.* [23] са представени резултати от експериментално изследване на равнинна просто подпрана стоманена тръбна ферма без междинни странични подпирания на натиснатия пояс. Изказано е мнението, че масово прилаганите опростени подходи за определяне на изкълчвателната дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата не са в състояние да осигурят реалистична оценка на носещата ѝ способност и икономично проектиране. Представен е изчислителен алгоритъм, основан на статичен анализ с отчитане на геометричната нелинейност, с чиято помощ е възможно да се отчете приноса на усуквателната коравина на елементите на фермата за повишаване на устойчивостта ѝ. Демонстрирано е приложението на метода при проектирането на конструктивна система от равнинни тръбни ферми, носеща покритие от стъклени панели, при която наличието на междинни странични подпирания на натиснатия пояс на фермата е крайно нежелателно от архитектурна гледна точка.

Полските норми PN-90/B-03200 [24], подобно на българските [2], са предписвали $L_{cr,z} = L_c$, независимо от вида на профилите на елементите на фермата. Изследванията върху огъвно-усуквателната форма на загубата на устойчивост на равнинни ферми са силно застъпени в работата на редица изследователи от Полша. В работата на *Kołodziej* [25] са изследвани равнинни ферми от елементи от затворени стоманени профили, като са разгледани различни варианти на страничното им подпирание: само при опорите, при опорите и в средата на отвора, при опорите и във всеки възел от опънатия пояс. На базата на резултатите от числени модели и експериментално изследване е направен извод, че изкълчвателните дължини на натиснатия пояс извън равнината на фермата са значително по-малки от разстоянията между страничните подпирания. От друга страна според изследването на *Biegus & Wojczyszyn* [26] при ферми с малък отвор изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата е възможно да бъде с до около 10 – 20 % по-голяма от разстоянието между странично укрепените точки.

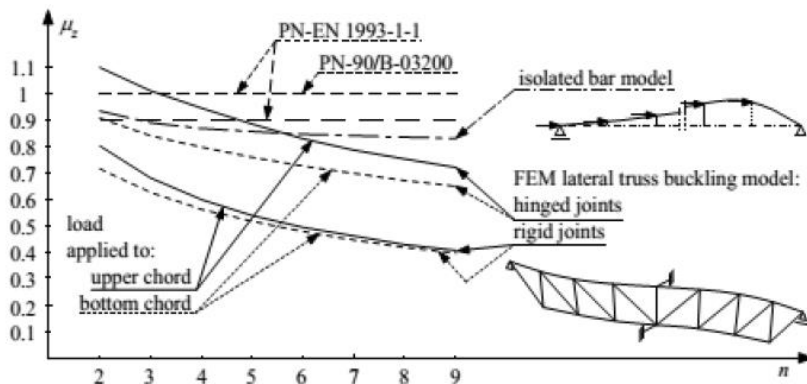
Biegus & Wojczyszyn [27] изследват устойчивостта в Ойлеровата постановка на просто подпрени равнинни стоманени ферми с N-възли (ферми тип *Pratt*) и елементи от RHS профили. Фермите са натоварени с концентрирани вертикални сили във възлите от горния или долния пояс, като са странично подпрени в краищата си, а също и в средата на отвора (фиг. 10). Изследваната форма на разрушаване е загубата на устойчивост на натиснатия пояс извън равнината на фермата.



Фиг. 10. Схема на фермите, изследвани от *Biegus & Wojczyszyn* [27]

Приложени са два подхода за провеждане на изследването – фиг. 11. При първия подход натиснатият пояс се разглежда като изолиран прът (*isolated bar model*), подложен

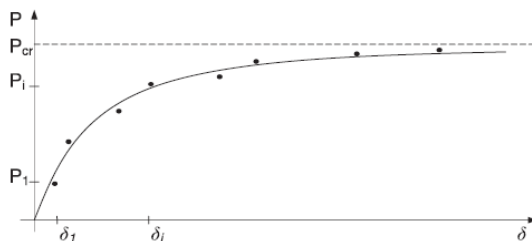
на действието на променлива по дължината му нормална сила. При втория подход устойчивостта в Ойлеровата постановка се изследва на базата на пространствен изчислителен модел на фермата като цяло, като се разглеждат два гранични варианта на свързване на прътите от решетката към поясите – кораво (*rigid joints*) и ставно (*hinged joints*). Установено е, че ротационната коравината на съединенията между диагоналите и пояса в равнината на фермата не оказва сериозно влияние на загубата на устойчивост на пояса извън тази равнина. Разгледани са и варианти с ограничено усукване на фермите при опорите в краищата им в пространствения изчислителен модел. За съжаление, в [27] не са дадени геометричните размери на изследваните ферми и напречните сечения на елементите им. Изследването на натиснатия пояс като изолиран прът показва благоприятното влияние на неравномерното разпределение на нормалната сила по дължината на пръта, водещо до повишаване на критичната осова сила, респ. до намаляване на изкълчвателната му дължина спрямо опростените предписания на EN 1993-1-1. Изследването на равнинните ферми с пространствен изчислителен модел води до допълнително увеличаване на критичния товар, а оттам и до по-икономично проектиране. Фактори, допринасящи за повишаване на устойчивостта на фермата са: наличието на корави (извън равнината на фермата) съединения между прътите от решетката и поясите, наличие на подпиране срещу усукване при опорите, прилагане на натоварването по долния пояс на фермите. Установено е също, че изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,z} = \mu_z L_z$ намалява с увеличаването на броя на междувъзловите разстояния n , на които поясът е разделен от прътите на решетката в рамките на свободната му дължина L (фиг. 10, 11). *Biegus & Wojcyszyn* [27] препоръчват изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата да се определя за всеки отделен случай с помощта на пространствен изчислителен модел, по възможност с отчитане на реалната податливост на възлите.



Фиг. 11. Коефициент μ_z за определяне на изкълчвателната дължина извън равнината на фермата като функция на броя междувъзлови разстояния n в рамките на странично неукрепената дължина (при ограничено усукване при опорите) [27]

Jankowska-Sandberg & Kolodziej [28] изследват просто подпирени стоманени ферми с успоредни пояси и елементи от квадратни затворени профили. Напречното сечение на поясите и опорните вертикали е SHS 25×2, а това на диагоналите е SHS 20×2. Изкълчвателната дължина на натиснатия горен пояс е определена по два начина – с числено моделиране на устойчивостта в Ойлеровата постановка, а също и въз основа на експериментално получената нелинейна зависимост между натоварването и страничното преместване на натиснатия пояс (фиг. 12). Получени са сходни резултати между

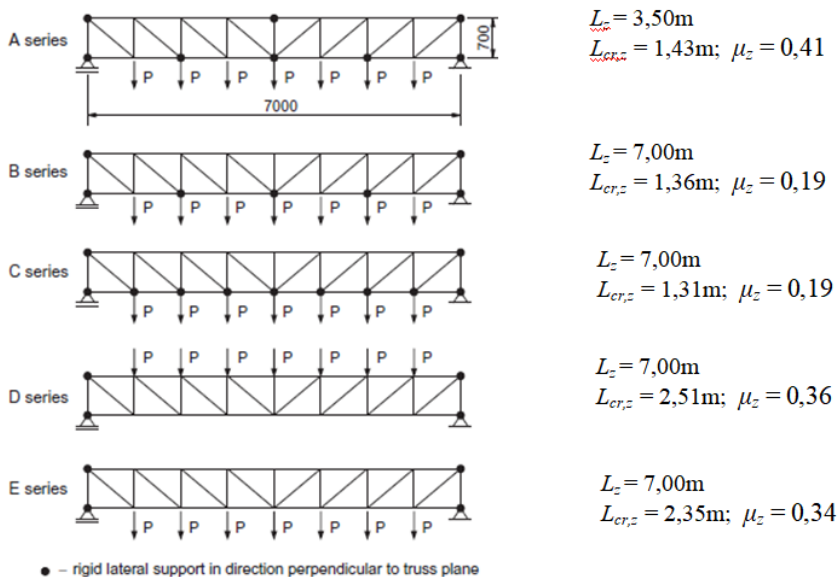
изчисленията и експериментите, което се дължи на високата стройност на пояса λ_z , превишаваща 140, обуславяща загуба на устойчивост в еластичен стадий.



Фиг. 12. Определяне на критичното натоварване на базата на експерименталната нелинейна зависимост между натоварването и страничното преместване на натиснатия пояс [28]

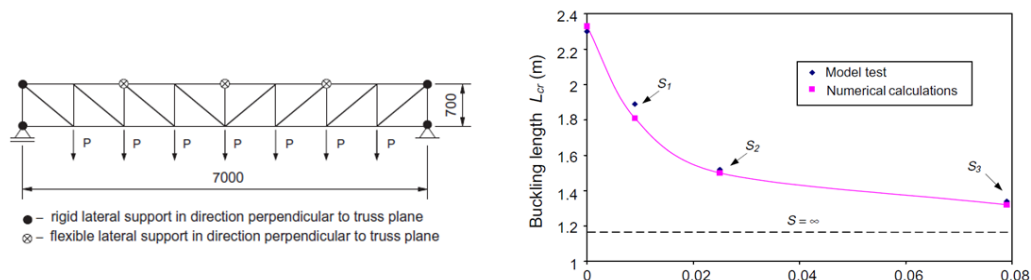
Изследвани са пет различни групи от ферми, различаващи се по конфигурацията на страничното укрепяване, както и по местоположението на натоварването от концентрирани сили. От всяка група са тествани по три ферми. Те са показани на фиг. 13 заедно с експериментално определените в [28] изкълчвателни дължини на натиснатия горен пояс извън равнината на фермата $L_{cr,z}$, като част от разстоянието между странично укрепените точки на натиснатия пояс L_z ($L_{cr,z} = \mu_z L_z$).

Съпоставката между резултатите, получени за фермите от групи A, B и C показва, че страничното укрепяване в средата на натиснатия горен пояс има ограничен ефект върху намаляването на изкълчвателната му дължина извън равнината на изследваните ферми. Численото моделиране не показва разлика в изкълчвателната дължина на пояса на фермите от групи A и B, като е получено $L_{cr,z} = 1,38$ m. Следователно основна роля за подобряване на устойчивостта на натиснатия горен пояс в случая има транслационното укрепяване на долния опънат пояс в комбинация с усуквателната и огъвната коравина на елементите на фермата.



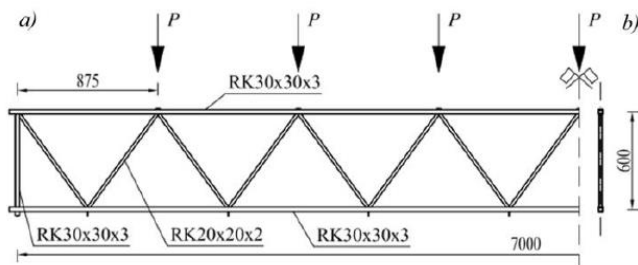
Фиг. 13. Групи експериментално изследвани ферми в [28]

Jankowska-Sandberg & Kolodziej [28] също така изследват експериментално и числено три ферми със същите размери, чиито натиснати горни пояси са междинно укрепени странично през разстояния $L_z = 1,75$ m с трансляционни пружинни опори с коравина S_i , приемаща стойности $S_1 = 0,9$ kN/m, $S_2 = 2,5$ kN/m и $S_3 = 8$ kN/m. Резултатите за изкълчвателната дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата $L_{cr,z}$ са показани на фиг. 14. При теоретично безкрайно корави междинни странични опори изкълчвателната дължина $L_{cr,z}$ клони към $0,67 L_z$.



Фиг. 14. Ферми с горни пояси, укрепени междинно с трансляционни пружини [28]

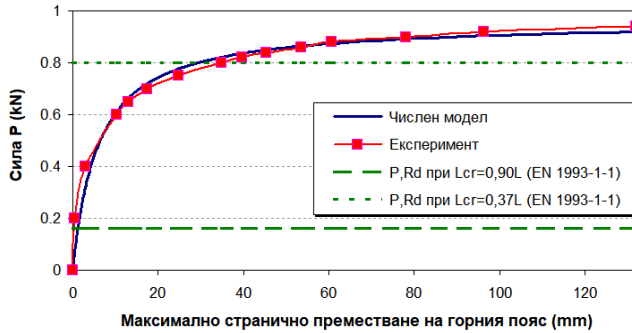
Piątkowski [29] изследва експериментално три просто подпрени стоманени ферми с успоредни пояси и с К-възли. Фермите са с еднаква геометрия, натоварване и напречни сечения на елементите от квадратни затворени профили (фиг. 15), като поясите им са подпрени странично единствено в краищата си ($L_z = 7$ m). Фермите се различават по измерените начални геометрични отклонения (несъвършенства) на поясите извън равнината на фермата. Представени са експериментално получените нелинейни зависимости между приложеното натоварване и максималните странични премествания на двата пояса извън равнината на фермата. Най-неблагоприятно поведение (т.е. най-големи странични премествания при дадено натоварване) показва фермата с най-голямо начално усуквателно несъвършенство в средата на отвора (най-голяма разлика между началните странични трансляционни отклонения на двата пояса), въпреки че трансляционното отклонение на натиснатия пояс на тази ферма не е най-голямото измежду трите изследвани ферми.



Фиг. 15. Схема на фермите, изследвани от Piątkowski [29]

С числено изследване на устойчивостта на фермата в Ойлерава постановка Piątkowski [29] определя изкълчвателна дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,z} = 0,374 L_z$ (стойност $\lambda_z = 240$). При това критичната стойност на концентрираната сила е $P_{cr} = 0,97$ kN. Подобен резултат е получен в неговата работа и със съществуващи графични методи за оценка на критичния товар, приложими към пълностенни греди.

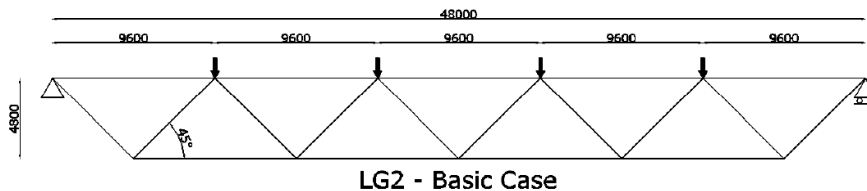
Графичните методи използват експериментално получената нелинейна зависимост между приложеното натоварване и усукването в средата на отвора. Според *Piatakowski* това показва, че терминът „огъвно-усуквателна форма на обща загуба на устойчивост“ е приложим не само към пълностенните греди, но и към решетъчните. Ще припомним, че споменатият термин е използван по отношение на решетъчните греди още през 70-те години на миналия век от японските изследователи *Morino et al.* [16].



Фиг. 16. Нелинейна зависимост сила P – странично преместване на натиснатия горен пояс на една от фермите, изследвани от *Piatakowski* в [29]

От фиг. 16 се вижда, че критичната стойност на концентрираната сила P в Ойлеровата постановка $P_{cr} = 0,97 \text{ kN}$ се достига при много големи странични премествания на пояса. В работата на *Piatakowski* [29] не е дадена носещата способност на изследваните ферми съгласно EN 1993-1-1 [1] и фермите не са изследвани с нелинеен анализ. На фиг. 16 са показани определените от автора на настоящата статия носещи способности P_{Rd} , изчислени съгласно [1] при различни приемания на изкълчвателната дължина. Очевидно, изкълчвателната дължина $L_{cr,z} = 0,374L_z$, определена на базата на анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка с МКЕ, дава много по-реалистична оценка на носещата способност на фермата. Численият модел на фермата, изследван от автора на настоящата статия с геометрично нелинеен анализ с програмата *SAP 2000* [14], отчитащ началните геометрични несъвършенства, предсказва много добре носещата способност на фермата като функция на максималното странично преместване на натиснатия пояс (синята линия от фиг. 16).

Boel [30] изследва числено устойчивостта на различни конфигурации на просто подпрени ферми с К-възли и понижен долен пояс (фиг. 17). Елементите на фермите са от затворени кръгли и квадратни стоманени профили. Диагоналите са с еднакви сечения по дължина на фермата. Прието е, че в краищата си фермите са с ограничено усукване спрямо надлъжната ос на горния пояс. Натоварването е гравитационно, с концентрирани сили във възлите на горния пояс. Изследването е посветено на определянето на изкълчвателните дължини на прътите от пояса и решетката във и извън равнината на фермата.



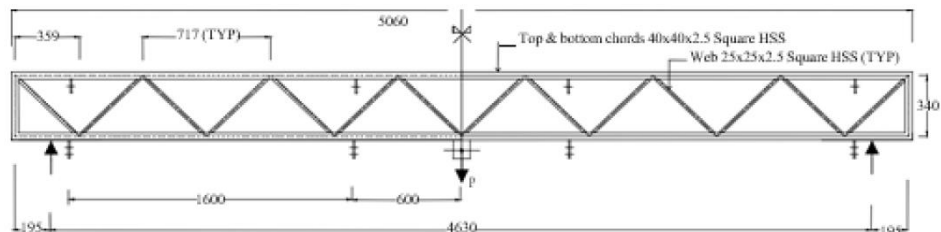
Фиг. 17. Схема на ферма LG2 от изследването на *Boel* [30]

В по-голямата част от числените модели на *Boel* [30] е прието, че всички възли на горния пояс са странично укрепени извън равнината на фермата. За изследване на тези модели са използвани анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка, както и нелинеен анализ с начални геометрични несъвършенства и отчитане на геометричната и физичната нелинейност (*GMNIA*). Използвана е програмата *ANSYS* [31], а крайните елементи, използвани в двата типа анализ, са гредови – съответно *BEAM 4* и *BEAM 189*. Предложени са формули за определяне на изкълчвателните дължини на елементите на фермата, в т.ч. и изкълчвателната дължина на пояса извън равнината ѝ. Според *Boel* тя намалява с увеличаване на отношението β на ширината b_i (или диаметра d_i) на напречното сечение на диагонала и ширината b_0 (или диаметра d_0) на напречното сечение на пояса. Така например за ферми с елементи от квадратни затворени профили и диагонали с ширина, равна на тази на пояса ($\beta = 1$), *Boel* предлага $L_{cr,z} = 0,72L_z$.

Само едната от трите конфигурации на ферми, изследвани от *Boel* – фермата LG2 (фиг. 17), е допълнително изследвана числено на устойчивост в Ойлерова постановка, при условие че липсват странични междинни подпирания на пояса в рамките на фермата на фермата $L = 48$ m. Моделът е с гредови крайни елементи. Варирано е с напречното сечение на пояса в диапазона от SHS 200×6,3 до SHS 200×16. Напречното сечение на диагоналите варира в диапазона от SHS 50×4 до SHS 200×12,5. С помощта на линейни ротационни пружини е отчетена ротационната податливост на възлите на фермата във и извън равнината ѝ. Според *Boel* [30] при липса на междинни странични подпирания на натиснатия пояс на фермата LG2 изкълчвателната му дължина, получена от анализ в Ойлеровата постановка на пространствения модел, може да достигне до $1,37L$ (т.е. с около 40 % по-голяма от пълната геометрична дължина на пояса). Това е резултатът от [30], получен при пръти от решетката SHS 50×4 и пояс SHS 200×16. Според мен този резултат се дължи на грешка във формулата за определяне на изкълчвателната дължина, дадена в [30], стр. 145. Считам, че действителната изкълчвателна дължина е с около 40 % по-малка, т.е. $0,97L$. Според [30] с увеличаване на размерите на диагонала и намаляване на дебелината на пояса, изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата се редуцира. Така например при диагонали SHS 200×12,5 и пояс SHS 200×6,3 действителната изкълчвателна дължина (като се отчете грешката от [30]) е около $0,35L$. Изкълчвателните дължини на пояса при липса на междинни странични подпирания извън равнината на фермата не са верифицирани в [30] с нелинеен анализ.

Продължавайки изследванията на *Boel*, *Poels* [32] изследва с числено моделиране общата загуба на устойчивост на поясите и прътите от решетката на „оптимизирани“ просто подпрени стоманени ферми, проектирани така, че прътите от решетката са с различни сечения съобразно действащите в тях осови сили. Елементите на фермите са с квадратно и/или кръгло кухо напречно сечение. Фермите са с К-възли, като са натоварени с гравитационно натоварване, приложено във възлите на горния пояс. Всеки възел от натиснатите им пояси е укрепен трансляционно извън равнината на фермата. Опорните възли в двата края на фермите са укрепени срещу усукване. Изследването включва анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка, както и анализ с отчитане на геометричната и геометричната нелинейност, при който са отчетени сквивалентните геометрични несъвършенства. Използвани са модели с гредови крайни елементи (в тези модели е отчетена еластичната ротационна коравина на възлите) и черупкови такива, като е използвана програмата *ABAQUS* [33]. Направен е извод, че препоръките на [21] за определяне на изкълчвателни дължини дават приемлив резултат, когато пластифицирането на възлите не е водеща форма на разрушаване. Резултатите от нелинейния анализ от [32] показват, че пластифицирането на възлите оказва относително по-слабо влияние върху изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата, като тя достига до 0,93 пъти разстоянието между странично укрепените възли.

Patnaik & Srivatsan [34] изследват експериментално просто подпрени стоманени ферми с К-възли и успоредни пояси, чиито елементи са от квадратни затворени профили от стомана с номинална граница на провлачане 450 МПа. За поясите са използвани профили SHS 40×2,5; за диагоналите – профили SHS 25×2,5. Фермите са натоварени с концентрирана сила в средата на опънатия пояс. Подпорното разстояние на фермите е 4,63 m; височината им – 0,34 m (фиг. 18).



Фиг. 18. Схема на фермите, изследвани от *Patnaik & Srivatsan* [34]

За определяне на изкълчвателните дължини на натиснатия пояс извън равнината на фермата не е използван анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка. Те са оценени по косвен път на базата на експериментално получените носещи способности на натиск на пояса и формулите за определяне на носещата способност на изкълчване, дадени в американските норми [35]. Разгледани са три типа конфигурации на укрепяване извън равнината на фермата. От всяка конфигурация са тествани повече от една ферма.

При първата конфигурация поясите са транслационно подпрени само в краищата си, като свободната дължина на пояса извън равнината на фермата $L_z = 4,40$ m. Получена е максимална изкълчвателна дължина извън равнината на фермата $L_{cr,z} = 0,278 L_z$.

При втората конфигурация на укрепяване към опънатия долен пояс на фермата са ставно прикрепени напречни греди (студеноформувани стоманени елементи от Z-профили), укрепяващи опънатия пояс транслационно извън равнината на фермата; натиснатият пояс отново е със свободна дължина $L_z = 4,40$ m. Получена е максимална изкълчвателна дължина извън равнината на фермата $L_{cr,z} = 0,237 L_z$.



Фиг. 19. Загуба на устойчивост на натиснатия пояс извън равнината на фермата при укрепяването му с подкоси (*Patnaik & Srivatsan* [34])

При третата конфигурация на укрепяване от напречните греди по опънатия долен пояс са спуснати подкоси от стоманени L-профили към горния натиснат пояс, при което неукрепената му дължина извън равнината на фермата е $L_z = 1,20$ m в критичния участък в средата на фермата. Получена е максимална изкълчвателна дължина $L_{cr,z} = 0,70 L_z$.

На фиг. 18 и 19 са показани заварените към поясите възлови плочи, служещи за прикрепване на напречните греди към долния опънат пояс и на подкосите към горния натиснат пояс от [34]. Фиг. 19 илюстрира загубата на устойчивост на натиснатия горен пояс извън равнината на фермата, в случай че в [34] са използвани подкоси за укрепяването му.

Pascual [36] провежда анализ на устойчивостта в Ойлеровата постановка на просто подпрени равнинни ферми, както и на решетъчни едноотворни равнинни портални рамки с кораво прикрепване на ригела към колоната и ставни бази на колоните. Разработени са триизмерни изчислителни модели на конструкциите, чиито елементи са от стоманени SHS профили. Изследваната форма на разрушаване е загуба на устойчивост на натиснатия пояс извън равнината на фермата. Разгледани са различни типове на гравитационното натоварване и различни варианти на страничното подпиране на решетъчните конструкции. Направен е извод, че опростените препоръки на [1, 21] преувеличават изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата, а определянето на критичния товар на конструкциите с МКЕ води до по-икономичното им проектиране. Демонстрирано е, че увеличаването на броя на прътите от решетката в рамките на свободната дължина L_z води до известно повишаване на критичния товар.

4. Заключение

Направен е обзор на съществуващите теоретични и експериментални изследвания върху огъвно-усуквателна форма на обща загуба на устойчивост на равнинни стоманени ферми с елементи от затворени профили. В по-голямата си част тези изследвания не са популярни у нас. Стройността на пояса на експериментално изследваните ферми, определена на базата на действителната му изкълчвателна дължина $L_{cr,z}$, не надвишава 250.

Опростеното предписание на EN 1993-1-1 [1] изкълчвателната дължина на пояса извън равнината на фермата $L_{cr,z}$ да се приема като 90 % от разстоянието между страничните подпирания L_z може да бъде твърде консервативно при решетъчни греди с елементи от затворени профили. Споменатото предписание не отчита благоприятното влияние на прътите от решетката върху устойчивостта на пояса при огъвно-усуквателна форма на обща загуба на устойчивост на решетъчната греда. Това води до сериозно подценяване на носещата способност на натиск на относително по-стройни пояси без междинни странични подпирания и по-голям брой пръти от решетката в рамките на свободната дължина L_z . Такива са долните пояси на покривни ферми, подложени на смучене от вятър. Съществуващите методи за по-прецизно ръчно изчисляване на $L_{cr,z}$ са трудоемки, като важат при определени предпоставки, които невинаги са налице при проектирането.

Изследването на устойчивостта в Ойлеровата постановка с помощта на пространствен изчислителен модел по МКЕ дава възможност за определяне на по-реалистична изкълчвателна дължина на натиснатия пояс извън равнината на фермата при разнообразни условия на натоварване и странично подпиране на стоманените решетъчни греди с елементи от затворени профили. За тази цел е необходимо в числения модел да бъдат отчетени коравините на усукване и на огъване извън равнината на фермата на всички нейни елементи, както и еластичната податливост на заварените фермови възли.

Нелинейният статичен анализ с отчитане на началните геометрични несъвършенства навлиза все повече в проектирането на строителни конструкции. С негова помощ би могло да се получи информация за действителните премествания на натиснатия пояс извън равнината на фермата при общата му загуба на устойчивост,

действителните усилия в укрепяващите елементи, а също и за ефектите от еласто-пластичното поведение на фермовите възли.

ЛИТЕРАТУРА

1. EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3. Design of steel structures – General rules and rules for buildings.
2. Normi za projektiranje na stomaneni konstruktsii. Sofia, 1987.
3. ESDEP WG 7. Lecture 7.12: Trusses and Lattice Girders. <https://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~pmoze/esdep/master/wg07/11200.htm>, poseten na 11. 08. 2024.
4. *Dutcavich, M., Blabac, B.* Rehabilitation of a Steel Pony Truss using Maintenance Free Details. 17th Annual Statewide Conference on Local Bridges, 2011.
5. *Zieman R. D.(Editor).* Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures. Sixth Edition, John Wiley & Sons, 2010.
6. *Jasinski, F. S.* La flexion des pieces comprimées. Annales des Pouts el Chausees, 2nd Part, 1894, p. 233.
7. *Engesser, E.* Die Sicherung offener Brucken gegen Ausknichen. // Zentralblatt der Bauverwaltung, 1884, p. 415.
8. *Bleich, F.* Buckling Strength of Metal Structures. Chapter VIII. McGraw-Hill, 1952.
9. *Timoshenko, S. P., Gere, J. M.* Theory of Elastic Stability. 2nd ed, McGraw-Hill, 1961.
10. *Holt, E. C.* The Stability of Bridge Chords Without Lateral Bracing. Reports 1 to 4, Column Research Council. U.S.A, 1951 – 1957.
11. *Dowling, D., Walbridge S.* A comparative study of methods for analyzing aluminium pony truss structures. CSCE Annual Congress, Fredericton, Canada, 2018.
12. NCCI: Design of roof trusses SN027a-EN-EU. 2010.
13. *Horne, M. R.* The Elastic Lateral Stability of Trusses. // The Structural Engineer, 1960, 38 (5): 147 – 155.
14. <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>, poseten na 11.08.2024.
15. *Petersen, C., Worch, G.* Kippen freier Fachwerkträger unter Berücksichtigung biege- und torsionssteifer Füllstäbe; Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen mittels des Galerkin-Verfahrens. // Die Bautechnik, 1975, 9: 289 – 296.
16. *Morino, S., Matsui, C., Najima, Y.* Effect of web members on lateral-torsional buckling of rigid truss beams. Stability of steel structures, Liege, 1977.
17. *Matsui, C., Morino, S., Kawano, A.* Lateral-torsional buckling of pipe trusses. Stability of metal structures, Paris, 1983.
18. *Matsui, C., Morino, S., Kawano, A.* Lateral-torsional buckling of trusses with rectangular tube sections. Welding of Tubular Structures, Proceedings of 2nd Intl. Conf., Boston, Pergamon Press, 1984: 101 – 108.
19. *Mouty, J. (Editor).* Effective lengths of lattice girder members. CIDECT Monograph No. 4, Boulogne, France, 1981.
20. *Packer, J. A. Henderson, J. E.* Hollow Structural Section Connections and Trusses. Design guide. 2nd ed., Canadian Institute of Steel Construction, 1997.
21. *Rondal, J., Würker, K.-G., Dutta, D., Wardenier, J., Yeomans, N.* Structural Stability of Hollow Sections. CIDECT Design Guide No. 2, 2nd edition, Verlag TÜV Rheinland, Cologne, 1996.
22. EN 1993-1-1:2007. Eurocode 3. Design of steel structures – Part 2: Steel Bridges.
23. *Chan, S. L., Koon, C. M., Albermani, F. G.* Theoretical and experimental studies of unbraced tubular trusses allowing for torsional stiffness. // Steel and Composite Structures, 2002, 2 (3): 209 – 222.

24. PN-90/B-03200. Polish standard. Steel structures. Static calculations and designing (in Polish).
25. *Kołodziej, J.* Numerical-experimental analysis of lateral buckling of steel trusses (in Polish). Ph.D. Dissertation, Koszalin University of Technology, 2005.
26. *Biegus, A., Wojcyszyn, D.* Współczynniki długości wyboyczeniowej pasów z płaszczyzny ustroju „krótkich” kratownic. III Sympozjum Kompozyty, Konstrukcje Warstwowe, Wrocław, 2006, 19 – 26.
27. *Biegus, A., Wojcyszyn, B.* Studies on buckling lengths of chords for out-of-plane instability // Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2011, 11 (3): 223 – 234.
28. *Jankowska-Sandberg, J., Kołodziej J.* Experimental study of steel truss lateral – torsional buckling // Engineering Structures, 2013, 46: 165 – 172.
29. *Piątkowski, M.* Critical load of steel trusses – graphical methods. // MATEC Web of Conferences 219, 02015, 2018.
30. *Boel, H. D.* Buckling Length Factors of Hollow Section Members in Lattice Girders. MSc thesis, Dept. of Architecture, Building and Planning, Eindhoven University of Technology, the Netherlands, 2010.
31. <https://www.ansys.com>, poseten na 18. 08. 2024.
32. *Poels, A.R.J.E.* Coupled buckling of hollow section braces and chords in optimized welded lattice grids. Eindhoven University of Technology, 2017.
33. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus/cae>, poseten na 18. 08. 2024.
34. *Patnaik, A. Srivatsan, T. S.* Effective Lengths of Members in Parallel Chord Trusses Made from Hollow Structural Sections. // Current Trends in Civil & Structural Engineering, 2023, 9(5).
35. ANSI/AISC 360. Specification for Structural Steel Buildings, 2022.
36. *Pascual, P. A.* Study of lateral-torsional buckling in truss beams and lattice portal frames. Universidad de Lleida, 2023.

REVIEW OF THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF PLANAR STEEL TRUSSES MADE OF HOLLOW SECTION MEMBERS

Ch. Penelov¹

Keywords: steel trusses, chord out-of-plane buckling, hollow sections

ABSTRACT

A review of the existing theoretical and experimental studies on the lateral-torsional buckling of planar steel trusses with hollow section members is made. A critical analysis of various existing methods for estimating the out-of-plane buckling length of the compression chord is presented.

¹ Chavdar Penelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, UACEG, 1 H. Smirnski Blvd., Sofia 1046, e-mail: penelov_fce@uacg.bg