



Получена: 11.06.2024 г.

Приета: 02.07.2024 г.

АНАЛИЗ НА МАКСИМАЛНИЯ ОГЪВАЩ МОМЕНТ В ГРЕДА С МЕТОДА НА ДИСПЕРСНИТЕ ПУКНАТИНИ

И. Керелезова¹

Ключови думи: механика на разрушението, стоманобетонна греда, ANSYS

РЕЗЮМЕ

Анализирана е промяната на максималния огъващ момент в стоманобетонна греда, развиваща пукнатини в зависимост от класа на бетона, типа на стоманата и процента на армиране. Развитието на пукнатините е извършено по метода на дисперсните пукнатини с програмния продукт ANSYS. Целта на изследването е да се проследи цялостното поведение на греда, подложена на огъване с методите на механика на разрушението при промяна на множество параметри. Конкретен фокус е поставен върху максималния огъващ момент и взаимното завъртане в средното сечение на гредата. Това изследване е част от проект, целящ да определи максималния огъващ момент в греда, подложена на огъване, с методите на механика на разрушението, дефинирането на опростена формула, уточняваща тази, получена чрез метод на граничното равновесие.

1. Въведение

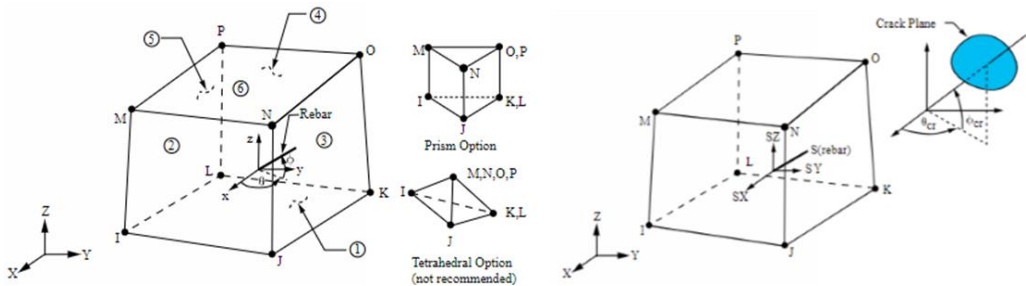
При изчисляването на стоманобетонни греди, подложени на огъване, се приема, че в опънната армировка е достигната границата на провлачане, а в натисквата зона е достигната якост на натиск на бетона. При тези предпоставки се изключва изцяло работата на бетона на опън, както и съпротивлението в процеса на развитие на пукнатини. В резултат се получават опростени практически формули за определяне на максималния огъващ момент, които не отчитат съществени ефекти от работата на бетона. В настоящата работа е разгледана греда на огъване с единична армировка, като

¹ Ирина Керелезова, доц. д-р инж., кат. „Строителна механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: igk_fce@uacg.bg

за определяне на напреженията е използван нелинеен числен модел, отчитащ тези ефекти. Подобно изследване като начален етап от общия проект е направено и представено в [1]. При това изследване беше забелязано, че стойността на огъващия момент не зависи от класа на бетона. По тази причина е предприета стъпка към подновяване на параметричния анализ чрез друг теоретичен и числен модел. Целта е да се провери изменението на резултатите чрез използването на различен теоретичен модел. Направен е анализ на влиянието на отделните параметри, като клас на бетона и армировката и процент на армиране. Направени са необходимите анализи, сравнения и заключения.

2. Модел на дисперсните пукнатини

Като основна теоретична постановка в настоящото изследване е използван методът на дисперсните пукнатини. В програмата ANSYS е вграден краен елемент (Concrete 65), който дава възможност за условно отваряне на пукнатини в гаусовите точки. Крайният елемент е тримерен с 8 възела и е показан на фиг. 1.



Фиг. 1. Краен елемент Concrete 65 на ANSYS

Като конститутивна зависимост напрежения – деформации в този елемент е заложен моделът на Willam&Warnke. Критерият за настъпване на пластифициране (пукнатинообразуване или смачкване на бетона) е

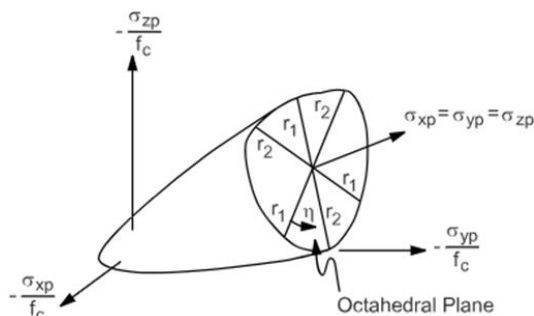
$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0, \quad (1)$$

където f_c е якостта на натиск на бетона, а функциите F и S описват повърхнината на разрушение, илюстрирана на фигура 2.

$$F = \frac{1}{\sqrt{15}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2}. \quad (2)$$

$$S = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2)\cos\eta + r_2(2r_1 - r_2) \left[4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2 \right]^{1/2}}{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + (r_2 - 2r_1)^2}. \quad (3)$$

Значението на r_1 , r_2 и η може да се види на фиг. 2.

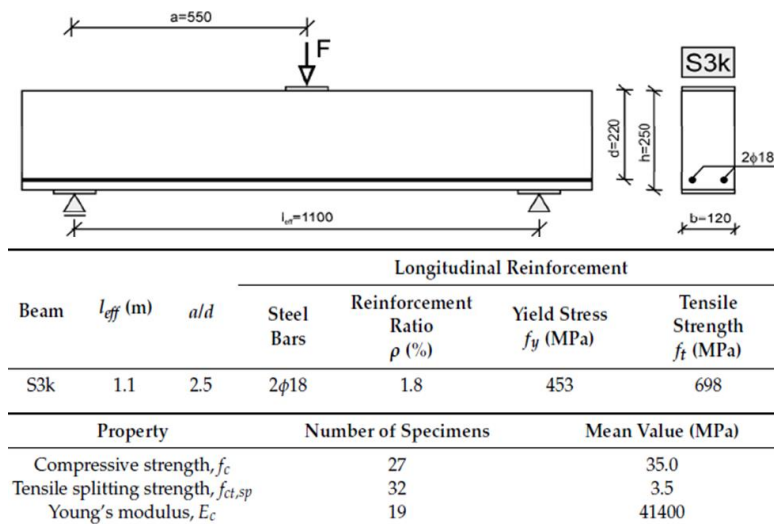


Фиг. 2. Критерий на Willam&Warnke в пространството на главните напрежения

Повече информация за критерия на Willam&Warnke може да бъде намерена в [2]. С представения краен елемент Concrete 65 може да се моделира поведението на бетона както на опън, така и на натиск. Също така този елемент позволява да се включи армировка в три различни направления, което спомага за лесното моделиране на стоманобетонни конструкции. Тук този елемент е използван за определянето на максималния огъващ момент в греда, подложена на огъване с отчитане на реалната работа на бетона.

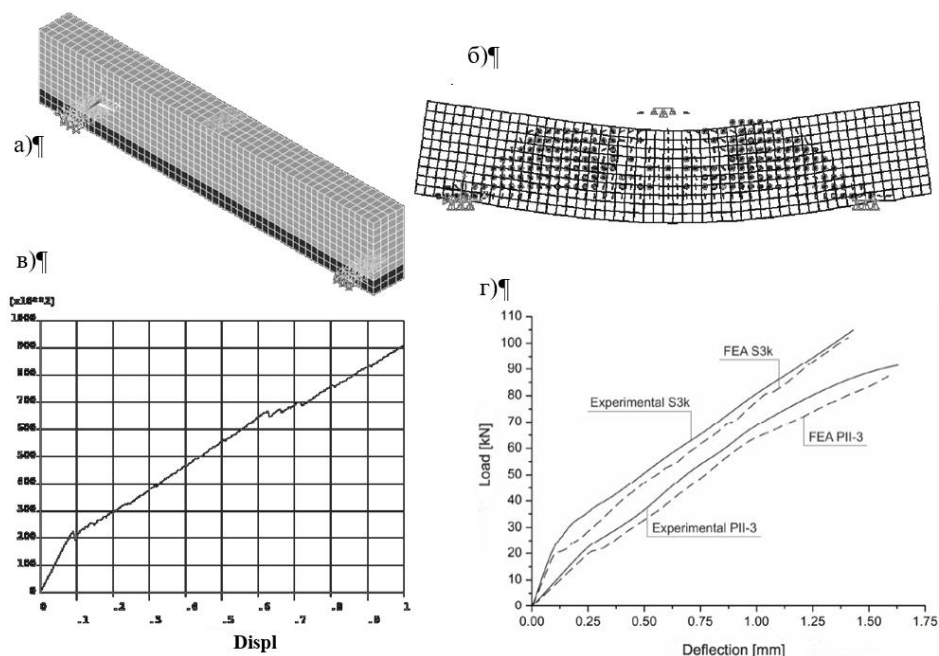
3. Изчислителен модел и калибриране

Преди да бъде използван тримерният модел за основния анализ, е извършено едно калибрационно решение, за което е използвана работата на Smarzewski и Slowik [3]. Геометрията и физическите характеристики на гредата се показани на фиг. 3.



Фиг. 3. Геометрия и характеристики на стоманобетонова греда

Тук съвсем накратко ще представим резултатите от това решение.



Фиг. 4. Резултати от калибрационно решение с трапецирния модел

На фиг. 4 а) и б) са представени съответно мрежата от крайни елементи и разпределението на пукнатините в областта на гредата, а на фиг. 4 в) и г) – съответно графиките сила – преместване за трапецирния модел и този на Smarzewski и Słowik [3]. Решението показва достатъчно добри резултати, което позволява този модел да бъде използван за предстоящото изследване.

4. Параметричен анализ

За целите на изследването е използвана греда с геометрия съгласно фиг. 4. В този случай физическите характеристики за бетон и армировка са приети и изменени съгласно еврокод и показани на фиг. 5.

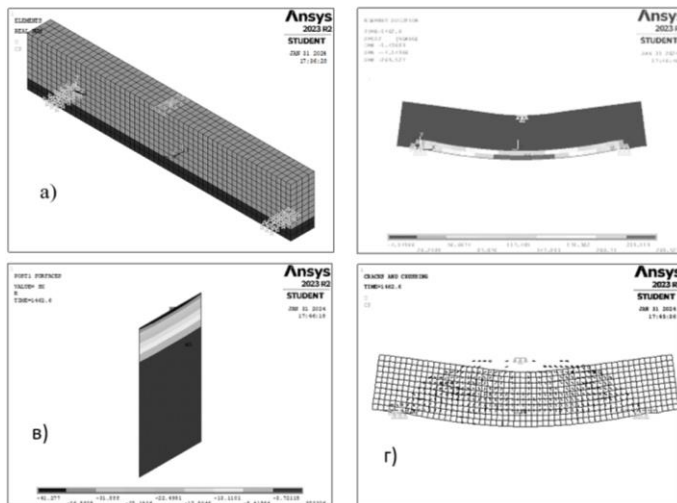
Характеристика MPa	Класове по якост на бетона, MPa						
	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40
$f_{ck,cube}$	15	20	25	30	37	45	50
f_{cm}	20	24	28	33	38	43	48
f_{ctm}	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5
$f_{ctk,0.05}$	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5
E_{cm}	27 000	29 000	30 000	31 000	33 000	34 000	35 000

Стомана B420: $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $f_i = 420$ MPa, $\nu = 0,3$.

Стомана B500: $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $f_i = 500$ MPa, $\nu = 0,3$.

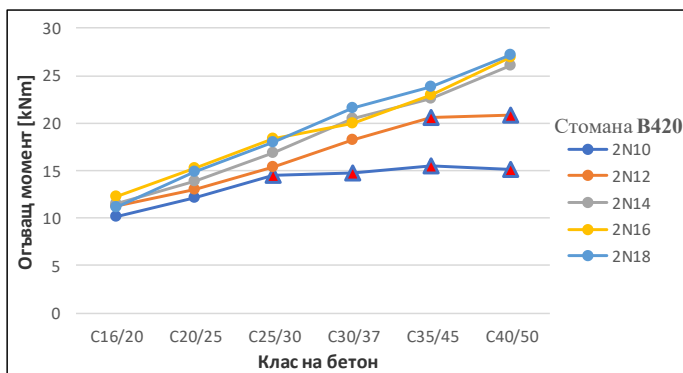
Фиг. 5. Физически характеристики, използвани в параметричния анализ

Освен посочените физически характеристики, в анализа е изменяян и процентът на армиране. На фиг. 6 е показана мрежата от крайни елементи и някои характерни резултати.

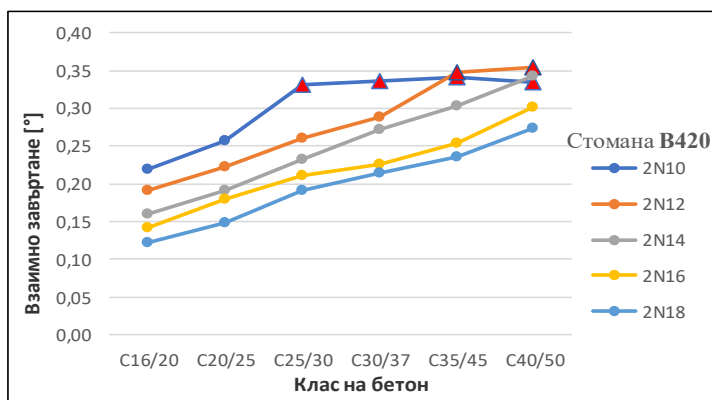


Фиг. 6. Мрежа от КЕ и резултати за примерния модел

Фиг. 6 а) е показва мрежата от крайни елементи, както и разположението на армировката в долните два слоя на гредата. На фиг. 6 б) е изобразена диаграма на напреженията в стоманата, която дава информация дали в стоманата е достигната границата на провлачане. В конкретния случай това не е така. На фиг. 6 в) се виждат нормалните напрежения в средното напречно сечение на гредата, с помощта на които се определя огъващият момент. Накрая на фиг. 6 г) се вижда разпределението на пукнатините, тяхната ориентация и наличието на разрушение от натиск. Разпределението на пукнатините е за недеформирана схема, въпреки че се разпечатва върху деформираната. Показаните на фиг. 6 резултати са само типови. За всяко отделно решение са извадени и обработени конкретни стойности. Тук ще бъдат представени резултатите само от стомана тип В420, тъй като в голямата си част решенията за стомана В500 се припокриват с тези за тип В420.



Фиг. 7. Огъващ момент в зависимост от класа на бетона и процента на армиране



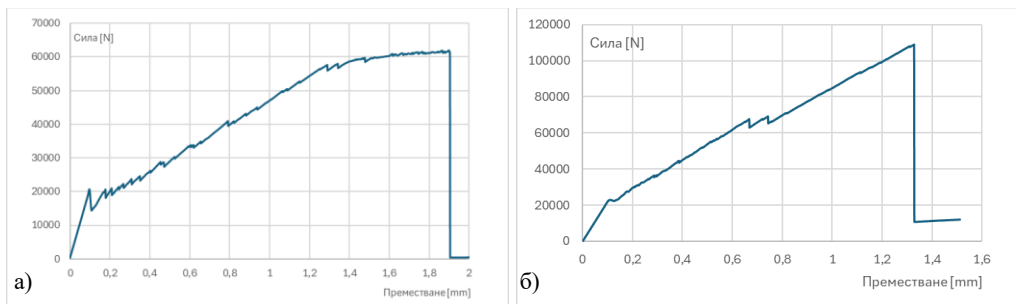
Фиг. 8. Взаимно завъртане в зависимост от класа на бетона и процента на армиране

На фиг. 7 и 8 са представени в графичен вид числените резултати за максималния огъващ момент и взаимното завъртане в средното сечение на гредата при изменение на класа бетон и процента на армиране.

От извършените решения и представените резултати може да се направи следният анализ. На първо място, съвсем логично, се забелязва, че с увеличаване на процента на армиране стойностите на огъващия момент се увеличават, а тези на взаимното завъртане респективно намаляват.

От фиг. 7 се вижда, че при по-високи проценти на армиране стойността на максималния огъващ момент в гредата, както и взаимното завъртане (фиг. 8) се увеличават линейно. Този резултат на пръв поглед изглежда логичен и съответстващ на оразмерителните формули на Еврокод 2. Забелязва се също така, че при малки проценти на армиране (2N10 и 2N12) и бетон с по-висока якост максималният огъващ момент и взаимното завъртане задържат константни позиции. При по-задълбочен поглед върху резултатите, а именно напреженията в стоманата, бе установено, че само при тези случаи се появява провлачане на армировката. Тези случаи са обозначени на фиг. 7 и 8 с уголемени триъгълници. За по-ясно разбиране на поведението на числения модел на фиг. 9 са представени зависимостите сила – преместване при два от характерните случаи на поведение. На фиг. 9 е представена извадка от две характерни решения. И двете решения са за бетон клас B40/50 – високоякостен и стомана B420. Разликата в решенията е, че това на фиг. 9 а) е с най-малката армировка – 2N10, а това на фиг. 9 б) е с 2N18 – най-голям процент армиране от изследваните ситуации. Една основна разлика в поведението на тези две греди е, че при тази от фиг. 9 а) в армировката е достигната границата на провлачане, докато при тази от фиг. 9 б) това не се случва.

От графиките на фиг. 9 се вижда, че при по-малкия процент армиране гредата има пластично поведение. Фактически след достигане на границата на провлачане гредата продължава да носи, докато при гредата с висок процент на армиране това не е така. При тази греда разрушаването става от смачкване на бетона съгласно теоретичния модел, вграден в крайния елемент, без да е достигната границата на провлачане в армировката. В този случай поведението на гредата е крехко, както се вижда от фиг. 9 б). Този тип характерно поведение се наблюдава и при останалите решения. Ако се върнем към решенията от фиг. 7 и фиг. 8, именно тези обозначени с уголемено триъгълниче са решенията с пластично поведение и достигната граница на провлачане. При всички останали решения разрушението е в натисквата зона съгласно теоретичния модел.



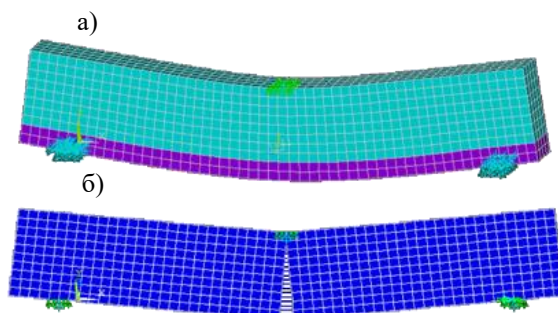
Фиг. 9. Графики сила – преместване: а) B40/50 – 2N10; б) B45/50 – 2N18

Важно е да се отбележи, че представеното изследване е част от проект, по който бе направен подобен параметричен анализ, но чрез друг числен модел [1]. При параметричния анализ, представен в [1], резултатите показват независимост на максималния огъващ момент и взаимното завъртане спрямо класа на бетона. Разликата между проведените параметрични анализи се състои в изчислителния модел. Представеният тук модел има ограничение, което спира изчислението при достигане на определен критерий в натисковата зона според модела на Willam&Warnke. По тази причина не е възможно да се проследи по-нататъшното развитие на пластични деформации в натисковата зона. В модела, представен в работа [1], това не е така. По тази причина е възможно да бъде проследено поведението на гредата до пълно пластифициране на сечението.

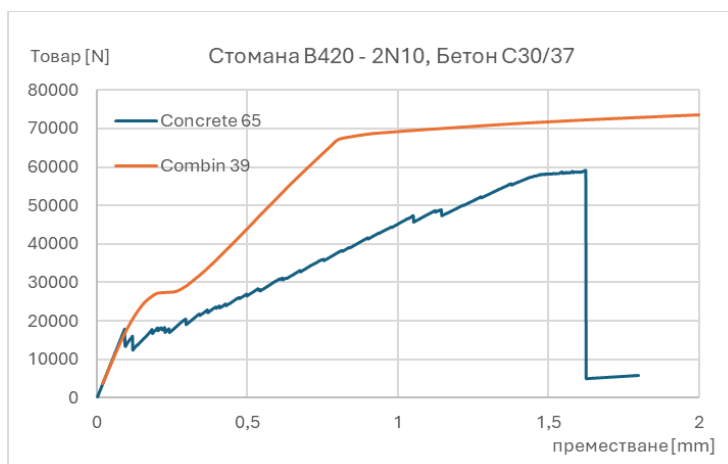
За да се изследват по-задълбочено различията в двата модела, е направен допълнителен анализ.

5. Сравнение на модели с дискретна и с дисперсна пукнатина

За по-детайлно изследване на поведението на модела с дисперсните пукнатини е направено сравнение на поведението на гредата с такова, извършено с модел с дискретна пукнатина при конкретен материал, а именно за бетон клас C30/37 и армировка тип B420 – 2N10. Това решение попада в зоната, в която с модела на дисперсните пукнатини е достигнато пластифициране в стоманата. На фиг. 10 са представени деформираните схеми и моделът от крайните елементи за двете решения.



Фиг. 10. Деформирана схема: а) модел с дисперсни пукнатини; б) модел с дискретна пукнатина



Фиг. 11. Графики сила – преместване за двата модела

На фиг. 11 са представени графиките сила – преместване за двете решения. На графиката решението, отбелязано с Concrete65, е решението с дисперсни пукнатини, включени като теория в едноименния краен елемент, както беше описано в параграф 2, а решението, отбелязано с Combin 39, е моделът с дискретна пукнатина, показан на фиг. 10 б). От решенията, показани на фигура 11, може да се забележи, че това с дисперсни пукнатини е с много по-ниска коравина и съответно по-ниска критична сила. Това се дължи на факта, че развитието на пукнатини в този модел започва при много ниски стойности на натоварването и също така пукнатините се разпределят по цялата греда, докато в другия модел има една дискретна пукнатина. Също така може да се отбележи, че в модела с дискретна пукнатина зоната на пластифициране е значително по-голяма. При модела с дисперсни пукнатини, макар и в конкретният случай да има известна зона на пластифициране, не може да се обхване процесът на пълно пластифициране на натисквата зона.

6. Изводи и заключения

От проведените в настоящата работа и в [1] параметрични изследвания могат да се направят следните изводи.

- Резултатите от изследването зависят до голяма степен от изчислителния модел.
- Теоретичната постановка в модела на Willam&Warnke не може да обхване следкритичното поведение на бетона.
- Представеният в настоящата разработка модел е с висока степен на числена чувствителност и нестабилност.
- Пукнатинообразуването започва при много ниски степени на натоварването и се разпространява по цялата област на гредата, което води до трудно или невъзможно очертаване на магистрална пукнатина. Това от своя страна води до омекотяване на конструкцията и разрушение при много по-ниски стойности на натоварването.

От направените по-горе изводи може да се направи следното заключение. Моделът на Willam&Warnke е подходящ до известна степен за изследването на стоманобетонени греди, но само при предпоставката, че разрушението не е в резултат от развитие на магистрална пукнатина. От друга страна с него не може да бъде изследвано пълното пластифициране на бетона в натисковата зона, тъй като численото решение губи сходимост. Всичко това води до заключението, че за целите на моделиране на пластична става в стоманобетонена греда с отчитане на реалната работа на бетона моделът с дисперсни пукнатини не е подходящ. За да бъде моделирана пластична става с методите на механика на разрушението, е необходим модел на дискретна пукнатина с възможност за изследване на пълното пластифициране на бетона в натисковата зона.

Благодарности

Настоящата научноизследователска разработка по договор БН-275/2023 е подкрепена финансово от Центъра за научни изследвания и проектиране при УАСГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Yusuf, E., Kerelezova, I.* Parametric study of the bending moment in a cracked RC beam. II-ra Mladejka nauchna konferencia s mejdunarodno ucastie Proektirane i stroitelstvo na sgradi i saorajenia, 09-10 noemvri 2023, Sofia, ISSN 2738-7887 (online); ISSN 2738-7879 (CD-ROM).

2. Ansys® Academic Research Mechanical, Release 18.1, Help System, Coupled Field Analysis Guide, ANSYS, Inc.

3. *Smarzewski, P., Słowik, M.* Numerical Analysis of Cracking Processes in RC Beams without Transverse Reinforcement. Processes 2023, 11, 584, <https://doi.org/10.3390/pr11020584>.

ANALYSIS OF THE MAXIMUM BENDING MOMENT IN A BEAM BY USING THE SMEARED CRACK METHOD

I. Kerelezova¹

Keywords: *fracture mechanics, RC-beam, ANSYS*

ABSTRACT

The change in the maximum bending moment in a reinforced concrete beam developing cracks was analyzed depending on concrete class, type of steel and reinforcement ratio. Crack development was performed using the smeared crack method with the ANSYS software product. The purpose of the study is to follow the overall behavior of a beam subjected to

¹ Irina Kerelezova, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. “Structural Mechanics”, UACEG, 1 H. Smirnenki Blvd., Sofia 1046, e-mail: igk_fce@uacg.bg

bending with the methods of fracture mechanics when multiple parameters are changed. A particular focus is placed on the maximum bending moment and relative rotation in the mid-section of the beam. This research is part of a project aimed at determining the maximum bending moment in a beam subjected to bending with the methods of fracture mechanics, defining a simplified formula specifying the one obtained by the limit State Analysis.