



DOI: [10.71167/uaceg.2024.570108](https://doi.org/10.71167/uaceg.2024.570108)

Получена: 20.03.2023 г.

Приета: 06.04.2023 г.

ПРИНЦИП НА SAINT-VENANT И БЕЗГРЕДОВИ ЕТАЖНИ ПЛОЧИ

Я. Михов¹

Ключови думи: безгредови плочи, точково подпиране, печатообразно подпиране, компютърен модел, принцип на Saint-Venant, премествания, усилия

РЕЗЮМЕ

Разгледани са безгредови стоманобетонени плочи без удебелявания и вути с различен брой полета и отношения на страните на полетата. Подпирането е в два варианта – точково и печатообразно с размери на напречното сечение на колоните. Дебелината на плочите е определена по теорията на стоманобетона от условието стрелката да не надхвърля допустимата стойност. Съставен е компютърен модел и е установено отношението на стрелките при линейна и нелинейна работа на материалите. Получени са усилията от вертикален товар в областите на подпиране, определени съгласно принципа на Saint-Venant за точково и печатообразно подпиране. Направени са сравнения.

1. Въведение

Принципът на Saint-Venant гласи: „Ако заменим една система сили, приложена в област Ω_1 на деформируемо тяло, с друга система сили, еквивалентна на първата и приложена в област Ω_2 на тялото, това ще се отрази на напреженията и деформациите в област Ω , която съдържа Ω_1 и Ω_2 и чиято големина е от същия порядък както по-голямата от двете области“ [1].

Безгредовите подови конструкции представляват стоманобетонени плочи, подпрени на колони или на колони и шайби. Те могат да бъдат гладки или с удебеления за поемане на опорните моменти и сръзващите сили в местата на подпиране, със или без вути. За предаване на вертикалните товари в двете направления е целесъобразно

¹ Явор Михов, проф. д-р инж., кат. „Техническа механика“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: ydmihov@gmail.com

отношението на страните между точките на подпиране да е до 1,5:1 и армирането да е двупосочно. Във всяко направление трябва да има поне три полета. В периода на интензивно строителство инвеститорите предпочитат гладките плочи поради по-малкото кофражни работи и по-голямата бързина на изграждане. Съгласно [2] не се допуска построяването на сграда с безредови плочи, подпрени само на колони. Изчисляването на конструкциите може да се извършва поотделно за вертикални и хоризонтални товари. Тук ще бъде отделено внимание само на гладки безредови плочи с вертикално натоварване.

Съществуват препоръчителни методи за изчисляване и конструиране на безредови плочи [3, 4]. С навлизането на компютрите и развитието на числените методи в строителното инженерство изчисленията се извършват автоматизирано, обикновено в еластичен стадий. Това води до известни разлики в сравнение с резултатите, получени съгласно теорията на стоманобетона.

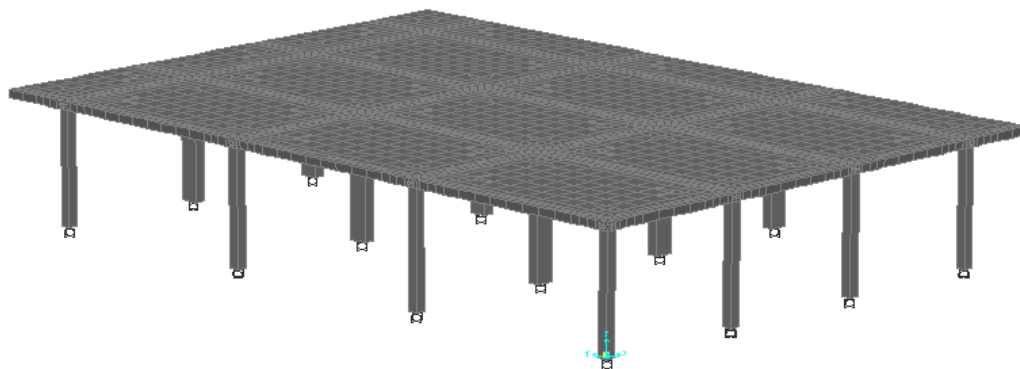
2. Дебелина на плочата

Дебелината на плочата се определя от условието най-голямото провисване (стрелката) в което и да е поле да не надвишава максималните предписани стойности. Да означим с l_{max} по-голямата страна на полето (l_{max} е l_x или l_y), по-малката с l (l е l_y или l_x), също така $\lambda = l_{max}/l$, f е максималното провисване (стрелката) в полето, $K = l_{max}/f$. Допустимите относителни провисвания, дадени в [5], са показани в табл. 1.

Таблица 1. Допустими относителни провисвания

l_{max} [m]	6,0	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5
$K = l_{max}/f$	200	210	220	230	240	250

Съставен е тестов пример, показан на фиг. 1. Същият е в няколко варианта, отличаващи се по броя на полетата, отношението K и начина на подпиране на плочата върху колоните – в точка или печатообразно, печатите са с размерите на напречното сечение на колоните. Във всичките варианти най-големите провисвания са в крайно ъглово поле. Те са достатъчно далече от местата на колоните и съгласно принципа на Saint-Venant малко зависят от начина на подпиране.



Фиг. 1. Модел от крайни елементи на тестов пример

Съгласно [3] дебелината на плочата се определя по формулата:

$$d \geq \frac{l_{\max}}{k_1} \sqrt[3]{\frac{c \alpha q_{ch} K C}{10 E_c}}. \quad (1)$$

Вижда се наличието на голям брой коефициенти, те са описани подробно и е показан начинът на определянето им в източника. Смисълът на някои от тях е:

k_1 – зависи от коефициента на армиране μ ,

c – зависи от вида на полето и модулите на еластичност на армировката и бетона,

α – според вида на полето и λ ,

q_{ch} – характеристичен напречен товар,

E_c – модул на еластичност на бетона.

По формула (1) се работи итерационно. Приемат се дебелина на плочата и коефициент на армиране. С всичките коефициенти се стига до дебелина на плочата, това се повтаря, докато разликата за d на входа и изхода на (1) стане под 5 %. Дебелината на плочата се закръгля до цял сантиметър.

Вижда се, че цялата процедура е доста тромава и трудоемка.

В [4] са направени някои приемания и процедурата е опростена. Дебелината на плочата се определя също така итерационно по формулата:

$$d \geq l_{\max} \sqrt[3]{(1,9 + 0,15\alpha) q_{ch} - (100d / l_{\max})^2 R_{ct,ch}}. \quad (2)$$

Тук са използвани означенията:

φ – зависи от вида на полето и λ ,

$\alpha = E_s / E_c$ е отношението на модулите на еластичност на армировката и бетона,

$R_{ct,ch}$ е характеристичната якост на опън на бетона,

q_{ch} – характеристичен напречен товар.

При извода на (2) е приет фиксиран коефициент на армиране $\mu = 0,4$ %.

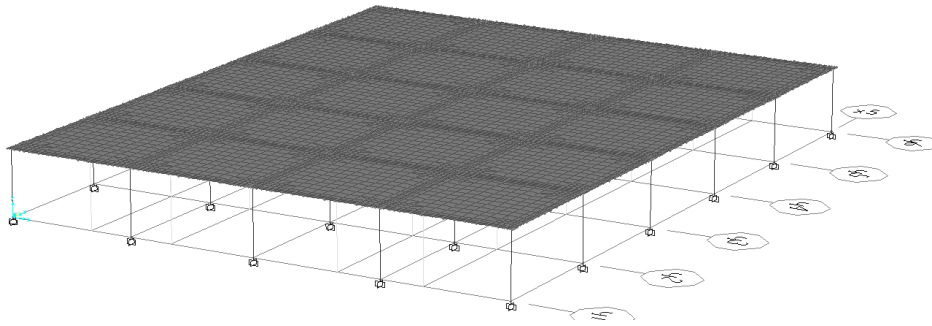
Резултатите от работата по двете формули са близки, но за сметка на по-голямата си сложност (1) е по-строга от (2).

В настоящата работа е определена дебелината на плочата съгласно [3] за различни отношения λ по (1), която е съобразена с дадения норматив в табл. 1. Преместванията са определени за същата дебелина на плочата и чрез създаден компютърен модел в тестовия пример с крайни елементи в премествания при аналогични условия и спазване на начина на подпиране както при пространствено моделиране на сгради – колоните са въведени като frame елементи с точково опирание на плочите. Максималното провисване w_{\max} се получава по-малко от полученото по (1) поради приетата в компютърната програма линейната работа на материалите. Отношението на стрелките от работа по (1) и чрез компютърен модел $n_f = f / w_{\max}$ е показано в табл. 2.

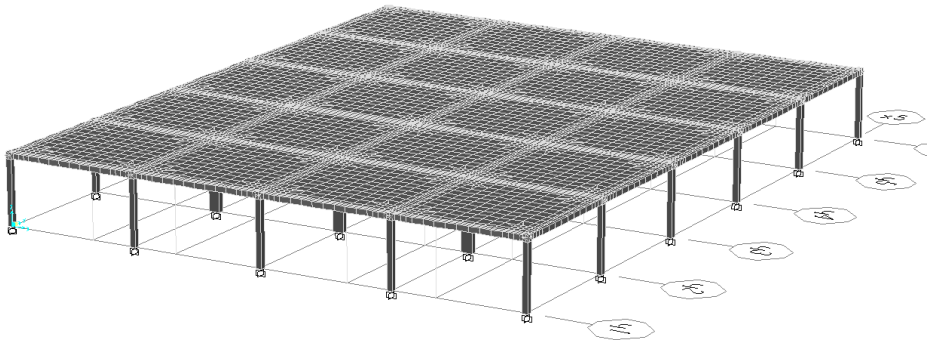
Таблица 2. Отношение на максималните провисвания, получени чрез уравнение (1) и чрез компютърен модел

λ	1,0	1,5 или 0,667
n_f	4,30	4,52

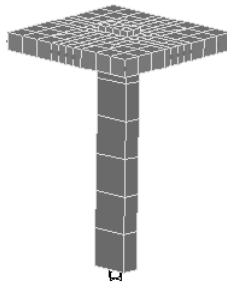
При изчисления в еластичен стадий плочата трябва да е дебела толкова, че стрелката да бъде равна f / n_f , f се приема съгласно табл. 1 и l_{\max} .



а) модел с точково подпиране



б) модел с печатообразно подпиране



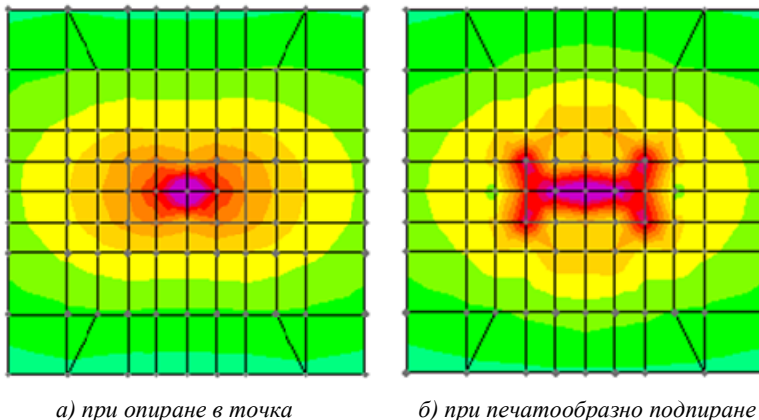
в) модел на колоната при печатообразно подпиране

Фиг. 2. Моделиране на подпирането

3. Усилия в плочата

Най-големите по модул усилия в плочата са в зоната на опиране. В непосредствена близост на колоните усилията не могат да бъдат уточнени с методите, предложени в [3 и 4]. Това може да стане чрез сгъстяване на мрежата от крайни елементи при компютърно моделиране. Има значение и начинът на опиране. При пространствено моделиране на сграда опирането е в точки, като на практика то е печатообразно с напречните размери на колоните. Моделирането на двата вида опиране е показано на фиг. 2.

На фиг. 3 са показани диаграмите на огъващите моменти M_y в еднакъв мащаб около първата вътрешна колона. Напречните размери на колоната са: хоризонтално четири крайни елемента и напречно два, централно в диаграмите. На диаграма а) опирането е в точка, а на б) – печатообразно. Областта Ω_1 е точка, областта Ω_2 е осем квадратчета, областта Ω е както по-голямата Ω_2 разширена встрани, може да се приеме с колкото е дебелината на плочата.



Фиг. 3. Диаграми на огъващите моменти

Конструкторите получават разпечатка на резултатите от пространственото изчисление на сградата във вида, показан на фиг. 3а. Разпределят усилието в точката на опиране (това е особена точка в модела) на надколонна и средна ивици, за които моменти армират.

Тук е предложено друго тълкуване на резултатите. Разглеждат се сечения, които тангират към колоните. Ако полето отляво на колоната е широко l_1 , отдясно l_2 , колоната е широка b , а плочата е дебела d , определят се огъващите моменти в три зони – z_1 с ширина $(b + 2d)$, това е ширината на областта Ω , която е по-корава поради наличието и на кобилицы в нея, z_2 с ширина $(l_1 + l_2)/4$, това е ширината на надколонната ивица според [3] и z_3 с ширина между осите на съседните полета.

В следващите таблици са дадени огъващите моменти, получени чрез групи, за различни случаи в сечения, тангиращи до колоните при двата начина на подпиране. Усилието в z_3 е като част от усилието в особената точка за междусова ширина:

$$M(z_3)[\text{kNm}] = \psi[m] \cdot M_{point} [\text{kN.m/m}]. \quad (3)$$

В таблиците моментите в зона z_2 с ширината на надколонна ивица включват и моментите в зона z_1 .

Таблица 3. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1, l_x/l_y = 1$ и точково опиране

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2	1,033	0,404	0,796
x2-y3	0,793	0,290	0,806
x3-y2	1,073	0,389	0,769
x3-y3	0,841	0,281	0,781

Таблица 4. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1$, $l_x/l_y = 1$ и печатообразно опиране

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2 50/25	1,063	0,415	0,794
x2-y3 25/50	0,822	0,388	0,828
x3-y2 50/25	1,092	0,404	0,838
x3-y3 25/50	0,857	0,383	0,737

Таблица 5. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1,5$, $l_x/l_y = 0,667$ и точково опиране

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2	0,564	0,370	0,946
x2-y3	0,523	0,387	0,972
x3-y2	0,704	0,530	0,934
x3-y3	0,641	0,562	0,967

Таблица 6. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1,5$, $l_x/l_y = 0,667$ и печатообразно опиране

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2 50/25	0,618	0,487	0,961
x2-y3 25/50	0,554	0,501	0,983
x3-y2 50/25	0,740	0,537	0,916
x3-y3 25/50	0,649	0,571	0,958

Таблица 7. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1,5$, $l_x/l_y = 1,5$ и точково опиране

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2	1,009	0,421	0,683
x2-y3	0,792	0,239	0,792
x3-y2	1,060	0,405	0,659
x3-y3	0,832	0,290	0,651

Таблица 8. Отношение на огъващите моменти за различните ширини на разглежданите зони при $\lambda = 1,5$, $l_x/l_y = 1,5$ и печатообразно опирание

Колона	ψ [m]	$M_y(z_1)/M_y(z_3)$	$M_y(z_2)/M_y(z_3)$
x2-y2 50/25	1,031	0,470	0,695
x2-y3 25/50	0,833	0,426	0,795
x3-y2 50/25	1,080	0,455	0,675
x3-y3 25/50	0,855	0,414	0,705

Усилията в полетата са далече от местата на подпирание и могат да се ползват от разпечатката, представена на конструктора.

4. Заключение

По мнение на автора получените резултати ще помогнат за бързото определяне на необходимата дебелина и по-правилното армиране на безгредови плочи без удебелявания и вути. Големината на усилията в област z_1 в табл. 4, 6 и 8, както и завишените им стойности по сравнение с тези от табл. 3, 5 и 7, предполага като подходящо използването на скрити греди между колоните, вместо армиране по ивици.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kislyakov, S.* Saprotivlenie na materialite. Tehnika, 1978.
2. Naredba RD-20-2 ot 27.01.2012 g. za projektirane na sgradi i saorazhenia v zemetrasni rayoni. KIIP, 2012.
3. *Daalov, T., Konstantinov, S., Grechenliev, H.* Rakovodstvo za projektirane na bezgredovi stomanobetonni plochi. Byuletin za stroitelstvo i arhitektura, broy 4-5, 1993.
4. *Georgiev, A.* Ukazania za projektirane na bezgredovi stomanobetonni plochi. Trima-bau OOD, Balgaro-nemsko stroitelno druzhestvo, 1994.
5. Normi za projektirane na betonni i stomanobetonni konstruksii RD-02-1425, 1986.

THE SAINT-VENANT PRINCIPLE AND BEAMLESS FLOOR SLABS

Y. Mihov¹

Keywords: beamless slabs, point support, stamp support, computer model, Saint-Venant principle, displacements, inner forces

ABSTRACT

Beamless reinforced concrete slabs without thickenings and buttresses with different number of fields and aspect ratios of the fields are considered. The support is in two versions – point and stamped with dimensions of the cross-section of the columns. The thickness of the plates is determined according to the theory of reinforced concrete from the condition that the maximum deflection (sag) does not exceed the permissible value. A computer model was created and the relationship of the sags in linear and non-linear operation of the materials was established. The vertical load inner forces in the support regions were obtained according to Saint-Venant's principle of point and stamp support. Comparisons are made.

¹ Yavor Mihov, Prof. Dr. Eng., Dept. “Technical Mechanics”, UACEG, 1 H. Smirnski Blvd., Sofia 1046, e-mail: ydmihov@gmail.com