



Получена: 09.12.2022 г.

Приета: 23.12.2022 г.

ПСЕВДОСТАТИЧНИ МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕТО „ПОДПОРНА СТЕНА – ЗЕМНА ОСНОВА“ ПРИ СЕИЗМИЧНО ВЪЗДЕЙСТВИЕ

М. Топалска¹

Ключови думи: подпорна стена, псевдостатични методи, сеизмично въздействие

РЕЗЮМЕ

За моделиране на взаимодействието в Системата „подпорна стена – земна основа“ при сеизмично въздействие често в практиката се прилагат класическите подходи на псевдостатичния анализ. В настоящата статия са представени решения, определящи екстремалните стойности на псевдостатичен активен и пасивен земен натиск. Решенията са реализирани съгласно теориите на гранично равновесие и граничен анализ. Извършен е критичен анализ и оценка на описаните методи на базата на прилежащите им изчислителна постановка и математически апарат. Посочени са достоинства и недостатъци на псевдостатичните методи за целите на сеизмичното осигуряване на подпорни съоръжения и земна основа.

1. Въведение

Поведението на едно подпорно съоръжение при земетръс зависи от много фактори, сред които:

- геометрични параметри на подпорното съоръжение и на земната основа;
- параметри на сеизмичното въздействие;
- механични параметри на подпорното съоръжение;
- механични параметри на земната основа;
- параметри на взаимодействие на подпорното съоръжение и почвения масив.

¹ Мария Топалска, инж., кат. „Геотехника“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: m.topalska12@abv.bg

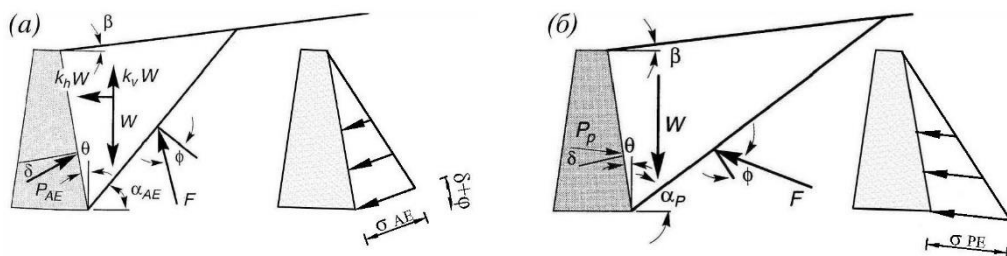
Взимането предвид на пълния набор от параметри често е свързано с тежки математически модели, които са неудобни и трудоемки за използване. В този смисъл класическите подходи за псевдостатичен сеизмичен анализ на подпорни стени се основават на редица предпоставки и опростявания по отношение поведението на почвата и стената. Те моделират съоръжението и прилежащия към него корав почвен обем (клин или призма), упражняващи натиск върху стената, при действие на „статични“ земетръсни сили.

Този тип методи разглеждат Системата в момент на гранично равновесие, т.е. стремежът е към определяне на екстремни натоварвания, за които подпорно съоръжение и земна основа да бъдат оразмерени. Екстремното натоварване отговаря на максимални стойности на активния земен натиск и на минимални стойности на пасивния земен натиск.

2. Решения по теорията на граничното равновесие

2.1. Теория на Mononobe-Okabe

Теорията на *M-O* е разработена за условията на равнинна задача и доразвива класическата теория на *Coulomb* за статичен земен натиск – активен (АЗН) и пасивен (ПЗН). За отчитане на сеизмично въздействие към коравия почвен клин с тегло W , от равновесието на който се дефинира резултантната сила на земяния натиск, се добавят псевдостатични земетръсни сили – хоризонтална $k_h \cdot W$ и вертикална $k_v \cdot W$, където k_h и k_v са съответно коефициенти на хоризонтално и вертикално псевдостатично земетръсно ускорение. Изчислителните схеми са представени на фиг. 1.



Фиг. 1. Изчислителни схеми по теорията на *M-O*:
а) за активен земен натиск; б) за пасивен земен натиск [1]

Пълната стойност на АЗН, включваща в себе си както статичното, така и динамичното въздействие, се определя с израз:

$$P_{AE} = \frac{1}{2} K_{AE} \gamma H^2 (1 - k_v), \quad (1)$$

където H е височината на стената;

K_{AE} – коефициентът на АЗН, който се дава със следния израз:

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi - \theta - \psi)}{\cos \psi \cos^2 \theta \cos(\delta + \theta + \psi) \left[1 + \frac{\sqrt{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi - \beta - \psi)}}{\cos(\delta + \theta + \psi) \cos(\beta - \theta)} \right]^2}, \quad (2)$$

където φ е ъгълът на вътрешно триене на материала зад подпорното съоръжение;
 β – ъгълът на наклона на терена спрямо хоризонта;
 θ – ъгълът на наклона на гърба на стената спрямо вертикалата;
 δ – ъгълът на триене между почвата и съоръжението;
 ψ – ъгълът на наклона спрямо вертикалата на сумарния вектор на земното и земетръсното ускорение, който се дефинира с израза:

$$\psi = \tan^{-1} \left[k_h / (1 \pm k_v) \right]. \quad (3)$$

По аналогичен начин се определя пълната стойност на ПЗН, а именно:

$$P_{PE} = \frac{1}{2} K_{PE} \gamma H^2 (1 - k_v), \quad (4)$$

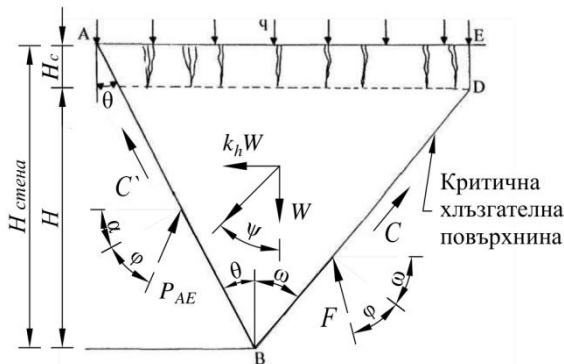
където K_{PE} е коефициентът на ПЗН, който се дава с израза:

$$K_{PE} = \frac{\cos^2(\varphi + \theta - \psi)}{\cos \psi \cos^2 \theta \cos(\delta - \theta + \psi) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi + \beta - \psi)}{\cos(\delta - \theta + \psi) \cos(\beta - \theta)}} \right]^2}. \quad (5)$$

По отношение на приложната точка на резултантната сила на земния натиск върху подпорната стена в теорията на *M-O* постановките са аналогични на тези в теорията на *Coulomb*. При предпоставката за линейно разпределение на земния натиск в дълбочина – σ_{AE} и σ_{PE} на фиг. 1, теорията на *M-O* определя резултантната сила на земния натиск на 1/3 от височината на стената H , мерена от нейната основа.

2.2. Решение на Prakash & Saran

Анализът е извършен за активен земен натиск при действие на хоризонтално сеизмично въздействие. Механизмът на разрушение на земната основа е равнинна хлъзгателна повърхнина. Изчислителната схема на взаимодействие, която авторите прилагат, е онагледена на фиг. 2.



Фиг. 2. Изчислителна схема на взаимодействие съгл. Prakash & Saran [2]

Земният натиск от собствено тегло, експлоатационен товар и кохезия са разгледани поотделно, а в последствие са суперпонирирани. В резултат от изразяването на равновесието

на Системата авторите дават решение за определяне на резултантната сила на „динамичен“ земен натиск P_{AE} . Стойността му се определя чрез следния израз:

$$P_{AE} = \gamma H^2 (N_{a\gamma})_{dyn} + qH (N_{aq})_{dyn} - cH (N_{ac})_{dyn}, \quad (6)$$

където H е височина на стената без пукнатинна зона;

H_c – височина на пукнатинната зона;

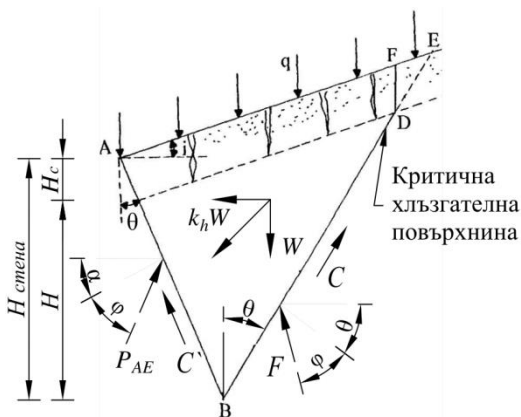
K_a – коефициент на активен земен натиск по Rankine;

$(N_{a\gamma})_{dyn}$, $(N_{aq})_{dyn}$, $(N_{ac})_{dyn}$ – бездимензионни коефициенти за активен земен натиск.

Решението отчита кохезията на почвата c , триенето между стената и почвата, представено чрез параметъра C' , приет $C' \equiv C$, наклона на гърба на стената, равномерно разпределения товар q върху терена и пукнатинната зона с височина H_c .

2.3. Решение на Das & Puri

За моделиране на взаимодействието в Системата *Das & Puri* използват математически апарат, идентичен с този, прилаган от *Prakash & Saran*. Изразяват се и се удовлетворяват силите равновесни условия $\Sigma H = 0$ и $\Sigma V = 0$. Отново се разглежда взаимодействие на стената със свързана почва (кохезивен материал), но за разлика от решението на *Prakash & Saran* триенето между стената и почвата е със стойност, различна от тази на кохезията на почвата ($C' \neq C$). Освен това, решението разглежда влиянието на някои допълнителни фактори като вертикалната компонента на сеизмичното въздействие и наклона на терена спрямо хоризонта. Така описаната изчислителна постановка е илюстрирана на фиг. 3.

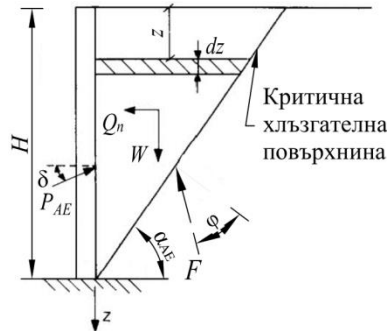


Фиг. 3. Изчислителна схема на взаимодействие съгл. *Das & Puri* [2]

В резултат се получава уравнение с вид, аналогичен на израз (6), като разликата произтича от промяната в стойностите на бездимензионните коефициенти, които влияят пряко върху големината на земния натиск. Точни математически изрази на коефициентите $(N_{a\gamma})_{dyn}$, $(N_{aq})_{dyn}$, $(N_{ac})_{dyn}$ за решенията от т. 2.2 и т. 2.3 са поместени в източниците [2 – 3].

2.4. Решение на Steedman & Zeng

Авторите прилагат „псевдодинамично“ решение за определяне на резултантната сила и коефициент на АЗН, съответно P_{AE} и K_{AE} . Във всеки момент t от времето на действие на земетръсното въздействие почвеният клин, упражняващ земен натиск, се разглежда като деформируемо тяло, т.е. с крайна по големина коравина, респективно модул на срязване G . Предвид този факт, в момент t сеизмичната вълна на нивото на теренната повърхност ще има фазова разлика спрямо вълната на нивото на основата на стената. Това означава, че земетръсните ускорения в земната основа в момент t не са константни по височина на стената. Изчислителната постановка на решението е представена на фиг. 4.



Фиг. 4. Изчислителна схема за определяне на земен натиск съгл. Steedman & Zeng [4]

Извършени са изследвания за кораво подпряна в основата стена, при следните предпоставки:

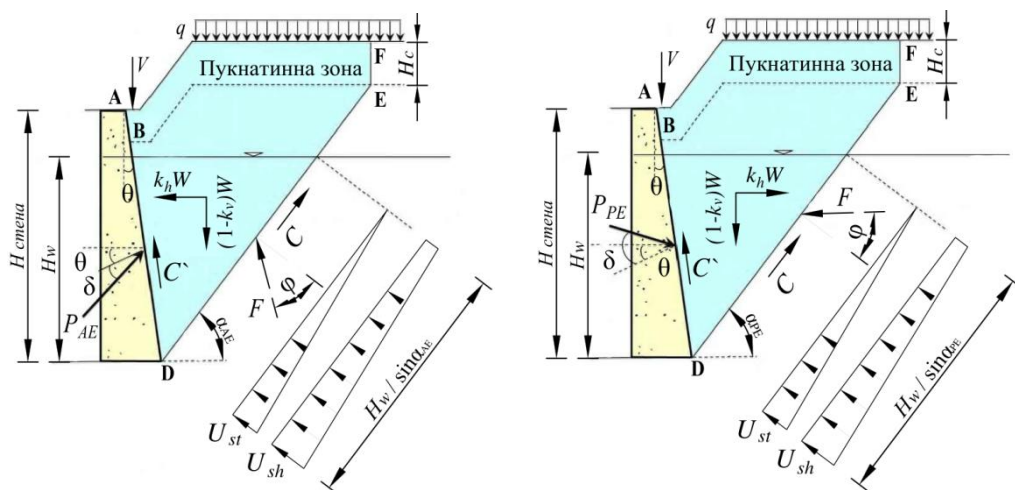
- модулът на срязване на почвата G е константен;
- разглежда се вертикален гръб на стената и хоризонтален терен;
- разглежда се хоризонтално сеизмично въздействие, т.е. $k_v = 0$;
- тялото на хлъзгащия се почвен клин се разделя на хоризонтални ламели с дебелина dz .

В случая на гореописаните предпоставки авторите изразяват следните величини:

- ускорението в земната основа на нивото на всяка ламела, $\alpha_h(z, t)$, във функция на дълбочината z и времето t ;
- земетръсната инерционна сила в почвения клин $Q_h(t)$ във функция на времето t ;
- резултантната сила на АЗН във функция на времето t , $P_{AE}(t)$;
- разпределението на АЗН по височината на стената в момент t , $p_{AE}(t)$;
- коефициентът на АЗН K_{AE} – определя се след оптимизиране по отношение на аргумента t .

2.5. Trial Wedge метод

Този подход и математическият му израз позволяват изследването на стени с отчитане на кохезията на почвата, адхезията по гръба на стената, неправилния профил на теренната повърхност/обратния насип, наличието на пукнатинна зона (*Tension Crack Zone*), действието на експлоатационни товари и наличието на хидростатично налягане. Образуваният се хлъзгащ почвен клин е онагледен на фиг. 5.

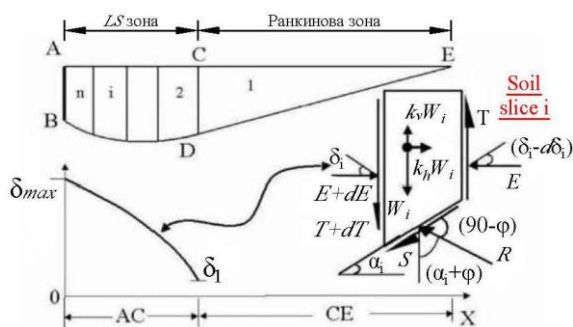


Фиг. 5. Изчислителна схема за определяне на съответно активен и пасивен земен натиск съгл. *Trial Wedge* [5]

Trial Wedge методът по същество е числена версия на метода на *M-O*. Докато при метода на *M-O* критичният ъгъл на хлъзгателната повърхнина α_E се определя аналитично, то по метода на *Trial Wedge* установяването на тази повърхнина е итеративен процес, който се извършва числено. Ъгълът на критичната повърхнина α_E приема различни стойности до момента, в който се получи максималната и минималната такава, съответно на активния или пасивния земен натиск. Изразите, определящи АЗН и ПЗН, се извеждат на базата на разглеждането на граничното равновесие на клина. Решения по този метод се съдържат в източниците [5, 6].

2.6. LSR метод

Теоретичната постановка на *Log-Spiral-Rankine (LSR)* метода е разработена от *Shamsabadi, Xu & Taciroglu* [5, 7] и се състои в прилагане на теорията на гранично равновесие в съчетание с техника на разделяне на хлъзгащото се почвено тяло на ламели.



Фиг. 6. „*Log-Spiral-Rankine*“ механизъм на разрушение и равновесие на ламела i [6]

Критичната хлъзгателна повърхнина (фиг. 6) за активен и пасивен земен натиск има два сегмента – криволинеен (*Logarithmic Spiral Curve*) BD и праволинеен DE . Респек-

тивно, хлъзгащата се почвена маса съдържа две зони – *Log-Spiral* зона (*ABCD*) и Ранкинова зона (*CDE*). Силите на взаимодействие между ламелите са нормални *E* и срязващи *T*. Приема се, че срязващите сили *T* деградират, като най-високата им стойност е по гърба на стената *AB*, а най-ниската – при вертикалата *CD*.

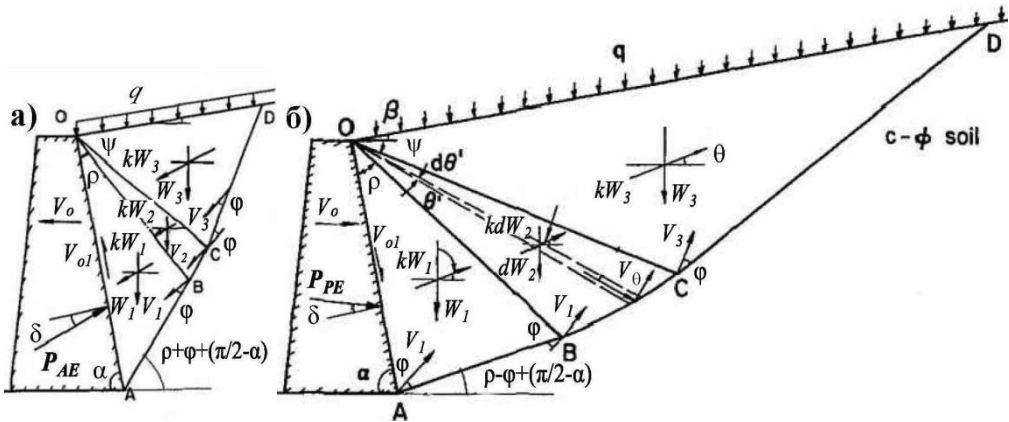
Методът дава решение за определяне на АЗН и ПЗН, като отчита хоризонтална и вертикална компонента на сеизмичното въздействие (k_h и k_v), якостните параметри на почвата (φ -с почва), както и триенето между стената и почвата (ъгъл δ). Той е разработен и се прилага главно за определяне на ПЗН, където теорията на *M-O* не дава надеждни резултати.

Точното решение съгласно метода се съдържа в източника [6].

3. Решения по теорията на граничния анализ

3.1. Метод на *Log-Sandwich* механизъм на разрушение

Решението е по горна граница на критичния товар. *Log-Sandwich* механизъмът на разрушение на земната основа, предложен от *Chen & Rosenfarb* [8] и използван от *Chen & Liu* [9], се състои във формиране в почвата зад гърба на стената на зона на срязване *OBC* (фиг. 7), чиято основа *BC* се описва чрез логаритмична функция. Зоната *OBC* е обградена от два равни блока *OAB* и *OCD*, за пълното описване на които са нужни ъгълите ρ и ψ .



Фиг. 7. „*Log-sandwich*“ механизъм на разрушение: а) за АЗН и б) за ПЗН
сгъл. *Chen & Rosenfarb* [9]

Решението за АЗН се постига чрез прилагане на равенство между нарастването (инкремента) на работата на външните сили $\sum(\Delta W)_{ext}$ и нарастването на количеството дисипирана енергия $\sum(\Delta D)$. Нарастването на работата на външните сили се получава от производението на нарастването на активните сили (собствено тегло, експлоатационни товари, сеизмично въздействие) и реализираното нарастване на преместванията. Суперпонирайки приноса на работата ΔW на силите от трите почвени блока *OAB*, *OBC* и *OCD* от фиг. 7 с работата ΔW_{PAE} на силата на АЗН, за $\sum(\Delta W)_{ext}$ се получава изразът:

$$\sum(\Delta W)_{ext} = \Delta W_{OAB} + \Delta W_{OBC} + \Delta W_{OCD} + \Delta W_{PAE} \quad (7)$$

Нарастването на количеството дисипирана енергия $\sum(\Delta D)$ е равно на произведението от нарастването на силите на триене по контактните повърхнини на отделните блокове със стената и реализираното нарастване на преместването по дължината на контакта, т.е.

$$\sum(\Delta D) = \Delta D_{OA} + \Delta D_{AB} + \Delta D_{BC} + \Delta D_{CD} + \Delta D_{OBC}. \quad (8)$$

От равенството $\sum(\Delta W)_{ext} = \sum(\Delta D)$ се извеждат следните уравнения за силата P_{AE} и коефициента K_{AE} на АЗН:

$$P_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 N_{A\gamma} + qHN_{Aq} - cHN_{Ac}, \quad (9)$$

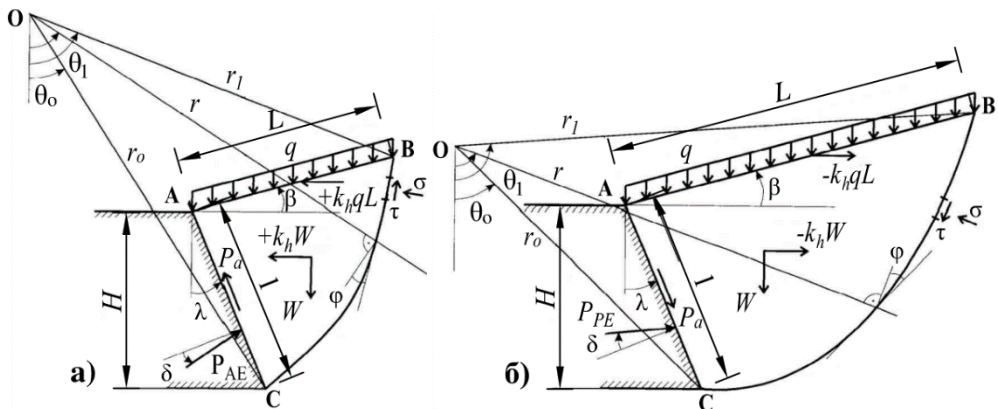
$$K_{AE} = N_{A\gamma} + \frac{2q}{\gamma H} N_{Aq} + \frac{2c}{\gamma H} N_{Ac}. \quad (10)$$

В горните уравнения $N_{A\gamma}$, N_{Aq} , N_{Ac} са коефициенти за активен земен натиск, които зависят от набор от ъгли, имащи отношение към геометрията на изчислителната постановка, параметрите на материала, както и на сеизмичното въздействие. Точните им математически определения са дадени в [8 – 9].

В съответствие с фиг. 7 е извършено решение за ПЗН и са изведени аналогични уравнения за силата P_{PE} и коефициента K_{PE} на АЗН.

Критичните повърхнини на хлъзгане за АЗН и ПЗН се определят чрез онези комбинации от ъглите ρ и ψ , при които коефициентът K_{AE} и съответно силата P_{AE} приемат максимална стойност, а коефициентът K_{PE} и съответно силата P_{PE} приемат минимални стойности.

3.2. Метод на Log-Spiral механизъм на разрушение



Фиг. 8. „Log-spiral“ механизъм на разрушение съгл. Soubra & Macuh: а) за АЗН и б) за ПЗН [10]

Soubra & Macuh [10] извършват решение по горна граница на критичния товар за определяне на АЗН и ПЗН, като прилагат *Log-Spiral* механизъм на разрушение. Изчислителната постановка е показана на фиг. 8. И в двата случая почвата, заключена между точки

$$P_{PE} = K_{P\gamma E}(\alpha_i, \beta_i) \frac{\gamma l^2}{2} + K_{PqE}(\alpha_i, \beta_i) qL - K_{PcE}(\alpha_i, \beta_i) cl, \quad (13)$$

където $K_{P\gamma E}$, K_{PqE} , K_{PcE} са коефициенти на пасивен земен натиск при сеизмично въздействие, представлящи съответно въздействието от масата на почвения клин, експлоатационния товар и кохезията.

3.4. Критичен анализ и оценка

Основна характеристика на псевдостатичните методи за анализ на взаимодействието „подпорна стена – земна основа“ е това, че моделират динамично въздействие (каквото е сеизмичното) чрез определяне на допълнителна статична сила. За тази цел прилагането на методите се съпровожда с редица предпоставки и опростявания, които имат отношение към геометрия, описание на въздействията и механичните параметри на елементите в Системата.

Част от методите представляват надграждане и доосъвършенстване на съществуващи вече теории, като дават възможност за отчитане на допълнителни фактори в проектната постановка. Такива фактори са:

- **якостни параметри на увлечения във взаимодействието почвен масив.** Тук основен недостатък притежава методът на *M-O*, който в класическия си вид работи с идеално некохезивен материал. Всички останали методи, описани в настоящата статия, дават възможност за работа със свързани ϕ -с почви.

- **задаване на сеизмичното въздействие.** Посочените методи задават земетръсното натоварване чрез определяне на статична сила, използвайки коефициентите на псевдостатично земетръсно ускорение k_h и k_v . Този тип решения не позволяват отчитането на основни характеристики на сеизмичното въздействие – честота, амплитуда, фаза, продължителност и др. – които оказват влияние върху начина на реагиране на подпорните съоръжения.

Тук се откроява решението на *Steedman-Zeng*, при което фазата на динамичното въздействие е променлива по височината на съоръжението. В този смисъл този метод е подходящ за изследване на по-високи подпорни конструкции.

- **моделиране на поведението на увлечения във взаимодействието почвен масив.** Класическите подходи по псевдостатичния анализ моделират почвения масив като „корав“ клин или призма, които имат възможност единствено за преместване и завъртане в равнината. Поведението на материала се описва чрез избран якостен критерий (най-често *Mohr-Coulomb*).

Съществен недостатък на псевдостатичните методи е, че не отчитат специфичното нелинейно поведение на почвите при динамично въздействие, свързано с деградация на коравината на материала, след натрупване на срязващи деформации.

- **форма на повърхнината на разрушение.** Методите на *M-O*, *Prakash & Saran*, *Das & Puri* и *Steedman-Zeng* работят с равнинна повърхнина на хлъзгане. Опитно е установено, че повърхнината на разрушение (срязване) далеч не е равнина. Тази форма се явява голямо опростяване и далечно приближение спрямо реалната такава. Решенията, разработени по теорията на граничния анализ, са сравнително по-съвършени, тъй като възприемат сложна повърхнина на хлъзгане, включваща, освен равнинна, и криволинейна

част. Това дава право да се твърди, че тези методи отразяват реалния механизъм на разрушение в по-висока степен и дават по-реалистични резултати.

- **форма на терена зад подпорното съоръжение.** Геометричното очертание на терена зад съоръжението е съществен фактор, който оказва пряко влияние върху интензитета на земния натиск. От поместените методи решенията на *Das & Puri*, *Steedman-Zeng* и *LSR* методът не дават възможност за отчитане на сложна геометрия.

- **възможност за отчитане на пукнатинна зона.** Методите на *Prakash & Saran*, *Das & Puri* и *Trial Wedge* методът притежават математически апарат, позволяващ отчитането на пукнатинна зона в приповърхностната част на прилежащия терен. Останалите описани методи не дават такава възможност.

4. Заключение

Изборът на псевдостатичните подходи като метод за моделиране на поведението и взаимодействието на геотехническите съоръжения и земната основа се обуславя най-вече от възможността за прилагане на сравнително несложна изчислителна схема и алгебрични изрази. В исторически план редица автори са развивали математическия апарат на тези методи и са разработили начини за по-прецизно описание на елементите от проектната постановка. Въпреки това псевдостатичните методи са способ, който не отчита реалното физично поведение на съоръжения и почва, поради което следва прилагането им и получените резултати да се използват с доза критика и съмнение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kramer, S.* Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1996.

2. *Das, B. M., Puri, V. K.* Static and dynamic active earth pressure. Geotechnical and Geological Engineering, Chapman and Hall, 1996, 14: 353-366.

3. *Prakash, S.* Analysis of Rigid Retaining Walls During Earthquakes. International Conferences on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Missouri University of Science and Technology, 1981, 7: 993-1020.

4. *Steedman, R. S., Zeng, X.* The influence of phase on the calculation of pseudo-static pressure on a retaining wall. Geotechnique, Engineering Department, Cambridge University, 1990, 40 (1):103-112.

5. *Shamsabadi, A., Xu, S., Taciroglu, E.* Development of Improved Guidelines for Analysis and Design of Earth Retaining Structures. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Los Angeles, 2013.

6. South California Department of Transportation (SCDOT). Geotechnical Design Manual, 2010.

7. *Xu, S., Shamsabadi, A., Taciroglu, E.* Evaluation of active and passive seismic earth pressures considering internal friction and cohesion. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier Science Publishers B. V., 2015, 70: 30-47.

8. *Chen, W. F., Rosenfarb, J. L.* Limit analysis solutions of earth pressure problems. Soils and foundations, Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1973, 13 (4): 45-60.

9. *Chen, W. F., Liu, X. L.* Limit analysis in soil mechanics. Development in geotechnical engineering, 52, Elsevier Science Publishers B. V., 1990.

10. *Soubra, A.-H., Macuh, B.* Seismic active and passive earth pressures in rigid retaining structures by a kinematical approach. International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake, March 2001, San Diego, United States.

11. *Soubra, A.-H.* Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structures. Canadian Geotechnical Journal, NRC Research Press, 2000, 37 (2): 463-478.

PSEUDOSTATIC METHODS FOR ANALYSIS OF THE “RETAINING WALL – SOIL FOUNDATION” INTERACTION UNDER SEISMIC IMPACT

M. Topalska¹

Keywords: retaining wall, pseudostatic methods, seismic impact

ABSTRACT

To model the interaction in the “retaining wall – earth foundation” system under seismic impact, classical approaches of pseudostatic analysis are often applied in practice. This paper presents solutions that determine the extreme values of pseudostatic active and passive earth pressure. The solutions are realized according to the theories of limit equilibrium and limit analysis. A critical analysis and evaluation of the described methods is carried out based on their adjacent calculation setup and mathematical apparatus. The advantages and disadvantages of the pseudostatic methods for the purpose of seismic insurance of support structures and earth foundations are indicated.

¹ Maria Topalska, Eng., Dept. “Geotechnics”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: m.topalska12@abv.bg