ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ
СОФИЯ

Том
Volume 55 2022 Брой
Issue 1

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY
SOFIA

Получена: 17.01.2022 г.
Приета: 15.02.2022 г.

СТОХАСТИЧЕН МОДЕЛ ПРИ ОЦЕНКАТА НА РЕЛАТИВНИ ГРАВИМЕТРИЧНИ ИЗМЕРВАНИЯ

Т. Ламбева[1]

Ключови думи: *стохастичен модел на релативни гравиметрични измервания, изравнение по МНМК, априорни средни квадратни грешки*

РЕЗЮМЕ

В статията са разгледани общите принципи при формирането на математическия модел на релативните гравиметрични измервания. Представени са някои причини, които биха могли да доведат до особености на техния стохастичен модел. Подробно е анализирана възможността за използване на предложения от [7] метод за определяне на отношението между априорните стойности на средните квадратни грешки на измерване с тежест единица, имащи различен физичен смисъл. Методът, освен че предоставя строго обосновано решение, базирано на принципа на максималното правдоподобие, дава и възможност за обединяване на част от предварителната оценка на точността с процеса на решение на задачата по МНМК. В статията е представена възможност за прилагането на метода [7] при стандарната схема на решение по МНМК. Използването на двата варианта на решение е подходящо при съвместната обработката и оценка на релативни гравиметрични измервания, получени от два или повече гравиметъра.

1. Увод

В геодезията и гравиметрията често се налага извършването на съвместната обработка на измервания с различна точност, получени от два или повече инструмента. Обичайна практика за целта е използване на предоставената от производителя информация

[1] Татяна Ламбева, гл. ас. д-р инж., кат. „Висша геодезия", УАСГ, бул. „Хр. Смирненски" № 1, 1046 София, e-mail: lambeva_fgs@uacg.bg.

за тяхната точност. В действителност, реализираната точност на измерване би могла да се отличава от посочената в проспекта, дори и при съблюдаване на всички необходими условия на работа.

Организирането на измерванията в подходяща схема обезпечава както техния контрол, така и предварителната оценка на тяхната точност. Използването на затворени и/или включени контури позволява определяне на истинските грешки в измерените величини. Но често полученият ред от несъвпадения няма достатъчно голям обем и не осигурява добра надеждност на получените резултати.

Релативните гравиметрични измервания, в сравнение с геодезическите измервания, имат някои особености и различия. Те се изпълняват като паралелни измервания, с два или повече едновременно работещи гравиметъра, в един гравиметричен рейс. В този случай получените резултати от предварителната оценка на точността на измерванията от всеки един гравиметър се определят чрез еднакъв критерий, базиран на еднаквата конфигурация на измерванията. Гравиметричните измервания също така се влияят в голяма степен от значителен брой фактори. Нанасяните върху тях корекции не винаги напълно могат да отстранят възникващите смущения. Остатъчните влияния, неотчетени с корекциите, се отразяват върху точността на получените резултати.

2. Фактори, влияещи на релативни гравиметрични измервания

Една от класификациите на факторите, влияещи върху релативните гравиметрични измервания, се свързва с момента на тяхното проявяване. *Lederer* [6] ги разграничава като вътрешни и външни в зависимост от това дали въздействат по време на работата на гравиметъра или в промеждутъка от време между измерванията. Често за вътрешни влияния са определяни факторите, свързани със самия гравиметър (с неговите конструктивни особености и начин на работа), а като външни са определяни свързаните с влиянието на външната среда.

Външните фактори оказват значително влияние в сравнение с вътрешните. Такива са директният и индиректният приливен ефект на слънцето и луната, хидроложките влияния – промяна на подпочвените води и почвената влажност, снеготопенето и изменението на нивото на водата във водните басейни, атмосферни влияния (дължащи се на промяната на атмосферните маси). В по-малка степен влияние оказват движението на полюсите, преместването на маси във вътрешността на Земята, сеизмичната и вулканичната дейност, вертикални движения на земната кора, топенето на ледниковата покривка и др.

Вътрешните фактори определят промяна на отчетите в станциите, дължаща се на работата или особеностите на самия гравиметър. Недостатъчната изолация на чувствителния елемент от външната среда определя грешки, дължащи се на промени в температурата (зависеща и от промяната на напрежението на батерията) и атмосферното налягане, влияние на електромагнитното поле. Характеристиките на материала, от който е изработен чувствителният елемент, определя грешките, дължащи се на промяна на еластичните му свойства и времето за неговото така наречено еластично възстановяване (хистерезис). Съществено влияние върху гравиметричните измервания могат да окажат сътресенията и вибрациите, възникнали при транспортирането на гравиметъра посредством поведението на дрейфа на нулата [8].

3. Оценка на релативните гравиметрични измервания

Основният етап от оценката на релативните гравиметрични измервания включва формулирането на **математическия модел** на наблюденията – тяхното **функционално представяне** по отношение на избрани параметри, както и **описанието им във вероятностно отношение**. Последното е свързано с предположение за **вида на закона на разпределение на грешките** в измерванията, както и определянето на параметрите на този закон.

Фиг. 1. Основни етапи и последователност на оценката на геодезически и гравиметрични измервания

Вторият етап включва избора на подходящ **метод за оценка** или метод, а с помощта на който биха могли да бъдат определени доброкачествени оценки [4] – надеждни, неизместени и ефективни стойности на параметрите, както на математическия, така и на стохастичния модел.

Съществуващата взаимовръзка между математическия модел, метода за оценка на измерванията и необходимите статистически тестове (вж. фиг. 1) е представена от [3]. Последните съпоставят теоретичния модел с получените резултати от измерванията (или експеримента).

Резултатите от статистическите тестове влияят върху избора на математически модел или върху неговите параметри. Статистическите тестове обособяват две групи, в зависимост от етапа на приложение, в който се използват [3]. Първата група се изпълнява при предварителната оценка на точността. Тя има основна цел да провери стохастични свойства на входните данни (за закона на разпределение, за недопустими грешки и др.). Втората група статистически тестове се изпълнява след определянето и оценката на параметрите на функционалния модел. Тя реализира последваща оценка на точността (анализ на поправките – глобални и локални тестове, определяне на значимостта на параметрите на функционалния модел и др.).

3.1. Стохастичен модел на релативните гравиметрични измервания

Установяването на закона за разпределение на дадена случайна величина не само дава информация за самата величина, но също така служи за обосновано използване на определени методи за статистически изчисления или изводи [1].

Грешките в измерванията представляват сумарна стойност от множество независими (случайни) величини, породени от многобройни фактори. Според централната гранична теорема на Ляпунов, **законът на разпределение на сумарната стойност от независими, случайни величини, имащи еднакъв закон на разпределение, се приближава към закона за нормално разпределение, при нарастване на броя на случайните величини** [4].

От авторите в [1] се отбелязва, че сред множеството от случайни величини, формиращи сумарната стойност на грешката, би могло да има една или няколко, които да имат преобладаващо влияние. Това би довело до отклонение от закона за нормално разпределение на сумарната стойност. Обръща се внимание, че използването на закона за нормално разпределение винаги, без обосновка за това, може да доведе до значителни грешки и отделят голямо внимание на устойчивостта на процедурите за проверка на хипотези към нарушение на предположението за наличие на нормално разпределение. Устойчиви процедури са тези, при които, ако възникне нарушението в някоя от предпоставките, при които те се прилагат, не водят до съществени промени в грешките от първи и втори ред. Устойчивостта на процедурите зависи също така и от множество фактори, като разположението и размера на доверителния интервал, избора на доверителната вероятност, обема на извадката, вида на разпределението и др. Съществуват и редица методи за проверка на хипотези, които не зависят от вида на разпределението [1].

В **обобщения** си вид Централната гранична теорема на Ляпунов изисква изпълнение на **условията на теоремата на Чебишев, с добавянето на условие, което гарантира да няма събираеми, оказващи преобладаващо влияние върху разсейването на сумата** [4].

Методите за оценка, при които се допуска, че разпределението на грешките се различава от нормалното, се определят като строги или робастни. Такова разпределение би могло да се очаква да имат и грешките в релативните гравиметрични измервания. Някои от робастните методи при оценката на релативни гравиметрични измервания са представени и приложени в [5].

След установяването на вида на разпределение на грешките, присъстващи в измерванията, следва определянето на параметрите на разпределението. При наличието на нормално разпределение параметърът, който следва да се определи, е дисперсията на случайните величини или средната квадратна грешка на измерените величини за измерване с тежест единица. Тя обикновено се определя чрез получени редове от несъвпадения по затворени контури, разлики от двукратно измерени величини (например от два или повече гравиметъра).

Средните квадратни грешки за измерване с тежест единица, определени от измервания с два гравиметъра, имащи една и съща точност, биха могли да се отличават, тъй като те зависят от спецификата в поведението по време на измервания на всеки един от тях. Стойностите на средните квадратни грешки на единично измерване на всеки гравиметър може да се приемат за известни, обикновено предоставяни от производителя. Те може да бъдат определени поотделно за всяко измерване или с помощта на софтуера към гравиметъра, или в резултат на изчисления в зависимост от вида на използвания гравиметричен рейс, като в последния случай измерванията в един гравиметричен рейс могат бъдат и зависими.

Метод за съвместно изравнение по МНМК на измервания, имащи различна точност или различен физичен смисъл, е представен в [7]. Решението се основава на принципа:

$$V^T K_{l'}^{-1} V = \min, \tag{1}$$

където V е векторът на поправките към измерените величини, а $K_{l'}$ е тяхната корелационна матрица. Ако бъдат разгледани две групи измерени величини, корелационната им матрица има вида:

$$K_{l'} = \begin{bmatrix} K_I & 0 \\ 0 & K_{II} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

K_I и K_{II} могат да бъдат разглеждани като корелационни матрици на измерванията, извършени с различни инструменти.

Поставеното условие с уравнение (1) също би имало минимум, ако лявата му страна бъде умножена с някоя избрана положителна стойност m^2 :

$$m^2 V^T K_{l'}^{-1} V = V^T P_{l'} V = \min. \tag{3}$$

Условието (3) представлява стандартно използвано изискване при прилагането на МНМК. В него $P_{l'}$, тежестната матрица на измерените величини, се представя:

$$P_{l'} = m^2 K_{l'}^{-1} = m^2 \begin{bmatrix} K_I^{-1} & 0 \\ 0 & K_{II}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{I'} & 0 \\ 0 & P_{II'} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

като определя $P_{I'}$ и $P_{II'}$ да бъдат тежестните матрици на измерванията от двата отделни инструмента.

При решението на задачата по метода, представен от [7], с условието (1) се използват предварително зададените средни квадратни грешки с тежест единица на измерените величини, като техният физичен смисъл се запазва при решаването на задачата, за разлика от използването на принципа (3).

Обратната матрица, на корелационната матрица $K_{l'}$ от (2), би могла да се представи с помощта на *предварително избрани приблизителни стойности* за средните квадратни грешки с тежест единица m_{oI} и m_{oII}, отнасящи се за измервания от отделните инструменти:

$$K_{l'}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_{oI}^2} Q_I^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{oII}^2} Q_{II}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_{oI}^2} P_I & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{oII}^2} P_{II} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

където матриците Q и P със съответните долни индекси са матрицата на обратните тежести и тежестната матрица на двата вида измервания.

Решаването на задачата по МНМК започва със съставянето на уравненията на поправките към измерванията:

$$V = AX + f, \tag{6}$$

където X е векторът на неизвестните, V и f са съответно вектор на поправките и свободните членове. Те се формират от векторите на поправките и свободните членове за двата инструмента [7]:

$$V = \begin{bmatrix} V_I \\ - \\ V_{II} \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} f_I \\ - \\ f_{II} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Матрицата A с коефициентите пред неизвестните и векторът на неизвестните се представят:

$$A = \begin{bmatrix} A_I \\ - \\ A_{II} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Нормалната система уравнения има вида:

$$NX + F = A^T K_{l'}^{-1} AX + A^T K_{l'}^{-1} f = 0, \tag{9}$$

където

$$N = A_I^T K_I^{-1} A_I + A_{II}^T K_{II}^{-1} A_{II}, \tag{10}$$

$$F = A_I^T K_I^{-1} f_I + A_{II}^T K_{II}^{-1} f_{II}. \tag{11}$$

След заместване на корелационната матрица (5) за нормалната система и нейните свободни членове следва [7]:

$$N = \frac{1}{m_{oI}^2} A_I^T P_I A_I + \frac{1}{m_{oII}^2} A_{II}^T P_{II} A_{II}, \tag{12}$$

$$F = \frac{1}{m_{oI}^2} A_I^T P_I f_I + \frac{1}{m_{oII}^2} A_{II}^T P_{II} f_{II}. \quad (13)$$

Подматриците A_I и A_{II} могат да имат един и същи вид, при извършване на паралелни релативни гравиметрични измервания с двата гравиметъра. В такъв случай може да се направи полагането:

$$A_I = A_{II} = \overline{A}, \quad (14)$$

от което за нормалната система следва:

$$N = \overline{A}^T \left(\frac{1}{m_{oI}^2} P_I + \frac{1}{m_{oII}^2} P_{II} \right) \overline{A}, \quad (15)$$

$$F = \overline{A}^T \left(\frac{1}{m_{oI}^2} P_I f_I + \frac{1}{m_{oII}^2} P_{II} f_{II} \right). \quad (16)$$

Стойностите на средните квадратни грешки за измерване с единица тежест могат да бъдат определени с помощта на итеративна процедурата по МНМК с помощта на следните формули [7]:

$$m_I^2 = \frac{V_I^T P_I V_I}{n_I - tr\left(K_I^{-1} \hat{K}_I\right)} = \frac{V_I^T P_I V_I}{n_I - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oI}^2} tr\left(P_I \hat{P}_I^{-1}\right)}, \quad (17)$$

$$m_{II}^2 = \frac{V_{II}^T P_{II} V_{II}}{n_{II} - tr\left(K_{II}^{-1} \hat{K}_{II}\right)} = \frac{V_{II}^T P_{II} V_{II}}{n_{II} - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oII}^2} tr\left(P_{II} \hat{P}_{II}^{-1}\right)}. \quad (18)$$

Във формули (17) и (18) n_I и n_{II} са броят на измерванията, извършени с всеки инструмент, $\hat{K}_I$ и $\hat{K}_{II}$ са корелационните матрици на изравнените стойности на измерените величини, $\hat{P}_I$ и $\hat{P}_{II}$ са съответните им тежестни матрици, $\hat{m}_o^2$ е стойността на средната квадратна грешка на измерване с тежест единица. Последната се определя от изравнението в съответствие с критерия, даден с формули (1):

$$\hat{m}_o^2 = \frac{m_{oI}^2 V_I^T \left(K_I^{-1}\right) V_I + m_{oII}^2 V_{II}^T \left(K_{II}^{-1}\right) V_{II}}{n - k}. \quad (19)$$

Стойностите на грешките m_{oI} и m_{oII}, определени по формула (18) се използват като нови априорни средни квадратни грешки на измеренията с тежест единица при следващо, ново изравнение по МНМК. Процесът се повтаря, като окончателното решение се определя итеративно. Първоначалните стойности m_{oI} и m_{oII} се избират произволно, но все пак са близки по стойност до теоретичните.

Използваната функция от [7], при решаването на задачата, е:

$$V^T K_{l'}^{-1} V = \frac{1}{m_{oI}^2} V_I^T P_I V_I + \frac{1}{m_{oII}^2} V_{II}^T P_{II} V_{II} = \min. \qquad (20)$$

Функцията (20) и функцията (3) достигат своя минимум при едни и същи стойности на неизвестните X, когато обработваните величини имат един и същ физичен смисъл, но когато величините се различават по физическата си димензия, това не е така [7].

Изводът на формули (17) и (18), представен в Приложение 4.2.А от [7], следва от прилагане на принципа на максималното правдоподобие, при допускане на хипотезата за нормално разпределение на грешките, присъстващи в измерванията.

Матричният запис на (17) и (18) може да бъде заменен със знак за сума:

$$m_I^2 = \frac{\left[p_{iI} v_{iI}^2\right]}{n_I - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oI}^2}\left[p_{iI} q_{iI}\right]} = \frac{\left[p_{iI} v_{iI}^2\right]}{n_I - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oI}^2}\left[\frac{p_{iI}}{\hat{p}_{iI}}\right]},$$

$$m_{II}^2 = \frac{\left[p_{iII} v_{iII}^2\right]}{n_{II} - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oII}^2}\left[p_{iII} q_{iII}\right]} = \frac{\left[p_{iII} v_{iII}^2\right]}{n_{II} - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oII}^2}\left[\frac{p_{iII}}{\hat{p}_{iII}}\right]}. \qquad (21)$$

Във формули (21) е заместено с тежестите p_{iI}, p_{iII} и $\hat{p}_{iI}, \hat{p}_{iII}$, съответстващи на измерените и изравнените величини, както и q_{iI} и q_{iII} – диагоналните елементи на матриците на обратните тежести $\hat{Q}_I$ и $\hat{Q}_{II}$, определени с известна стойност на средната квадратна грешка за измерване с тежест единица чрез матриците $\hat{K}_I$ и $\hat{K}_{II}$.

В Приложение 4.2.Б от [7] е доказано, че:

$$tr\left(K_I^{-1}\hat{K}_I\right) + tr\left(K_{II}^{-1}\hat{K}_{II}\right) = \kappa, \qquad (22)$$

където κ е броят на необходимите величини за решаване на задачата.
Зависимостта (22) е валидна и в случая на стандартно решение на задачата при условие (3) [4]:

$$tr\left(P\hat{Q}\right) = \kappa. \qquad (23)$$

Отношението между броя на необходимите измервания и всички измервания κ / n се нарича коефициент на определеност или на сигурност [4] на решаваната задача, като начинът на формирането му се определя от средната стойност на израза в лявата страна на формули (22) и (23).

Прилагането на стандартно решение по МНМК с използването на критерия (3) би довел, до подобно решение за средните квадратни грешки, дадени с формули (17) и (18), само че в този случай ще имат вида:

$$m_I^2 = \frac{V_I^T P_I V_I}{n_I - \frac{1}{m_{oI}^2} tr\left(P_I \hat{K}_I\right)} = \frac{V_I^T P_I V_I}{n_I - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oI}^2} tr\left(P_I \hat{P}_I\right)}, \tag{24}$$

$$m_I^2 = \frac{V_{II}^T P_{II} V_{II}}{n_{II} - \frac{1}{m_{oI}^2} tr\left(P_{II} \hat{K}_{II}\right)} = \frac{V_{II}^T P_{II} V_{II}}{n_{II} - \frac{\hat{m}_o^2}{m_{oI}^2} tr\left(P_{II} \hat{P}_{II}\right)}, \tag{25}$$

където

$$\hat{m}_o^2 = m_{oI}^2 \frac{V_I^T \left(K_I^{-1}\right) V_I + V_{II}^T \left(K_{II}^{-1}\right) V_{II}}{n-k}. \tag{26}$$

Прави впечатление, че с формули (24) и (25) двукратно се получава стойността на априорната средна квадратна грешка за измерване с тежест единица m_{oI}^2 – един път чрез поправките V_I и тежестите на първата група измервания и втори път чрез поправките V_{II}. Това определя, че при следващата итерация тежестната матрица на измерените величини трябва да приеме вида:

$$P_{l'} = \begin{bmatrix} P_I & 0 \\ 0 & P_{II} \end{bmatrix} = m_I^2 \begin{bmatrix} K_I^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{m_{II}^2}{m_I^2} K_{II}^{-1} \end{bmatrix}. \tag{27}$$

Ще бъде обърнато внимание, че тежестите P_I и P_{II} при двете решения имат различен смисъл и начин на определяне, макар и означенията им в представени формули да са идентични.

4. Изводи

Методът за определяне на отношението между средните квадратни грешки с тежест единица [7] на измервания, имащи различен физичен смисъл, има описаните предимства в [7, 9], в сравнение със стандартно използваните. Методът е базиран на решение по МНМК при спазване на критерия (1).

Подобно решение може да се извърши, но със запазване на класическия подход на решение по МНМК с търсене на минимум на функцията (3). Реализирането му се осъществява отново итеративно, чрез прилагане на предложените формули (24), (25), (26) и с използване на тежестите (27).

Двата разгледани подхода са подходящи и при обработката на измервания, имащи еднакъв физичен смисъл, но извършени с различни инструменти. Такава обработка се налага при релативните гравиметрични измервания. Предимството на нейното приложение се състои в това, че обичайният процес на предварителната оценка на точността може да бъде включен като част от процеса на самото изравнение, което го прави по-лесен за алгоритмизация. Освен това, при изчислението на априорните ср. кв. грешки на измерване с тежест единица по формули (17) и (18) или (24) и (25) се включват едновременно всички геометрични условия на задачата за разлика от определянето им с предварителната оценка на точността. Лесно към схемата на решение би могъл да се добави и глобалният тест на поправките, който окончателно да потвърди адекватността на получените резултати при определяне на стойността на априорните средни квадратни грешки. За получаването на коректно цялостно решение е необходимо и извършването на локални тестове на поправките за отстраняване на измервания, съдържащи недопустими или груби грешки. Недостатък все пак се явява фактът, че поправките на практика не са истински грешки и изчисленията могат да доведат до занижени стойности за априорните средни квадратни грешки, но доверителните интервали за тяхното допустимо отклонение биха могли да бъдат теоретично обосновани.

Решението, дадено от [7], както и описаният втори вариант тук са подходящи и при извършване на предварителна оценка на точността при планиране на различни по вид измервания за решаването на прецизни инженерно-геодезически задачи [1]. Точността и надеждността на получените резултати зависи от подходящия избор и обосновка на програмата на измерване.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Angelov, A.* Geodetic Methods for Studying Deformation Processes in High Buildings and Engineering Structures. ISBN: 978-619-90832-1-5, UACEG, Sofia, 2017.

2. *Božanov, E., Vučkov, I.* Statistical Solutions in Production and Research. State Publishing House "Technika", Sofia, 1979.

3. *Caspary, W. E.* Concept of Network and Deformation Analysis, School of Geomatic Engineering. Monograph 11, Third Impression, University of New South Wales, Sydney, 2000.

4. *Kostadinov, K., Valchinov, V.* Mathematical Processing of Geodetic Measurements. UACEG, Sofia, 2012.

5. *Lambeva, T.* Robust Statistical Estimation of Relative Gravimetric Networks, Thesis, UACEG, Sofia, 2015.

6. *Lederer, M.* (2009). Accuracy of the Relative Gravity Measurement, Acta Geodyn. Geomater., Vol. 6, No. 3 (155), p. 383-390.

7. *Nejman, Ju. M.* K voprosu o matematičeskoj obrabotke raznorodnyh izmerenij, Izvestija vysših učebnyh zavedenij, Geodezija i aèrofotos″emka, №2, 2008, ISSN 0536-101X, MIIGAiK, Moskva, s. 7-21.

8. *Stojnov, V., Peneva, E.* Physical Geodesy. Textbook, UACEG, Sofia, 2002.

9. *Zubarev, A. È.* Čislennyj èksperiment s matematičeskoj obrabotkoj raznorodnyh izmerenij, Izvestija vysših učebnyh zavedenij, Geodezija i aèrofotos″emka, №2, 2010, ISSN 0536-101X, MIIGAiK, Moskva, s. 28-33.

STOCHASTIC MODEL IN THE ESTIMATION OF RELATIVE GRAVIMETRIC MEASUREMENTS

T. Lambeva[1]

Keywords: *stochastic model in least squares estimation, relative gravimetric measurements, a-priory rms*

ABSTRACT

The paper considers the general principles in the formation of the mathematical model of the relative gravimetric measurements. Some reasons that could lead to peculiarities of their stochastic model are presented. The possibility for application of the method proposed by [7] is analysed in detail. It allows of establishing the relationship between the root mean square errors with unit weight. The method provides a robust statistical solution based on the principle of maximum likelihood, as well as the possibility to include part of the preliminary estimation stage in the LSE process. The possibility to apply the method [7] in the standard LSE solution scheme is presented. The use of both solutions is appropriate for the processing and estimation of relative gravimetric measurements obtained from two or more gravimeters.

[1] Tatyana Lambeva, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. "Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: lambeva_fgs@uacg.bg