

Получена: 22.12.2017 г.

Приета: 28.05.2018 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОДА НА КОЛОКАЦИЯТА ЗА ИЗВЕЖДАНЕ НА ЛОКАЛЕН МОДЕЛ НА ГЕОИДА ЗА ЧАСТ ОТ ТЕРИТОРИЯТА НА Р МАКЕДОНИЯ

Е. Пенева¹, С. Паталов²

Ключови думи: гравитационно поле, геоид, ГГМ (Глобални геопотенциални модели), (GPS)ГПС/нивелация, колокация по МНМК

РЕЗЮМЕ

Приложен е методът на колокацията по МНМК за получаване на прецизен модел на геоида за района на град Скопие, Македония. Моделът обхваща територия с размери 18' по географска ширина и 20' по географска дължина. За получаване на модела на геоида са използвани стойности за силата на тежестта за 41 точки от нивелачната мрежа, стойности за силата на тежестта за 45 точки (разположени в план – квадратна мрежа на разстояние 5 – 6 km), данни за топографски модел за района от общодостъпния DEM модел – ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer) GDEM V2 (Global Digital Elevation Model Version 2) и EGM2008. За изследваната територия е съставена мрежа от 961 точки, за които с прилагане на метода на колокацията са изчислени изравнените стойности за ондулацията на геоида. Изчисленията са извършени със софтуерния пакет GRAVSOFТ на DTU (Danmarks Tekniske Universitet). Резултатите показват много добро сходство между стойностите от колокацията по МНМК и глобалните геопотенциални модели (стандартното отклонение с EGM2008 е 1,6 cm, а с EIGEN6с4 е 2,7 cm) и по-големи разлики с GPS/нивелацията (стандартно отклонение 39 cm).

¹ Елена Пенева, проф. д-р, кат. „Висша геодезия“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: Peneva_el@yahoo.com

² Стоян Паталов, инж., кат. „Висша геодезия“, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: stoqn.patalov@abv.bg

1. Въведение

Един от най-добрите методи за получаване на прецизен локален модел на геоида е методът на колокацията по МНМК, като именно това обуславя широкото му приложение за целите на физическата геодезия.

Методът е основа на изчисленията за редица регионални модели, които представляват континентални или по-големи географски области. Най-широкото приложение на метода на колокацията е за извеждане на локални модели на геоида, които от своя страна могат условно да се разделят на държавни модели (вж. [16, 17]) и модели за големи градове, вж. [18, 19].

В настоящия доклад е разгледано приложението на метода на колокацията по МНМК за определяне на локален модел на геоида за гр. Скопие (Македония). Изследваната територия се намира между $41^{\circ} 51'$ и $42^{\circ} 09'$ географска ширина и $21^{\circ} 20'$ и $21^{\circ} 40'$ географска дължина, вж. фиг. 1. В изчислението са включени различни данни: изчислени аномалии на силата на тежестта, чисти аномалии, глобален геопотенциален модел и топографски модел.



Фиг. 1. Разположение на изследваната територия

За извеждане на модел на геоида за изследваната територия е съставена мрежа от точки през 0,6 дъгови минути (приблизително 1100 m), в които с прилагане на метода на колокацията да се изчислят изравнените стойности за ондулацията на геоида, като общият брой на точките е 961. Също така са изчислени стойности за височина на геоида в точките, в които е извършена GPS/нивелация (41 точки). Изчисленията са извършени със софтуерния пакет GRAVSOFT на DTU.

За оценка на точността на изравнените стойности за ондулацията на геоида получените резултати са сравнени с данните за GPS/нивелация и височини на геоида от моделите EGM2008, EIGEN6c4 и EGG2015.

Основните стъпки в извършените изчисления са:

- Прилагане на метода Remove-Restore за получаване на остатъчни данни, което се състои в първия етап (стъпка Remove) – премахване на дълговълновия ефект от глобален геопотенциален модел (развитие в ред от сферични хармоники) и на късовълновия ефект от топографските маси.

- Изчисление на емпирична ковариационна функция за остатъчните данни за изследваната територия.
- Получаване на аналитичен израз за емпиричната функция.
- Избор на допълнителни измервания, които да бъдат включени в изчислението и проверка за наличие на груби грешки.
- Прогнозиране на стойностите на височината на геоида в необходимите точки за остатъчните данни.
- Възвръщане на влиянието на глобалния геопотенциален модел и топографията (стъпка Restore).

2. Използвани данни за прилагане на метода на колокацията

2.1. Геодезически измервания

За получаване на модел на геоида са използвани геодезически измервания, които могат да бъдат разделени в две основни групи.

Първата група (41 точки) е свързана с измерените в района нивелачни линии от Държавната нивелачна мрежа на Р Македония, както и стойности на силата на тежестта за реперите от тях. По линията на нивелачните ходове са извършени и GPS измервания. Наличните измервания са ползвани за изчисляване на аномалиите на силата на тежестта.

Втората група (45 точки) са мрежа от точки през приблизително разстояние 5 km – 6 km, в които са извършени гравиметрични и GPS измервания, като впоследствие за тях са изчислени чистите аномалии.

Използвани са ортометричните височини на точките от нивелачните линии и извършените GPS измервания, за изчисляване на стойности за височина на геоида (GPS/нивелация) за оценка на получените резултати.

2.2. Глобални геопотенциални модели EGM2008, EIGEN6c4. Европейски регионален модел на геоида EGG2015

За изчислението на модел на геоида по метода на колокацията по МНМК е използвано развитието в ред от сферични хармоники на глобален геопотенциален модел EGM2008, до степен 2160, свободен за ползване, предоставен от U.S. NGA (United States National Geospatial-Intelligence Agency).

EGM2008 е модел от сферични хармоники на земния потенциал, получен чрез комбинация на ITG-GRACE03S геопотенциален модел и свързаната с него ковариационна матрица на грешките, заедно с гравиметрична информация, получена от глобален набор от средни за района аномалии „свободен въздух“, разположени в мрежа с разстояние 5×5 дъгови минути ($1' \approx 1852$ m, $5' \approx 9260$ m).

EGM2008 е развит до степен и ред 2159 и съдържа допълнителни коефициенти до степен 2190 и ред 2159. В сравнение с EGM96, моделът на геоида EGM2008 е много по-представителен – коефициентите, които могат да се получат от развитието на модела, са 4,7 милиона (EGM96 съдържа 130 000 коефициента – степен 360).

Глобалният геопотенциален модел EIGEN6с4 и Европейският регионалният модел на геоида EGG2015, вж. [3, 4, 9], са използвани за сравнение и оценка на получените резултати от колокацията по МНМК.

2.3. Топографски модел

При изчисленията е използван общодостъпният DEM модел – ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer) GDEM V2 (Global Digital Elevation Model Version 2). Моделът е публикуван на 17 октомври 2011 г. от МЕТИ (Ministry of Economy, Trade and Industry) – Япония и NASA (National Aeronautics and Space Administration) – САЩ.

Подобреният модел GDEM V2 включва 260 000 допълнителни стерео-двойки към предходния GDEM V1, което подобрява покритието на модела. Подобреният алгоритъм позволява по-висока пространствена разделителна способност и увеличена хоризонтална и вертикална точност. Моделът е с пределна гъстота на мрежата от 30 m × 30 m.

С помощта на софтуера Global Mapper 16 са генерирани три файла с различна гъстота на мрежата: през 50 m, 300 m и 600 m.

3. Моделиране на геоида с програмен продукт GRAVSOFТ

Изчисленията, свързани с моделирането на геоида, са извършени с програмния продукт GRAVSOFТ, като е използван съвременният интерфейс на програмите, чрез платформата на Python.

3.1. Метод Remove-Restore

За премахване на влиянието на глобалния геопотенциален модел и топографските маси над геоида е използван методът Remove-Restore, вж. [2, 6]:

$$\Delta g^{res} = \Delta g - \Delta g^{EGM08} - \Delta g^{TC} . \quad (1)$$

$$\delta g^{res} = \delta g - \delta g^{EGM08} - \delta g^{TC} . \quad (2)$$

За генериране на данни за прилагане на стъпка Remove са използвани програмите GEOEGM (Δg^{EGM08} , δg^{EGM08}) и TC (Terrain Correction) (Δg^{TC} , δg^{TC}). Тя е изпълнена за изчислените аномалии на силата на тежестта и чистите аномалии.

Следва да бъде обърнато внимание на сравнението между прогнозираните и наблюдаваните величини в изходния файл на програмата. Средната стойност е намалела от 6 на 2,68 mGal. Стандартното отклонение след отчитане на влиянието на EGM2008 е 10,67 mGal, а преди изравнението е 19,95 mGal.

За нанасяне на теренната корекция са използвани трите файла с различна гъстота (през 50, 300 и 600 m). Избрана е теренна редукция RTM (Residual Terrain Model), вж. [5].

Резултатите от теренната корекция показват много добро сходство между измерените ортометрични височини и тези от DEM модела: стандартното отклонение е 5 m, като максималната разлика е 15 m (точността, зададена за модела е 25 m).

3.2. Емпирична ковариационна функция

Ковариационната функция за смущаващия потенциал, използвана при LSC, има вида, вж. [10]:

$$COV(P, Q) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int T(P)T(Q) da \cos\varphi d\varphi d\lambda, \quad (3)$$

където α е азимута между т. P и Q , φ и λ са геодезическите географски координати на т. P , а с $T(P)$, $T(Q)$ са означени функциите за смущаващия потенциал за т. P и Q . Този израз е глобален и зависи само от радиус векторите r и r' на P и Q и сферичното разстояние между тях.

За практически цели е нужно тази функция да бъде изчислена за локална област, като се вземе сума от произведения на данните, групирани според интервал i на сферичното разстояние:

$$\psi_i - \frac{\Delta\psi}{2} \leq \psi < \psi_i + \frac{\Delta\psi}{2}, \quad (4)$$

където $\Delta\psi$ е дължина на интервала или т. нар. „примерен размер на интервала“. Нужно е да бъде отбелязано, че два интервала могат да бъдат обединени и новата дължина да стане двойна.

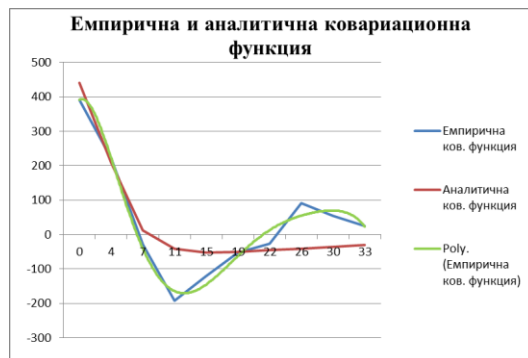
На практика, емпиричната ковариационна функция може да бъде изчислена за някои от производните величини на смущаващия потенциал, например аномалията на силата на тежестта. При среден земен радиус (R) за ковариационната функция ($COV(\Delta g(P), \Delta g(Q))$) се получава:

$$COV(\Delta g(P), \Delta g(Q)) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{R}\right)^2 \sigma_n \left(\frac{R^2}{rr'}\right) P_i(\cos\psi), \quad (5)$$

където r и r' са радиус вектори на т. P и Q , σ_n са вариации на степента и $P_i(\cos\psi)$ е полином на Лъожандр.

Тези изчисления са извършени в програмата EMPCOV, като функцията е изчислена за няколко различни интервала. След направени предварителни изследвания е установено, че най-добри резултати са получени при примерен размер на интервала 2 дъгови минути (≈ 3700 m) и тези резултати са използвани в последващите изчисления.

Получената емпирична и аналитична ковариационна функция е представена на фиг. 2.



Фиг. 2. Емпирична и аналитична ковариационна функция

3.3. Аналитична ковариационна функция

От изведената формула (5) ясно се вижда, че за определянето на ковариационната функция е необходимо изчисляването на безкрайно много величини. Решението на този проблем е използването на т.нар. модел на вариации на степента (σ_n) (degree variance model), т.е. функционална зависимост между степента и вариация на степента.

За тази цел е използвана програмата COVFIT, като могат да бъдат използвани три различни модела (1, 2 и 3). Основната разлика между тях е къде вариациите на степента се нулират: при n^{-2} , n^{-3} или n^{-4} . Най-добрият модел според **Tscherning** е от тип 2, който е ползван при изчисленията:

$$\sigma_n = \frac{A}{(n-1)(n-2)(n-B)} \left(\frac{R_B}{R} \right)^2, \quad (6)$$

където R_B е радиусът на сферата на **Bjerhammer**, A и B са константи, σ_n са вариациите на степента.

3.4. Прогнозиране на стойности за височината на геоида за района на Скопие

Необходимите данни за прилагане на метода на колокацията са остатъчни данни и ковариационен модел. Следващата стъпка е определяне на нормалните уравнения, тяхното решение и изчисление на търсените величини и оценка на точността.

Изчисленията са извършени с програма GEOCOL. В нея са използвани целият набор от измервания (аномалии на силата на тежестта и чисти аномалии), получените аналитични стойности за трите параметъра от модела на вариациите на степента и данни за глобалния геопотенциален модел.

Програмата се прилага итеративно с цел елиминиране на евентуалното наличие на груби грешки.

За да бъдат коректни измерванията, е необходимо всички разлики между прогнозираните и измерените стойности да бъдат по-малки от 4 пъти от оценката на точността (зададено изискване в програмата), вж. [10].

Последната стъпка в програмата е съставяне на нормалните уравнения и решаването им, с цел получаване на ондулациите на геоида. Направена е и оценка на точността на получените резултати.

Получените резултати са изчислени от остатъчните данни, след премахване на влиянието на глобалния геопотенциален модел и теренния модел. Следва същите тези влияния да бъдат възвърнати към измерванията. Отново са използвани програмите GEOEGM и TC, като изчислените корекции са нанесени с обратен знак.

4. Сравнение на получените резултати

4.1. Сравнение на резултати от колокацията по МНМК (961 точки) с глобални геопотенциални модели

Полученият локален модел на геоида от колокацията по МНМК, представен с изчислени стойности за височината на геоида за 961 точки, е сравнен с данни от двата най-представителни до момента глобални геопотенциални модела – EGM2008, EIGEN6c4. За

всички 961 точки, в които са изчислени височини на геоида по метода на колокацията, са интерполирани данни от глобалните модели. С помощта на методите на математическата статистика са изчислени разликите между получените ондулации, математическото очакване и стандартното отклонение σ , вж. [1].

Резултатите показват много добро сходство между стойностите от колокацията по МНМК (LSC) и глобалните геопотенциални модели. Максималната получена разлика във височината на геоида между LSC и EGM2008 е 9,6 cm, математическото очакване на разликите е 5,2 cm, а стандартното отклонение е 1,6 cm. При използване на глобален модел EIGEN6c4 резултатите са почти аналогични, като стандартното отклонение е 2,7 cm, вж. табл. 1. Резултатите от EGM2008 се вписват по-добре с LSC, от тези от EIGEN6c4.

Таблица 1. Сравнение на височината на геоида от LSC и ГГМ (EGM2008 и EIGEN6c4)

№	N^{res} [m]	ϵ_{xx} [m]	ΔN^{EGM08} [m]	ΔN^{TC} [m]	N^{LSC} [m]	$N^{EGM2008}$ [m]	$N^{EIGEN6c4}$ [m]	$\frac{N^{LSC}}{N^{EGM2008}}$	$\frac{N^{LSC}}{N^{EIGEN6c4}}$
min	44,26	0,03	-0,26	-0,05	44,34	44,31	44,27	-0,025	-0,013
max	45,60	0,06	0,29	-0,02	45,55	45,52	45,52	0,096	0,113
max-min	1,34	0,03	0,55	0,03	1,21	1,22	1,25	0,120	0,126
average	44,68	0,04	-0,01	-0,04	44,72	44,67	44,66	0,052	0,065
sigma							$\sigma =$	0,016	0,027

Също така са сравнени и височините на геоида, получени от LSC и ГГМ в точките с измерена GPS-нивелация, като резултатите са аналогични и са представени в табл. 2.

Таблица 2. Сравнение на LSC (41 точки) с ГГМ

Сравнение между LSC и EGM2008				Сравнение между LSC и EIGEN6c4			
	ΔN_1 [m]	v_i	v_i^2		ΔN_2 [m]	v_j	v_j^2
min	0,026	-0,022	0,000	min	-0,019	-0,072	0,000
max	0,108	0,061	0,004	max	0,105	0,052	0,005
max-min	0,083	0,083	0,004	max-min	0,124	0,124	0,005
average	0,047	0,000	0,000	average	0,053	0,000	0,001
$\sigma =$	0,016			$\sigma =$	0,032		

Извършените прогнозираня за точките с измерена GPS/нивелация позволяват да бъдат направени допълнителни сравнения и анализи. Освен сравнение с глобалните геопотенциални модели, резултатите (за 41 точки) са сравнени и с GPS/нивелация и интерполирани данни от Европейския регионален модел на геоида EGG2015.

4.2. Сравнение на резултати от колокацията по МНМК (41 точки с измерена GPS/нивелация) с регионален модел на геоида EGG2015

За 41 точки от прецизната нивелачна мрежа са интерполирани и стойности за височината на геоида от Европейския гравиметричен модел на геоида EGG2015, които са използвани за оценка на точността.

При сравнението на изчислените височини на геоида от GRAVSOFT и ондулациите от EGG2015 се наблюдава приблизително константна разлика от 0,40 m между двата модела. Резултатите от изчисленията са дадени в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение между LSC и EGG2015			
	ΔN_3 [m]	v	v^2
min	-0,475	-0,100	0,000
max	-0,303	0,072	0,010
max-min	0,172	0,172	0,010
average	-0,375	0,000	0,003
$\sigma =$	0,055		

Този резултат се дължи на параметрите, използвани за изчислението на височините на EGG геоида. Наличието на систематична грешка се вижда и от факта, че разликите са с един и същ знак, а стандартното отклонение на разликите е 5,5 cm.

4.3. Сравнение на резултати от колокацията по МНМК (41 точки с измерена GPS-нивелация) с GPS-нивелация

Сравнението на изравнените стойности на височината на геоида от LSC с GPS-нивелация показват наличието на големи разлики в точките, вж. табл. 4. Стойностите са от различен порядък и с различен знак, което отхвърля възможността за систематична грешка. Поради големите отклонения е направен допълнителен анализ за евентуалните причини за получаваните разлики.

Таблица 4

Сравнение между LSC и GPS/нивелация			
	ΔN_4 [m]	v	v^2
min	-0,370	-0,486	0,014
max	1,092	0,976	0,952
max-min	1,462	1,462	0,938
average	0,116	0,000	0,147
$\sigma =$	0,388		

5. Анализ на данни по нивелачни линии за района (41 точки)

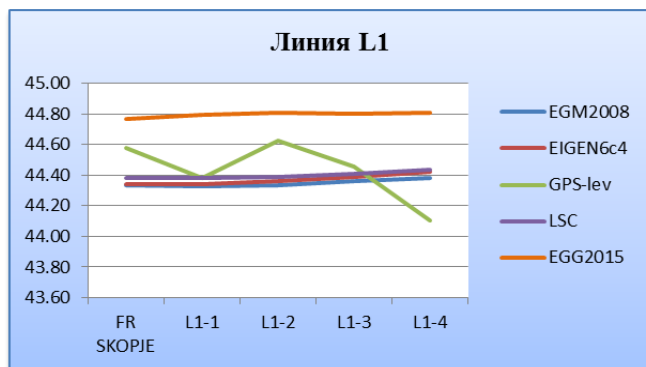
Поради факта, че са получени големи разлики при сравнението на височините на геоида, получени от LSC, GPS-нивелацията и EGG2015, са направени допълнителни анализи, с цел установяването на груби грешки.

Извършен е допълнителен анализ на данните чрез разглеждане на резултатите по нивелачни линии. Дефинирани са пет на брой нивелачни линии (V2, L1, L2, L14, L17),

като четири от тях започват от изходната точка за Република Македония – FR SKOPJE, а линия L14 изхожда от репер N2 (Първокласната нивелачна мрежа на Р Македония).

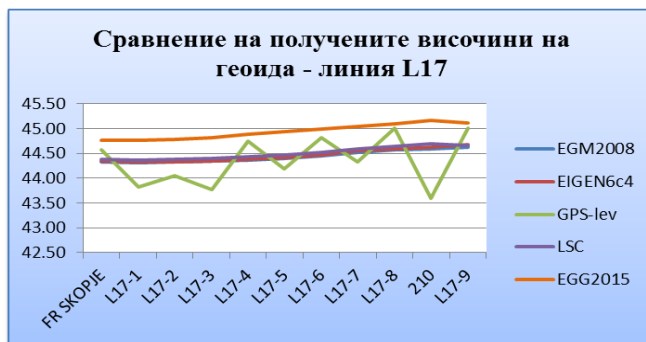
Съставени са графики с изчислените височини на геоида от LSC, GPS-нивелация и интерполираните данни от глобалните геопотенциални модели (EGM2008, EIGEN6c4) и Европейския регионален модел на геоида.

На фиг. 3 е представен анализ на височините на геоида за линия L1, където лесно може да се отчете константното отместване на стойностите за ондулацията при EGG2015 и се потвърждава наличието на систематична грешка.



Фиг. 3. Изчислени височини на геоида за нивелачна линия L1

Сравнението на изравнените стойности на височината на геоида от LSC, както и ГГМ, с GPS-нивелацията потвърждават твърденията за наличие на груби грешки в измерванията. При стойностите от ГГМ и LSC, гравитационното поле приема сравнително загладена форма, без наличието на резки промени в стойностите на височината на геоида. Различният знак на стойностите за данните от GPS-нивелация дава причината за големи скокове в графиката, в които може да се предположи наличието на груби грешки, вж. фиг. 4.



Фиг. 4. Изчислени височини на геоида за нивелачна линия L17

От нивелачна линия L14 може да се твърди, че точките с много по-малки стойности за височината на геоида са грешни, поради причината, че не следват тенденцията на останалите точки, вж. фиг. 5.



Фиг. 5. Изчислени височини на геоида за нивелачна линия L14

6. Изводи и заключение

На базата на извършеното практическото прилагане на метода на колокацията по МНМК за моделиране на геоида, направените изчисления и анализи, могат да се направят следните изводи:

- Методът на колокацията по МНМК дава много добри резултати при определяне на локален модел на геоида, като сходството с най-представителните глобални геопотенциални модели е много добро (сравнение на 961 интерполирани точки за района на изчисление).
- При сравнението на резултатите от LSC и интерполираните данни от ГГМ (EGM2008 и EIGEN6c4) с извършената GPS/нивелация в 41 точки, в района на Скопие, се предполага наличие на груби грешки в резултатите от GPS/нивелацията.
- Анализирането на получените резултати от GPS/нивелацията чрез разглеждането им по нивелачни линии, дава предпоставка за по-точно локализиране на грешки в измерванията и изходните данни.

Заключение

Наличието на прецизни гравиметрични, GPS и нивелачни измервания, съчетаването им с глобален геопотенциален модел (развит в ред от сферични хармоники) и ползването на представителен топографски модел е необходимата предпоставка за получаване на коректен прецизен локален модел на геоида.

Методът на колокацията по МНМК е най-подходящият за извеждане на прецизен локален модел на геоида при изпълнение на горните условия и предполага получаването на максимално висока точност (1 cm – 2 cm).

Благодарности

Авторите изказват своята благодарност на Агенцията по кадастър на Р Македония за предоставените данни за изследването.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Костадинов, К., Вълчинов, В.* Математическа обработка на геодезически измервания. УАСГ, 2012.
2. *Стойнов, В., Пенева, Е.* Физическа геодезия, УАСГ, 2002.
3. *Denker, H. et al.* The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07. In: Sideris M. G. (eds) Observing our Changing Earth. International Association of Geodesy Symposia, Vol. 133. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009.
4. *Denker, H., J. P. Barriot, R. Barzaghi, R. Forsberg, J. Ihde, A. Kenyeres, U. Marti, I. N. Tziavos.* Status of the European Gravity and Geoid Project EGGP. IAG Symposia 129:125-130, Springer Verlag, 2005.
5. *Forsberg, R.* A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling. The Ohio State University, 1984.
6. *Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H.* Physical geodesy. Springer Verlag, 2005.
7. *Moritz, H.* Advanced least-squares methods. The Ohio State University, 1972.
8. *Moritz, H.* Advanced physical geodesy. The Ohio State University, 1980.
9. *Pavlis, N. K.* Earth Gravitational Model Advances. GEOINT Sciences. Pathfinder NGA, November/December 2008, Vol. 6, No. 6, c. 11-13, 2008.
10. *Sanso, F., Sideris, M.* Geoid determination – Theory and methods, c. 253-256, c. 311-329, Springer Verlag, 2013.
11. *Torge, W.* Physical geodesy. c. 214-303, Walter de Gruyter, 2001.
12. *Tscherning, C. C., Albertella, A., Sanso, F., Rapp, R. H., Pavlis, N. K., Forsberg, R., Sideris, M. G.* International school for the determination and use of the geoid. International Geoid Service, 1997.
13. *Featherstone, W. E.* The AUSGeoid09 model of the Australian Height Datum, Journal of Geodesy – Volume 85, Springer Verlag, c. 133–150, 2011.
14. *Pail, R., Kuhnreiter, N., Wiesenhofer, B., Hofmann-Wellenhof, B.* The Austrian Geoid 2007, Vermessung & Geoinformation, c. 3-14, 2008.
15. *Guimaraes, G.* A geoid model in the state of Sao Paulo. IGFS 2014, Springer Verlag, c. 139-145, 2014.
16. *Lyszkowicz, A.* Quasigeoid for the area of Poland computed by LSC. Techn. Sc., No 13, 2010.
17. *Lyszkowicz, A., Birylo, M., Becek.* A new geoid for Brunei Darussalam by LSC. Geodesy and Cartography, Vol. 63, No 2, c. 183-198, 2014.
18. *Erol, B., Celik, R. N.* Precise local geoid determination to make GPS technique more effective in practical applications of geodesy, FIG Working Week 2004, Greece, 2004.
19. *Doganalip, S.* 2015, Geoid height computation in strip-area projects by using LSC. Acta Geodyn. Geomater., Vol. 13, No. 2 (182), c. 167–176, 2016.
20. *Tscherning, C. C.* Geoid modeling using collocation in Scandinavia and Greenland, Crane, Russak & Company, Inc., 1985.
21. *Forsberg, R., Tscherning, C. C., Knudsen, P.* An overview manual for the GRAVSOFT, DRAFT, 2003.

LEAST SQUARES COLLOCATION METHOD APPLICATION FOR DEFINING A LOCAL GEOID MODEL FOR PART OF THE TERRITORY OF THE REPUBLIC OF MACEDONIA

E. Peneva¹, S. Patalov²

Keywords: gravity field, geoid, collocation, GGM, GPS/levelling, LSC

ABSTRACT

In this paper the Least Squares Collocation (LSC) method is applied to obtain a precise model of the geoid for the region of Skopje, Macedonia. The model covers an area of 18' latitude and 20' longitude. To obtain the geoid model, gravity values for 41 points of the leveling network are used, also gravity values for 45 points located in a plan-square network at a distance of 5 – 6 km, data for a topographic model for the area from the public DEM model – ASTER (Advanced Space borne Thermal Emission and Reflection Radiometer) GDEM V2 (Global Digital Elevation Model Version 2) and global gravity field model EGM2008. A net of 961 points is compiled for the surveyed territory. By applying the LSC method, adjusted values for geoid undulation are calculated. The calculations are made with the software package GRAVSOFIT. The results show very good similarity between collocation values and global geopotential models (the standard deviation with EGM2008 is 1,6 cm, and with EIGEN6c4 is 2,7 cm) and bigger differences with GPS/leveling (the standard deviation is 39 cm).

¹ Elena Peneva, Prof. Dr. Eng., Dept. "Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnenki Blvd., Sofia 1046, e-mail: Peneva_el@yahoo.com

² Stoyan Patalov, Eng., Dept. "Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnenki Blvd., Sofia 1046, e-mail: stoqn.patalov@abv.bg