ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ
СОФИЯ

Том Volume 51 | 2018 | Брой Issue 2

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY
SOFIA

Получена: 11.10.2017 г.
Приета: 20.10.2017 г.

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА КРИТИЧНАТА СКОРОСТ НА ФЛУИД, ПРОТИЧАЩ В ЕДНОСЛОЙНА ВЪГЛЕРОДНА НАНОТРЪБА, ВГРАДЕНА В ПОЛИМЕРНА МАТРИЦА

Д. Лолов[1], Св. Лилкова-Маркова[2]

Ключови думи: *нанотръба, флуид, критична скорост, еластична основа*

РЕЗЮМЕ

На базата на Ойлеровия гредови модел е изследвана динамичната устойчивост на еднослойна въглеродна нанотръба. Тръбата е ставно подпряна в двата си края. Числени резултати са получени при решения с три вида флуид. Чрез въвеждане на Винклерова еластична основа е отчетена коравината на полимера на матрицата, в която е вградена нанотръбата. Критичната скорост на всеки от изследваните флуиди е определена при различни коравини на тази основа.

1. Въведение

Карбоновите нанотръби имат широко приложение в нанотехнологията като нанотръби, провеждащи флуид, а също като наносензори и нанорезонатори.

В [1] са отразени различни подходи за изследване на динамичната устойчивост на тръби с протичащ флуид. Показано е влиянието на отделни параметри на системата „тръба-флуид“ върху критичната скорост на флуида (скоростта на транспортирането му, при която системата губи устойчивост). Изследвано е влиянието на Винклерова еластична основа, на ротационна основа и на основа на Пастернак (комбинация от първите две) върху устойчивостта на системата.

[1] Димитър Лолов, доц. д-р инж., кат. „Техническа механика”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: dmsl1@abv.bg

[2] Светлана Лилкова-Маркова, проф. д-р инж., кат. „Техническа механика”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: lilkovasvetlana@gmail.com

Изследванията показват, че методиката, описана в [1], за изследване на динамичната устойчивост на тръби, успешно може да се използва и при устойчивостта на нанотръби, провеждащи флуид.

В [2] е изследвано влиянието на протичащия флуид върху трептенията и устойчивостта на въглеродна нанотръба. Получените резултати показват, че провежданият флуид оказва съществено влияние върху кръговите честоти на трептене на тръбата, а критичната му скорост при флатерна загуба на устойчивост на системата попада в границите на скоростите, приложими в практиката за транспортиране на флуиди с нанотръби. От друга страна, в изследването се установява, че наличието на еластична среда (като полимерна матрица) има стабилизиращ ефект върху системата.

В [3] е изследвана динамичната устойчивост на въглеродни нанотръби с протичащ флуид. При различни скорости на флуида са определени кръговите честоти на трептене на нанотръбата. За решаване на диференциалното уравнение за функцията на напречните премествания на точките от оста на тръбата е приложен диференциално квадратичният метод. Числените резултати показват, че при по-високи скорости на флуида се наблюдава загуба на устойчивост с флатер.

В [4] са изследвани нелинейните свободни трептения на еднослойни и на двуслойни въглеродни нанотръби, вградени в полимерна матрица. Приложен е класическият нелинеен еластичен модел. Числените резултати показват голям ефект на еластичната основа върху напречните трептения на тръбата – кръговите честоти на свободните трептения на въглеродните нанотръби нарастват с увеличаване на коравината на еластичната основа.

В настоящата статия е изследвано влиянието на коравината на полимера на матрицата, в който е вградена еднослойна нанотръба върху критичната скорост на транспортирания флуид.

2. Описание на методиката

Еднослойна въглеродна нанотръба се изследва на динамична устойчивост като се прилага непрекъснатият еластично-гредови модел на Ойлер. Този модел е изключително прост и надежден за такъв тип изследвания. Експериментите в областта на устойчивостта на въглеродни нанотръби доказват ефективността на модела на Ойлер [2].

Диференциалното уравнение, описващо напречните трептения на нанотръбата с дължина L, коравина на огъване EI, провеждаща флуид със скорост V, има следния вид:

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+m_f V^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2m_f V\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial t}+\left(m_f+m_p\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+k_w w=0\,, \tag{1}$$

където с m_f и m_p са означени съответно масата на флуида за единица дължина от тръбата и масата на тръбата за единица дължина; x е осовата координата по оста на тръбата, а t е времето. С $w(x,t)$ е означена функцията на напречните на оста на тръбата премествания; k_w е Винклеровата константа на еластичната основа, моделираща полимерната матрица.

За тръба със статическа схема „проста греда“ в двата ѝ края са в сила следните гранични условия:

$$w(0,t) = w(L,t) = 0; \quad \left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right]_{x=0} = \left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right]_{x=L} = 0. \tag{2}$$

Решението на диференциалното уравнение (1) се търси в следния вид:

$$w(x,t) = C\, e^{\lambda\, x}\, e^{\omega\, t}\,, \tag{3}$$

където C е константа, а ω е комплексната кръгова честота.

След заместване на израза от (3) в (1) и преобразувания се получава следното характеристично уравнение:

$$EI\,\lambda^4 + m_f V^2 \lambda^2 + 2 m_f V \omega\, \lambda + \left(m_f + m_p\right)\omega^2 + k_w = 0\,. \tag{4}$$

От това уравнение се получават четири комплексни корена λ_n във функция на кръговата честота ω. Решението на диференциалното уравнение (1) е:

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{4} C_n\, e^{\lambda_n\, x}\, e^{i\,\omega\, t}\,. \tag{5}$$

Този израз се замества в граничните условия (2) и след преобразувания се получават четири уравнения с неизвестни константи C_n , n = 1, 2, 3, 4.

$$w(0,t) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0\,; \tag{6}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right]_{x=0} = 0 \quad \rightarrow \quad C_1\lambda_1^2 + C_2\lambda_2^2 + C_3\lambda_3^2 + C_4\lambda_4^2 = 0\,; \tag{7}$$

$$w(L,t) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 e^{\lambda_1 L} + C_2\, e^{\lambda_2 L} + C_3\, e^{\lambda_3 L} + C_4\, e^{\lambda_4 L} = 0\,; \tag{8}$$

$$\left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right]_{x=L} = 0 \quad \rightarrow \quad C_1\lambda_1^2 e^{\lambda_1 L} + C_2\lambda_2^2 e^{\lambda_2 L} + C_3\lambda_3^2 e^{\lambda_3 L} + C_4\lambda_4^2 e^{\lambda_4 L} = 0\,. \tag{9}$$

Зависимости (6), (7), (8) и (9) могат да бъдат записани в матричен вид по следния начин:

$$\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 & \lambda_4^2 \\ e^{\lambda_1 L} & e^{\lambda_2 L} & e^{\lambda_3 L} & e^{\lambda_4 L} \\ \lambda_1^2 e^{\lambda_1 L} & \lambda_2^2 e^{\lambda_2 L} & \lambda_3^2 e^{\lambda_3 L} & \lambda_4^2 e^{\lambda_4 L} \end{vmatrix}}_{D(\omega)} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = 0\,. \tag{10}$$

Тази система уравнения има ненулево решение, когато детерминантата на матрицата $D(\omega)$ пред вектора с неизвестните константи C_n , n = 1, 2, 3, 4 е равна на нула.

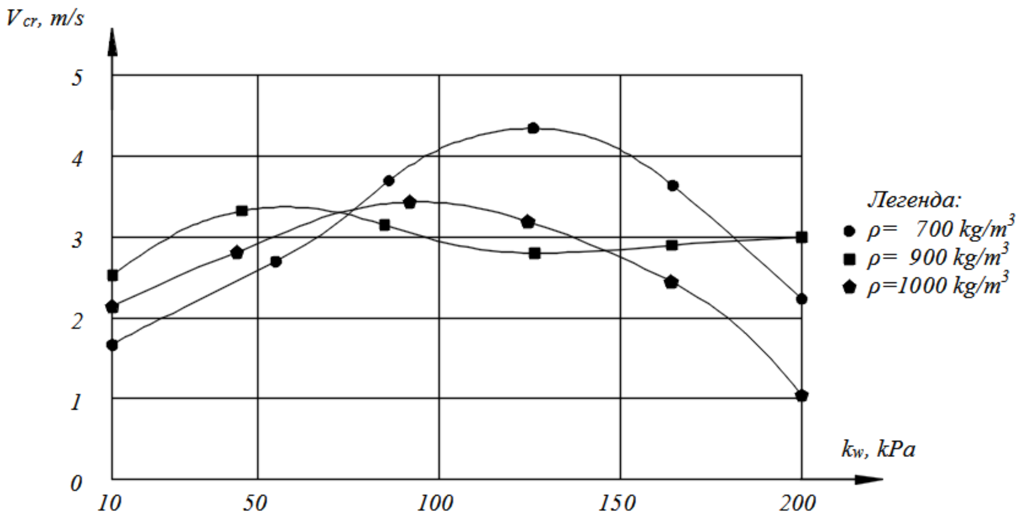
Това уравнение има безброй корени за Ω. За конкретна стойност на Ω функцията на напречните премествания $\eta(\xi,\tau)$ приема вида [1]:

$$w(x,t)=\sum_{n=1}^{4}C_n\, e^{\lambda_n x}\, e^{i\,\omega\, t}=\sum_{n=1}^{4}C_n\, e^{\mathrm{Re}(\lambda_n)\,x}\, e^{i\left[\mathrm{Im}(\lambda_n)\,x+\mathrm{Re}(\omega)\,t\right]}\, e^{-\mathrm{Im}(\omega)t}\,. \tag{11}$$

От тази формула е видно, че $\eta(\xi,\tau)$ е произведение от три експоненциални функции. Първата функция е ограничена, защото осовата координата ξ е ограничена. Втората функция е периодична, защото експонентата е имагинерна. Третата функция може да расте неограничено с времето, ако $\mathrm{Im}(\omega)<0$. Това неравенство може да се разглежда като условие за достигане на загуба на устойчивост. От това условие може да се определи критичната скорост на провеждания флуид.

3. Числени изследвания

За илюстрация на предлагания метод е изследвана устойчивостта на еднослойна въглеродна нанотръба с външен радиус на напречното сечение $R=50$ nm и дебелина $h=10$ nm. Дължината на тръбата е $L=1000$ nm. Статическата ѝ схема е „проста греда“. Изследвани са случаите на транспортиране на три вида течности с плътности: $\rho=1000$ kg/m^3, $\rho=900$ kg/m^3 и $\rho=700$ kg/m^3. Определена е критичната скорост на провеждания флуид V_{cr} за коравини на Винклеровата еластична основа $k_w=10$ kPa $\div$ 200 kPa. Получените резултати са представени на фиг. 1



Фиг. 1. Зависимост между критичната скорост на флуида на V_{cr} от коравината на Винклеровата еластична основа k_w

4. Изводи

От графиката на фиг.1 е видно, че коравината на Винклеровата еластична основа k_w и плътността на провеждания флуид ρ влияят съществено върху устойчивостта на системата. При течност с плътност $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ разликата между минималната и максималната критична скорост в изследвания интервал спрямо максималната критична скорост е 25%, при $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$ това отклонение е 60%, а при $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ – 70%. При последните две изследвани течности с увеличаване на коравината на Винклеровата еластична основа критичната скорост отначало нараства, а след това намалява.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лилкова-Маркова, Св., Лолов, Д.* Устойчивост на тръби с протичащ флуид. ABC Техника, София, 2016.

2. *Yoon, J., Ru, C., Mioduchowski, A.* Vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid. Composites Science and Technology, 65, pp. 1326 – 1336, 2005.

3. *Lin, W., Qiao, N.* On vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid. Computational Materials Science, 43, pp. 399 – 402, 2008.

4. *Fu, Y., Hong, W., Wang, X.* Analysis of nonlinear vibration for embedded carbon nanotubes. Journal of Sound and Vibration, 296, pp. 746 – 756, 2006.

DETERMINATION OF THE CRITICAL VELOCITY OF THE FLUID FLOWING IN A SINGLE-WALLED CARBON NANOTUBE EMBEDDED IN A POLIMER MATRIX

D. Lolov[1], Sv. Lilkova-Markova[2]

Keywords: *nanotube, fluid, critical velocity, elastic foundation*

ABSTRACT

The dynamic stability of a single-walled carbon nanotube is investigated on the basis of the Euler-beam model. The tube under investigation is assumed hinged at its both ends and is embedded in a polymer matrix. The obtained numerical results are for three types of flowing fluid. In order to study the effect of the surrounding elastic medium (such as polymer) on the stability of the pipe, the Winkler elastic foundation is introduced. The critical velocities of each type of fluid are determined for different stiffness of this matrix.

[1] Dimitar Lolov, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. “Technical Mechanics”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: dmsl1@abv.bg

[2] Svetlana Lilkova-Markova, Prof. Dr. Eng., Dept. “Technical Mechanics”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: lilkovasvetlana@gmail.com