ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ
СОФИЯ

Том Volume 50 | 2017 | Брой Issue 1

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY
SOFIA

Получена: 13.12.2016 г.
Приета: 10.01.2017 г.

МЕТОДИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ПРОСТРАНСТВЕНОТО ПОЛОЖЕНИЕ НА ВИСОКИ СЪОРЪЖЕНИЯ С КРЪГЛО СЕЧЕНИЕ

П. Пенев[1], А. Ангелов[2]

Ключови думи: *инженерна геодезия, деформации на високи съоръжения с кръгло сечение, напречни сечения, координати, радиус*

РЕЗЮМЕ

В настоящата статия са разгледани някои геодезически методи за определяне на пространственото положение на високи инженерни съоръжения, в т.ч. комини, кули, резервоари и др. Анализирани са най-употребяваните подходи за определяне на напречните сечения на съоръжения с кръгла форма. Предлага се нов метод в това направление, чрез използване на изравнителна окръжност за различните сечения по съоръжението, извеждане на радиусите на тези сечения и пространственото положение на вертикалната им ос. По предложената методика е разработена изчислителна програма, като е направено сравнение на резултатите по числов пример, използван в друг метод.

1. Въведение

Определянето на текущото пространствено положение и деформационните процеси на високи съоръжения като комини, кули и резервоари с кръгла форма на напречното сечение е от съществено значение за геодезическата практика.

В настоящата работа се анализират най-употребяваните в практиката методи и се предлага нов метод чрез използване на изравнителна окръжност за различните сечения

[1] Пеньо Пенев, проф. д-р инж., кат. „Приложна геодезия“, УАСГ, бул. „Христо Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: penevp_fgs@uacg.bg

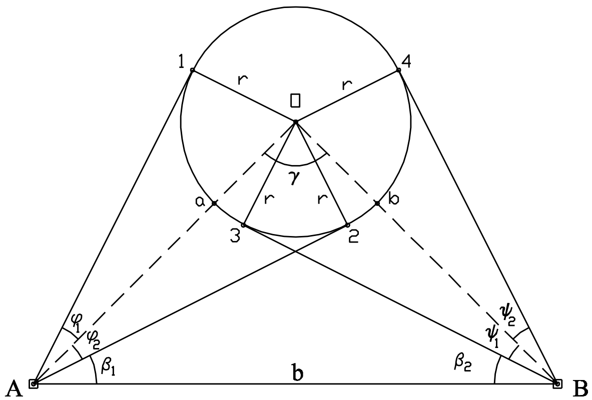
[2] Антонио Ангелов, гл. ас. д-р инж., кат. „Приложна геодезия“, УАСГ, бул. „Христо Смирненски“ № 1, 1046 София, e-mail: angelov_fgs@uacg.bg

по съоръжението, извеждане на радиусите на тези сечения и пространственото положение на вертикалната им ос. Измерванията за определяне на пространственото положение на съоръжението започват още в етапа на строителството, като периодично се изпълнява т.нар. *изпълнителна снимка* на достигнатия етап на строителство. В процеса на експлоатация на съоръжението, съгласно заданието на конструктора, през определен период от време се определят настъпилите деформации, в т.ч. наклоняване, усукване и изкорубване.

2. Определяне на координатите на центъра на произволно напречно сечение и неговия радиус

2.1. Чрез права ъглова засечка от две станции

Най-разпространеният метод за определяне на центъра и радиуса на някое напречно сечение на съоръжение с кръгла форма, напр. комин, е чрез права засечка от две или повече изходни точки. При права засечка от две точки (фиг. 1) се измерват посоките към ляв и десен край на комина, както и посоките от т. A към т. B и от т. B към т. A. Точките 1, 2, 3 и 4 следва да бъдат от едно напречно сечение, като това се постига чрез предварително стабилизиране на точки a и b от това сечение.



Фиг. 1

От измерените посоки се определят ъглите (β_1, β_2, φ и ψ). С координатите на точки A и B от геодезическата основа и ъглите (φ и ψ) по известните формули на Юнг се изчисляват координатите на центъра на сечението (X_0, Y_0) (форм. 1).

$$X_0 = X_A + \frac{\Delta Y_{AB} + \Delta X_{AB}\operatorname{cotg}\varphi}{\operatorname{cotg}\varphi + \operatorname{cotg}\psi};$$
$$Y_0 = Y_A + \frac{-\Delta X_{AB} + \Delta Y_{AB}\operatorname{cotg}\varphi}{\operatorname{cotg}\varphi + \operatorname{cotg}\psi}. \tag{1}$$

Радиусът r на сечението може да се определи като координатите на т. O се заместят в нормалните уравнения на правите A-1 и B-4. След известни преобразования се получават следните формули:

$$r = \left(X_0 - X_A\right)\sin\alpha_{A1} - \left(Y_0 - Y_A\right)\cos\alpha_{A1} = \left(X_0 - X_B\right)\sin\alpha_{B4} - \left(Y_0 - Y_B\right)\cos\alpha_{B4}, \qquad (2)$$

където α_{A1} и α_{B4} са посочните ъгли на правите A-1 и B-4.

Стойността на r може да се изведе от триъгълниците A,1,0 и B,0,4 или:

$$r = b\,\frac{\sin\psi}{\sin\left(\varphi+\psi\right)}\,\sin\frac{\beta_1}{2} = b\,\frac{\sin\varphi}{\sin\left(\varphi+\psi\right)}\,\sin\frac{\beta_2}{2}. \qquad (3)$$

Средните квадратни грешки на координатите на центъра на сечението се определят по следните формули:

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{m_\beta}{\rho\sin\gamma}\sqrt{S_{A0}^2\cos^2\alpha_{B0} + S_{B0}^2\cos^2\alpha_{A0}}\,; \\ m_y &= \frac{m_\beta}{\rho\sin\gamma}\sqrt{S_{A0}^2\sin^2\alpha_{B0} + S_{B0}^2\sin^2\alpha_{A0}}\,; \\ m_p &= \frac{m_\beta}{\rho\sin\gamma}\sqrt{S_{A0}^2 + S_{B0}^2}\,, \end{aligned} \qquad (4)$$

където с m_p е означена ср. кв. грешка в положението на т. O; m_β – ср. кв. грешка на всеки от измерените ъгли; α_{A0} – посочният ъгъл на отсечката A-0.

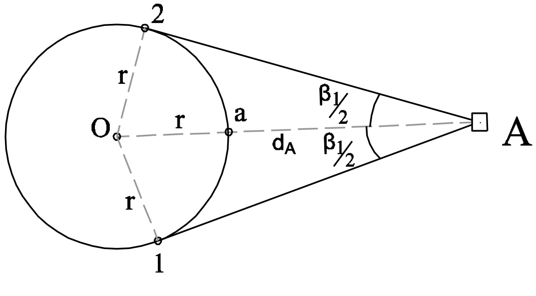
От формули (3 и 4) за ср. кв. грешка m_r на радиуса r се извеждат следните формули:

$$\begin{aligned} m_r &= r\,\frac{m_\beta}{\rho}\sqrt{\sin^2\varphi + \cos^2\gamma + \frac{1}{4}\sin^2\gamma\,\mathrm{cotg}^2\frac{\beta_1}{2}}\,; \\ m_r &= r\,\frac{m_\beta}{\rho}\sqrt{\sin^2\psi + \cos^2\gamma + \frac{1}{4}\sin^2\gamma\,\mathrm{cotg}^2\frac{\beta_2}{2}}\,, \end{aligned} \qquad (5)$$

където е прието, че $m_\beta = m_\varphi = m_\psi$.

2.2. Едностранен координатен метод

Определянето на радиуса и центъра на окръжността на сечението на комин може да се определи и по т.нар. едностранен координатен начин [1].



Фиг. 2

При този начин от т. A се измерва ъгъл β_1 и разстоянието d_A с помощта на безрефлекторна тотална станция. От $\Delta A10$ се извежда радиусът r:

$$r = d_A \frac{\sin\frac{\beta_1}{2}}{1-\sin\frac{\beta_1}{2}}, \tag{6}$$

а за координатите на центровете на сечението важат изразите:

$$\begin{aligned} X_0 &= X_A + \left(d_A + r\right)\cos\alpha_{A0}; \\ Y_0 &= Y_A + \left(d_A + r\right)\sin\alpha_{A0}. \end{aligned} \tag{7}$$

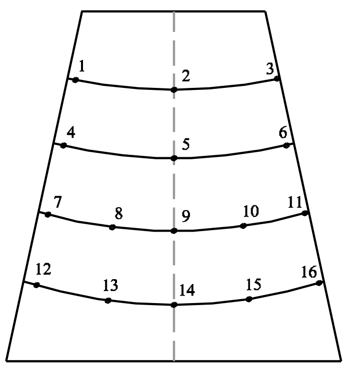
От (6) за ср. кв. грешка на радиуса се получава

$$m_r = \frac{r}{d_A}\sqrt{m_d^2 + \left[\frac{\left(d_A + r\right)}{2}\operatorname{cotg}\frac{\beta_1}{2}\right]^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}. \tag{8}$$

Средните квадратни грешки на координатите на центъра на сечението се определят по следните формули:

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{d_A + r}{d_A}\sqrt{m_d^2 + \left(\frac{r}{2}\operatorname{cotg}\frac{\beta_1}{2}\cos\alpha_{A0} + d_A\sin\alpha_{A0}\right)^2\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}; \\ m_y &= \frac{d_A + r}{d_A}\sqrt{m_d^2 + \left(\frac{r}{2}\operatorname{cotg}\frac{\beta_1}{2}\sin\alpha_{A0} - d_A\cos\alpha_{A0}\right)^2\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}; \\ m_p &= \frac{d_A + r}{d_A}\sqrt{m_d^2 + \left(\frac{r^2}{4}\operatorname{cotg}^2\frac{\beta_1}{2} + d_A{}^2\right)\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}. \end{aligned} \tag{9}$$

Аналогични формули се получават и при определяне на радиуса и центъра на сечението при измерване и от т. B.



Фиг. 3

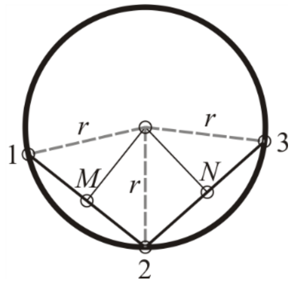
И при двата разгледани метода се постигат практически едни и същи резултати. Предимството на едностранния метод се състои в това, че определянето на радиуса r и т. O може да се извърши само от една станция за няколко сечения по съоръжението. Визирането на т. a от сечението и измерването на хоризонталното разстояние d_A не представляват трудност. Точки 1 и 2 не са маркирани и се явяват затруднения при измерване на посоките към тях. Поради тази причина в [2] се предлага модификация на метода (фиг. 3), като предварително по отделните сечения на съоръжението се стабилизират марки за безрефлекторно измерване на дължините и посоките с тотална станция.

Както е известно една окръжност се определя еднозначно от три точки. В предлаганата методика [2] горните две сечения на фиг. 3 са определени еднозначно. За долните две, комбинациите на 5 точки водят до 10 различни решения за всяко сечение. Авторите [2] са съставили програма в средата на MatLab, която чрез сравнение на различните комбинации избира оптималното сечение.

В настоящата работа предлагаме използването на изравнителна окръжност за сеченията, съдържащи повече от три точки.

3. Определяне на координатите на центъра на произволно напречно сечение и неговия радиус чрез изравнителна окръжност

Изчислителната работа протича в следната последователност. На първо място се определят приблизителните координати на центъра на окръжността и радиуса на сечението.



Фиг. 4

За дадено сечение се избират три произволни точки (фиг. 4) и се определят средните точки M и N на хордите 1-2 и 2-3 чрез следните зависимости:

$$X_M = \frac{X_1 + X_2}{2}, \; X_N = \frac{X_2 + X_3}{2}; \qquad Y_M = \frac{Y_1 + Y_2}{2}, \quad Y_N = \frac{Y_2 + Y_3}{2}. \tag{10}$$

Поради това, че правите 1-2 и MO са взаимно перпендикулярни, както и правите 2-3 и NO, може да се напише:

$$\tan\alpha_{12} . \tan\alpha_{M0} = -1; \qquad \tan\alpha_{23} . \tan\alpha_{N0} = -1. \tag{11}$$

Уравненията (11) могат да се запишат и по следния начин:

$$\begin{aligned} &\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \, \frac{Y_0 - Y_M}{X_0 - X_M} = -1 \, ; \\ &\frac{Y_3 - Y_2}{X_3 - X_2} \, \frac{Y_0 - Y_N}{X_0 - X_N} = -1 \, . \end{aligned} \tag{12}$$

След заместване на величините от (11) в (12) и след решение на системата (12) се получават следните изрази за координатите на центъра (X_0 , Y_0):

$$X_0 = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad Y_0 = \frac{\Delta y}{\Delta} \, , \tag{13}$$

където

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} a & y_2 - y_1 \\ b & y_3 - y_2 \end{vmatrix}, \ \Delta_y = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & p \\ x_3 - x_1 & q \end{vmatrix}, \ \Delta = 2 \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_2 & y_3 - y_2 \end{vmatrix}. \tag{14}$$

В последното уравнение величините p и q са съответно:

$$\begin{aligned} p &= X_2^2 - X_1^2 + Y_2^2 - Y_1^2 \, ; \\ q &= X_3^2 - X_2^2 + Y_3^2 - Y_2^2 \, . \end{aligned} \tag{15}$$

Радиусът r на окръжността се изчислява като разстояние между центъра и коя да е точка 1, 2 или 3, т.е.

$$r_i = \sqrt{\left(X_0 - X_i\right)^2 + \left(Y_0 - Y_i\right)^2} \, , \tag{16}$$

където i=1, 2 или 3.

Когато броят на точките е повече от 3, удачно е да се използва изравнителна окръжност за съвкупността от точки. От (16) за уравнението на поправките на точка от сечението може да се напише:

$$V_i = a_i \, dr + b_i \, dx + c_i \, dy + l_i, \quad p_i = 1 \, , \tag{17}$$

където

$$a_i = 1, \quad b_i = \frac{X_i - X_0}{r_i}, \quad c_i = \frac{Y_i - Y_0}{r_i}, \quad l_i = r_i - r_o \, . \tag{18}$$

В (17) е прието, че всички точки са определени с еднаква точност и тежестите p са единица. В матричен вид уравненията на поправките са:

$$V_{n,1} = A_{n,3} \, X_{3,1} + l_{3,1}, \qquad P_{n,n} \, , \tag{19}$$

където A е матрицата с коефициентите на уравненията на поправките;

X – вектор колона на неизвестните;

l – вектор колона на свободните членове;

P – единична матрица на тежестите;

n – брой на уравненията.

Съставя се системата нормални уравнения:

$$NX + L = 0, \tag{20}$$

където

$$N = A^T PA, \quad L = A^T Pl \ . \tag{21}$$

Неизвестните и средната кв. грешка m_0 за единица тежест се определят по формулите:

$$X = -\,QL, \quad m_0 = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-3}} \ . \tag{22}$$

Изравнените стойности на неизвестните са:

$$r = r_0 + dr, \quad x = x_0 + dx_0, \quad y = y_0 + dy_0 \,, \tag{23}$$

където r е стойността на радиуса на изравнителната окръжност, а x, y – координати на центъра ѝ.

За средните квадратни грешки на неизвестните са в сила следните формули:

$$m_r = m_0\sqrt{Q_{11}}, \quad m_x = m_0\sqrt{Q_{22}}, \quad m_y = m_0\sqrt{Q_{33}} \ . \tag{24}$$

По изложената по-горе методика е разработена изчислителна програма „Circle“ на „Visual Studio 12 C++“.

Програмата е тествана с примера, даден в [2]. Изходните данни и получените резултати след изравнението, изравнените стойности и средните им квадратни грешки след изравнението са дадени в табл. 1.

Таблица 1

№	***X*, m**	***Y*, m**	***V*, mm**	**Изравнени стойности, m**	**Ср. кв. грешки, mm**
7	127,592	98,257	-0,4		
8	126,184	99,197	-1,5	r = 1,7610	m_r = 1,1
9	125,978	100,004	4,9	x = 127,7437	m_x = 1,5
10	126,389	101,129	-4,3	y = 100,0110	m_y = 0,8
11	127,549	101,763	1,9		
12	127,466	98,011	1,3		
13	125,891	99,200	-3,8	r = 2,0093	m_r = 0,4
14	125,716	100,000	2,9	x = 127,7280	m_x = 0,5
15	126,060	101,127	1,5	y = 100,0044	m_y = 0,3
16	127,408	101,987	-0,6		

Получените резултати практически съвпадат с тези получени по итерационен начин [2]. Разликите за сечение 7-11 са до 0,3 mm, за сечение 12-16 в радиуса разликата е 0,3 mm, а за координатите на центъра на сечението – съответно –2 mm и +4 mm.

Описаната от авторите методика предлага алгоритмизация на изчислителния процес, чрез строго изравнение на измерванията при наличие на повече от три точки в дадено кръгло сечение. Това позволява да се постигне оптимална точност в изравнените стойности на крайните резултати, без да се преминава през итерационни процедури.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шеховцов, Г. А, Шеховцова, Р. П.* Теоретические основы одностороннего координатного способа определения крена сооружений башенного типа. Из. вузов, „Геодезия и аэрофотосьемка" № 5, стр. 30 – 31, М., 2012.

2. *Шеховцов, Г. А., Раскаткин, Ю. Н., Шульц, М. М.* Определение положения и радиуса сечений сооружений башенного типа круглой формы односторонним координатным способом. Из. вузов, „Геодезия и аэрофотосьемка" № 3, стр. 26 – 31, М., 2015.

METHODS FOR DETERMINING SPATIAL POSITION OF HIGH FACILITIES WITH ROUND SHAPE OF THE SECTIONS

P. Penev[1], A. Angelov[2]

Keywords: *engineering geodesy, deformations of high facilities with round shape, cross-sections, coordinates, radius*

ABSTRACT

This paper examines some geodetic methods for determining the spatial position of high engineering facilities, including chimneys, towers, tanks, etc. The most commonly used approaches for determining the cross-sections of facilities with round shape are analyzed. A new method in this field, using an equalizing circle for the different sections in the facility, displaying the radius of these sections and the spatial position of the vertical axis is presented. A computing program based on the proposed methodology has been developed and a comparison of the results using a numerical example from another method is made.

[1] Penio Penev, Prof. Dr. Eng., Dept. "Applied Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: penevp_fgs@uacg.bg

[2] Antonio Angelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Dept. "Applied Geodesy", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: angelov_fgs@uacg.bg