

## ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ДЪЛЖИНАТА НА СНАЖДАНЕ НА АРМИРОВЪЧНИ ПРЪТИ, ПОДЛОЖЕНИ НА НАТИСК

В. Кърджиев<sup>1</sup>

*Ключови думи:* колони, дължина на снаждане, натиск

*Научна област:* стоманобетон и стоманобетонни конструкции

### РЕЗЮМЕ

Дадени са някои разяснения по определяне на дължината на снаждане на пръти, подложени на натиск. Показани са основните положения в определянето на дължината на снаждане на натискови пръти в Модел Код 2010 и в DIN EN 1992-1-1 и е направено сравнение с методологията, заложена в БДС EN 1992-1-1. Приложен е числен пример.

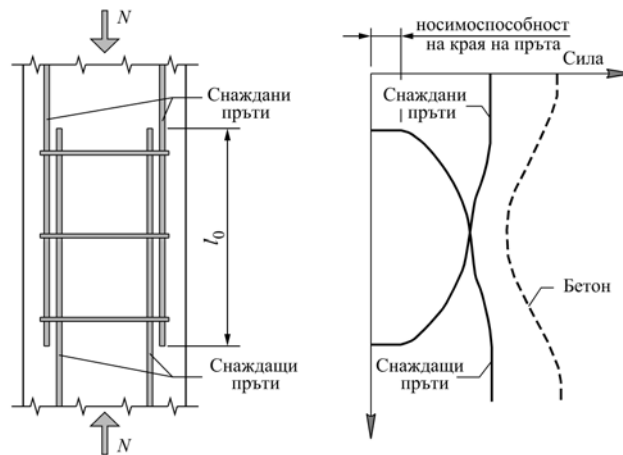
### 1. Въведение

БДС EN 1992-1-1 (EC2) е европейският стандарт за стоманобетонни конструкции, който е базиран основно на постановките на Модел код 90 (MC90). Съществуват обаче и някои съществени различия, както и не съвсем доизяснени положения. Едно от тези различия е методиката за определяне на дължината на снаждане на пръти, подложени изцяло на натиск, което е най-често срещаният случай при армиране на стоманобетонни колони. В EC2 не е направено специално разграничаване между дължината на снаждане на армировъчни пръти, подложени на опън и на натиск, но то реално е много различно. На първо място, носимоспособността на натиснатите пръти в краищата им осигурява допълнително разпределение на предаваните сили. На второ място, при снаждане на натискови пръти липсва напречното пукнатинообразуване. На трето място, предаването на усилието между снажданите натискови пръти в дължината на снаждане е доста по-постоянно от това при снаждане на опънни пръти. От друга страна, за разлика от снаждането на опънни от натискови пръти, бетонът споделя значителна част от действащото усилие – фиг. 1.

От съществена трудност е определянето на носимоспособността на краищата на натиснатите пръти, която в EC2 е директно пренебрегната.

---

<sup>1</sup> Васил Кърджиев, доц. д-р инж., кат. „Масивни конструкции”, УАСГ, ул. „Христо Смирненски” № 1, каб. 445, 1046 София, e-mail: kardjiev@mail.bg



Фиг. 1. Изменение на силите в зоната на дължината на снаждане

## 2. Методика за определяне на дължината на снаждане при натискови пръти съгласно Модел код 2010 (МС 2010)

Изчислителната дължина на закотвяне за натискови пръти съгласно МС2010 е

$$l_b = \frac{\varphi}{4f_{bd}} \left( f_{yd} - \frac{F_h}{A_b} \right) \geq l_{b,\min} = \max \left\{ 0,7 \frac{\varphi f_{yd}}{4f_{bd}}; 15\varphi; 200 \text{ mm} \right\}, \quad (1)$$

където  $\varphi$  е диаметърът на пръта;  $f_{bd}$  е изчислителното напрежение на сцепление;  $F_h$  е носимоспособността на края на пръта при натиск;  $A_b$  е площта на напречното сечение на един армировъчен прът и  $f_{yd}$  е изчислителното съпротивление на армировъчната стомана.

Изчислителното напрежение на сцепление  $f_{bd}$ , в случая на липса на напречен на армировъчните пръти натиск  $p_{tr} = 0$ , се определя с израза

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3) f_{bd,0} \leq 1,5 \sqrt{f_{ck}} / \gamma_c, \text{ като } \alpha_2 + \alpha_3 \leq 2,0, \quad (2)$$

където  $f_{bd,0}$  е базовата стойност на напрежението на сцепление,  $\alpha_2$  е коефициент, отчитащ влиянието на бетонното покритие,  $\alpha_3$  е коефициент, отчитащ влиянието на ограничаването на напреженията чрез напречна армировка, а  $\gamma_c$  е частният коефициент на сигурност за бетона, който се приема  $\gamma_c = 1,5$ .

Базовата стойност на напрежението на сцепление е

$$f_{bd,0} = 1,75 \eta_1 \eta_2 \eta_3 (f_{ck}/25)^{0,5} / \gamma_c, \quad (3)$$

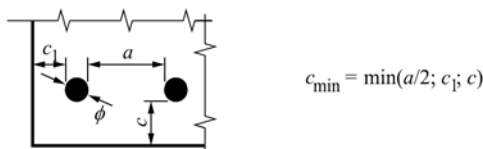
където  $\eta_1 = 1,0$  е свързан с качеството на състоянието на връзката и позицията на пръта по време на бетонирането, като се дефинират добри и лоши условия на сцепление,

които при колони се приемат като добри,  $\eta_2$  е свързан с диаметъра на прътите, като за  $\phi \leq 25 \text{ mm}$  се приема  $\eta_2 = 1,0$  и при  $\phi > 25 \text{ mm}$  –  $\eta_2 = (25/\phi)^{0,3}$ , а  $\eta_3$  е свързан с характеристикната граница на провлачване на армировъчната стомана и се приема  $\eta_3 = 1,0$  за  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$  и  $\eta_3 = 1,2$  за  $f_{yk} = 400 \text{ MPa}$ , като за междинни стойности се допуска линейна интерполация.

Коефициентът  $\alpha_2$ , отчитащ влиянието на бетонното покритие, за оребрени пръти се определя съгласно израза:

$$\alpha_2 = \left( \frac{c_{\min}}{\phi} \right)^{0,5} \left( \frac{a/2}{c_{\min}} \right)^{0,5}, \quad (4)$$

където  $c_{\min}$  е бетонното покритие за прави пръти, дадено на фиг. 2,  $a$  е светлото разстояние между прътите, а  $c_1$  и  $c$  са бетонните покрития съгласно фиг. 2.

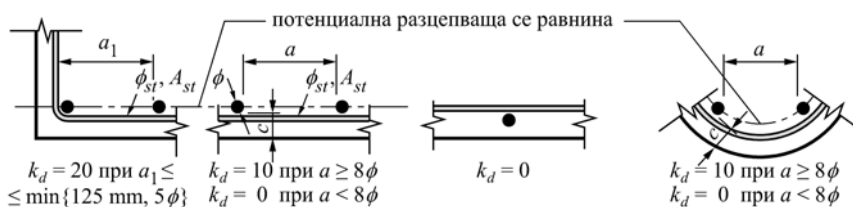


Фиг. 2. Определяне на бетонните покрития при прави пръти

Коефициентът  $\alpha_3$ , отчитащ влиянието на ограничаването на напреженията чрез напречна армировка, се определя съгласно израза

$$\alpha_3 = k_d (K_{tr} - \alpha_t / 50) \geq 0,0, \text{ като } K_{tr} = n_t A_{st} / (n_b \phi s_t) \leq 0,05, \quad (5)$$

където  $k_d$  е коефициент за ефикасност на напречната армировка, разположена в дължината на снаждане, определян съгласно схемите на фиг. 3;  $K_{tr}$  е коефициентът на плътност на напречно армиране;  $n_t$  е броят на клоновете от напречната армировка, които пресичат потенциалната разцепваща се равнина на сечението (срезността на стреманата в разглежданото направление);  $A_{st}$  е площта на напречното сечение на един прът от напречната армировка в  $\text{mm}^2$ ;  $s_t$  е разстоянието между стреманата в зоната на снаждане в  $\text{mm}$ ;  $n_b$  е броят на снажданите пръти в потенциалната разцепваща се равнина на сечението;  $\alpha_t = 0,5$  за пръти с диаметър  $\phi \leq 25 \text{ mm}$ ,  $\alpha_t = 1,0$  за  $\phi = 50 \text{ mm}$  и  $\alpha_t = 0$  за разпределителна армировка в стени.



Фиг. 3. Определяне на коефициента  $k_d$  на ефикасност на напречното армиране

Отношението  $\alpha_t/50$  съответства на конструктивната напречна армировка в зоната на снаждане и води до консервативна стойност на коефициента  $\alpha_3$ .

Носимоспособността на края на пръта при натиск  $F_h$  се приема със стойност

$$F_h = 60 f_{bd} A_b. \quad (6)$$

Съгласно МС 2010 дължината на снаждане на пръти, подложени на натиск, се приема равна на изчислителната дължина на закотвяне, определена по (1), като се разрешава тя да бъде намалена с отношението на площта на получената по изчисление армировка  $A_{s,req}$  към реално вложената –  $A_{s,prov}$ , т.е.

$$l_{0,req} = l_b \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}}. \quad (7)$$

### 3. Методика за определяне на дължината на снаждане при натискови пръти съгласно ЕС2

В ЕС2 се въвежда понятието *основна дължина на закотвяне на натискови пръти*, която се определя с израза

$$l_{bd,rqd} = \frac{\varphi f_{yd}}{4 f_{bd}}, \quad (8)$$

като означенията са същите като във формула (1).

Изчислителното напрежение на сцепление  $f_{bd}$  се определя с израза

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctk,0.05} / \gamma_c = 0,47 \eta_1 \eta_2 \sqrt[3]{f_{ctk}^2} / 1,5, \quad (9)$$

като разликата с формулата по МС 2010 е в стойността на коефициента  $\eta_2$ , който е свързан с диаметъра на прътите, като за  $\varphi \leq 32$  mm се приема  $\eta_2 = 1,0$ , а при  $\varphi > 32$  mm –  $\eta_2 = (132 - \varphi)/100$ .

Изчислителната стойност на дължината на снаждане съгласно ЕС2 се определя с помощта на израза

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \alpha_6 l_{bd,rqd} \geq l_{0,min} = \max \{ 0,3 \alpha_6 l_{bd,rqd}; 15\varphi; 200 \text{ mm} \}, \quad (10)$$

като в случай на пръти, подложени на натиск, всички коефициенти от  $\alpha_1$  до  $\alpha_3$  и  $\alpha_5$  се приемат равни на 1,0. Коефициентът  $\alpha_6$  отчита процента на участие на снажданите пръти със застъпване на разстояние  $0,65 l_0$  от центъра на дължината на разглежданото снаждане. Въпреки че не е изрично подчертано, дадените стойности на коефициента  $\alpha_6$  в ЕС2 се отнасят за пръти, подложени на опън. За пръти, подложени на натиск, би следвало да се приеме  $\alpha_6 = 1,0$ , независимо от процента на снадените в едно сечение

пръти или от техният диаметър, както е посочено в EN DIN 1992-1-1/NA:2011-01, например.

Прави впечатление, че дадената стойност за минималната стойност на дължината на снаждане  $l_{0,min}$  в EC2 е дадена само една стойност, която има доста общо с минималната дължина на закотвяне за опънни пръти  $l_{b,min}$ . Логично е при определяне на минималната дължина на снаждане, аналогично, да се ползва стойността на минималната дължина на закотвяне на натиснати пръти.

Въз основа на казаното по-горе би следвало формула (10) да има вида

$$l_0 = l_{bd,rqd} \geq l_{0,min} = \max\{0,6l_{bd,rqd}; 15\phi; 200 \text{ mm}\}. \quad (11)$$

Аналогично на MC 2010, дължината на снаждане на пръти, подложени на натиск, се разрешава да бъде редуцирана с отношението на площта на получената по изчисление армировка  $A_{s,req}$  към реално вложената –  $A_{s,prov}$ , т.е.

$$l_{0,req} = l_0 \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}}. \quad (12)$$

За по-лесно определено определяне на дължините на снаждане на натискови пръти съгласно изискванията на MC2010 и на EC2 резултатите са подредени в табличен вид – таблица 1, като е прието, че за MC2010 коефициентът  $\alpha_3 = 0,0$ , което е често срещаният случай, както се вижда и по-долу.

**Таблица 1. Дължини на снаждане на натискови пръти съгласно MC2010 и EC2**

Бетон клас	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
Дължини на снаждане на натискови пръти ( $l_0/\phi$ ), съгласно MC 2010									
– при $a = 2\phi$	82/101	69/85	60/75	52/65	47/58	42/53	38/49	35/45	33/42
– при $a = 3\phi$	64/80	54/67	47/58	40/51	35/45	33/40	30/37	29/34	27/32
– при $a = 4\phi$	54/67	45/56	38/49	33/42	30/37	28/34	26/31	25/30	24/28
– при $a = 5\phi$	47/58	38/49	33/42	30/36	27/32	25/30	24/28	22/27	21/25
– при $a = 6\phi$	41/52	34/43	30/37	27/32	25/30	23/27	22/26	20/24	19/23
– при $a = 7\phi$	37/47	32/39	28/34	25/30	23/27	21/25	20/24	19/22	18/21
– при $a \geq 8\phi$	34/43	29/35	26/31	24/28	22/26	20/24	19/22	18/21	17/28
Дължини на снаждане на натискови пръти ( $l_0/\phi$ ), съгласно EC2									
независимо от $a$	55/66	47/56	41/48	34/40	30/36	28/33	24/29	23/27	21/25
Забележки: – стойностите са валидни за диаметър на армировъчните пръти $\phi \leq 25 \text{ mm}$ ; – минималната дължина на снаждане е 200 mm; – стойностите в числител са за стомана клас B420, а тези в знаменател – за B500.									

За демонстрация на двете методики е разработен числен пример.

#### 4. Числен пример

Да се определи изчислителната дължина на снаждане за надлъжната армировка на показаната на фиг. 4 колона, като всички пръти са подложени на натиск. Използваният клас бетон е C20/25, а армировъчната стомана е клас B420B. Напречната

армировка е конструктивна с диаметър  $\phi_{st} = 8 \text{ mm}$ , а разстоянието между стремената в зоната на снаждане  $s_t = 150 \text{ mm}$ . Минималното бетонно покритие на напречната армировка е прието  $30 \text{ mm}$ . Отношението между площта на получената по изчисление към реално вложената армировка е  $A_{s,req}/A_{s,prov} = 0,9$ .

Изчислителните характеристики на материалите са:

- бетон C20/25:  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ;  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 0,85 \cdot 20 / 1,5 = 11,3 \text{ MPa}$ ;

$$f_{ctk;0,05} = 0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,21 \sqrt[3]{20^2} = 1,5 \text{ MPa}$$

- стомана B420B:  $f_{yk} = 420 \text{ MPa}$ ;  $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 420 / 1,15 = 365 \text{ MPa}$ .

#### 4.1. Съгласно МС 2010

Базовата стойност на напрежението на сцепление е

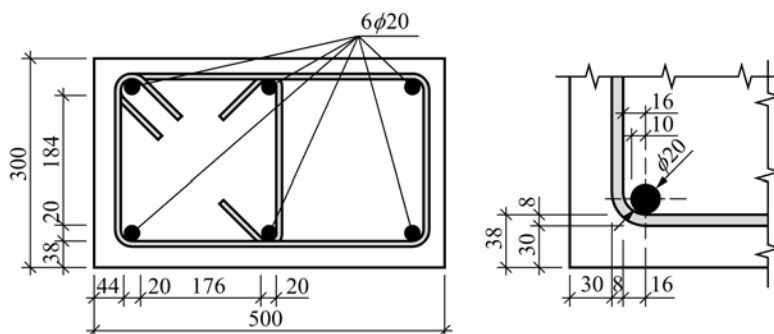
$$f_{bd,0} = 1,75 \eta_1 \eta_2 \eta_3 (f_{ck} / 25)^{0,5} / \gamma_c = 1,75 \cdot 1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 1,16 (20 / 25)^{0,5} / 1,5 = 1,21 \text{ MPa}$$

като  $\eta_1 = 1,0$  тъй като условията на бетониране са „добри“,  $\eta_2 = 1,0$  за диаметър на прътите  $\phi = 20 \text{ mm} < 25 \text{ mm}$  и  $\eta_3 = 1,16$ , получен с линейна интерполация за стомана с  $f_{yk} = 420 \text{ MPa}$ , а частният коефициент на сигурност за бетона е  $\gamma_c = 1,5$ .

Коефициентът  $\alpha_2$ , отчитащ влиянието на бетонното покритие, за оребрени пръти се определя съгласно израза

$$\alpha_2 = \left( \frac{c_{\min}}{\phi} \right)^{0,5} \left( \frac{a/2}{c_{\min}} \right)^{0,5} = \left( \frac{a/2}{\phi} \right)^{0,5} = \left( \frac{176/2}{20} \right)^{0,5} = 2,10$$

където  $c_{\min} = \min \{ a/2; c_1; c \} = \min \{ 176/2; 44; 38 \} = 38 \text{ mm}$ , като  $a = 176 \text{ mm}$  е светлото разстояние между прътите в напречното сечение,  $c_1 = 44 \text{ mm}$  и  $c = 38 \text{ mm}$ .



Фиг. 4. Детайли на напречното сечение на колоната

Коефициентът на плътност на напречно армиране  $K_{tr}$  се получава

$$K_{tr} = n_t A_{st} / (n_b \phi s_t) = 2.50,3 / (3.20.150) = 0,0112 < 0,05,$$

като  $n_t = 2$  е срезността на стремената в разглежданото направление;  $A_{st} = 50,3 \text{ mm}^2$  е площта на напречното сечение на един прът от напречната армировка,  $n_b = 3$  е броят на снажданите пръти в потенциалната разцепваща се равнина на сечението и  $s_t = 150 \text{ mm}$  е разстоянието между стремената в дължината на снаждане на надлъжната армировка.

Коефициентът  $\alpha_3$ , отчитащ влиянието на ограничаването на напреженията чрез напречна армировка, се определя съгласно израза

$$\alpha_3 = k_d (K_{tr} - \alpha_t / 50) = 0(0,0112 - 0,5/50) = 0,$$

където  $k_d = 0$ , тъй като от една страна, разстоянието от средния прът до крайното стреме е  $a_1 = 202 \text{ mm} > \min\{125 \text{ mm}; 5\phi\} = \min\{125; 5.20\} \text{ mm} = 100 \text{ mm}$  (вж. и фиг. 3), а от друга страна, светлото разстояние между прътите  $a = 176 \text{ mm} < 8c = 8.38 = 304 \text{ mm}$ ,  $\alpha_t = 0,5$  за пръти с диаметър  $\phi = 20 \text{ mm} < 25 \text{ mm}$ .

Тъй като сумата на двата коефициента е  $\alpha_2 + \alpha_3 = 2,1 + 0 = 2,1 > 2,0$ , то трябва да се приеме граничната стойност, т.е.  $\alpha_2 + \alpha_3 = 2,0$  и изчислителното напрежение на сепление  $f_{bd}$  се получава

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3) f_{bd,0} = 2,0.1,21 = 2,41 \text{ MPa} < 1,5\sqrt{f_{ck}}/\gamma_c = 1,5\sqrt{20}/1,5 = 4,5 \text{ MPa},$$

където  $f_{bd,0}$  е базовата стойност на напрежението на сепление,  $\alpha_2$  е коефициент, отчитащ влиянието на бетонното покритие,  $\alpha_3$  е коефициент, отчитащ влиянието на ограничаването на напреженията чрез напречна армировка.

Носимоспособността на края на пръта при натиск  $F_h$  се приема със стойност:

$$F_h = 60 f_{bd} A_b = 60.2,41 A_b = 144,6 A_b.$$

Минималната дължина на закотвяне за натискови пръти се получава:

$$\begin{aligned} l_{b,\min} &= \max\left\{0,7 \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}; 15\phi; 200 \text{ mm}\right\} = \\ &= \max\left\{0,7 \frac{20.365}{4.2,41}; 15.20; 200 \text{ mm}\right\} = 530 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Изчислителната дължина на закотвяне за натискови пръти съгласно MC2010 е

$$l_b = \frac{\phi}{4 f_{bd}} \left( f_{yd} - \frac{F_h}{A_b} \right) = \frac{20}{4.2,41} (365 - 144,6) = 457 \text{ mm} < l_{b,\min} = 530 \text{ mm}.$$

Следователно  $l_b = l_{b,\min} = 530 \text{ mm}$  и при отчитане отношението на площта на получената по изчисление към реално вложената армировка, дължината на снаждане за натисковите пръти се получава

$$l_0 \geq l_{bd} \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} = 530 \cdot 0,90 = 477 \text{ mm. Прието } 500 \text{ mm.}$$

#### 4.2. Съгласно ЕС2

Изчислителното напрежение на сцепление  $f_{bd}$  се определя с израза

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctk,0.05}/\gamma_c = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,5/1,5 = 2,25 \text{ MPa},$$

като  $\eta_1 = 1,0$  тъй като условията на бетониране са „добри“,  $\eta_2 = 1,0$  за диаметър на прътите  $\phi = 20 \text{ mm} < 32 \text{ mm}$ , а частният коефициент на сигурност за бетона е  $\gamma_c = 1,5$ .

Основната дължина на закотвяне на натискови пръти е

$$l_{bd,rqd} = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} = \frac{20 \cdot 365}{4 \cdot 2,25} = 811 \text{ mm}.$$

Минималната дължина на снаждане за натискови пръти е

$$l_{b,\min} = \max\{0,6l_{bd,rqd}; 15\phi; 200 \text{ mm}\} = \max\{0,6 \cdot 811; 15 \cdot 20; 200 \text{ mm}\} = 489 \text{ mm}.$$

Изчислителната дължина на снаждане на натискови пръти съгласно ЕС2 е

$$l_0 = l_{bd,rqd} = 811 \text{ mm} \geq l_{0,\min} = 489 \text{ mm}.$$

Отчитайки отношението  $A_{s,req}/A_{s,prov} = 0,9$ , окончателно получаваме

$$l_{0,req} \geq l_0 A_{s,req}/A_{s,prov} = 811 \cdot 0,9 = 730 \text{ mm}.$$

Прието  $750 \text{ mm}$ , която е значително по-голяма от тази, получена по МС2010 и то при приемане на коефициента  $\alpha_6 = 1,0$ . Прави впечатление и значителната разлика в изчислителното напрежение на сцепление  $f_{bd}$ , получено по МС2010 и по ЕС2. Дори и при значително по-голямото напрежение на сцепление по ЕС2 се изисква доста по-голяма дължина на снаждане за натисковите пръти.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. БДС EN 1992-1-1:2007. Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стомано-бетонни конструкции. Част 1-1. Общи правила и правила за сгради, БИС.
2. DIN EN 1992-1-1/NA:2011. Nationaler Anhang – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton – und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.

3. Fib bulletin 65: Model Code 2010, Final draft – Volume 1, International Federation for Structural Concrete, 2012.

4. Fib bulletin 72: Bond and anchorage of embedded reinforcement: Background to the *fib* Model Code for Concrete Structures 2010, International Federation for Structural Concrete, 2014.

Постъпила: февруари 2015 г.

## **DETERMINATION OF LAP LENGTH OF REINFORCED BARS IN COMPRESSION**

**V. Kardjiev<sup>1</sup>**

**Keywords:** *columns, lap length, compression*

**Research area:** *concrete and reinforced concrete structures*

### **ABSTRACT**

The paper discusses the determination of the lap length of reinforced bars in compression. The methodology for determination of lap length in compression according to Model Code 2010, DIN EN 1992-1-1 and BDS EN 1992-1-1 is shown. A numerical example is also given.

---

<sup>1</sup>Vasil Kardjiev, Assoc. Prof. Dr. Eng., Dept. “Reinforced Concrete Structures”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd, Sofia 1046, e-mail: kardjiev@mail.bg

