

ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

Първа научно-приложна конференция с международно участие  
„СТОМАНОБЕТОННИ И ЗИДАНИ КОНСТРУКЦИИ – ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА“

22 – 23 октомври 2015

22 – 23 October 2015

First Scientific-Applied Conference with International Participation

“REINFORCED CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES – THEORY AND PRACTICE”

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

48 <sup>ТОМ</sup>  
vol.

2015

св. 12 – I  
fasc.

## НОСЕЩА СПОСОБНОСТ ЗА НАПРЕЧНИ СИЛИ ПРИ КРАЙНИ ОПОРИ НА ГРЕДОВИ ЕЛЕМЕНТИ

М. Андреев<sup>1</sup>

*Ключови думи:* носимоспособност на срязване, изчислителна напречна сила, фермов модел

*Научна област:* стоманобетон и стоманобетонни конструкции

### РЕЗЮМЕ

В настоящата работа е дадена методика за проверка на носимоспособността на срязване  $V_{Rd}$  в сечението с меродавна напречна сила при крайни свободни опори на гредови елементи. Известно е, че носещата способност на срязване  $V_{Rd} = \min(V_{Rd,max}, V_{Rd,s})$ , като тя е максимална при ъгъл  $\theta_{opt}$ , определен от условието  $V_{Rd,max} = V_{Rd,s}$ , където  $V_{Rd,max}$  е максималната напречна сила, която може да бъде поета от наклонените натискови диагонали на фермовия модел, а  $V_{Rd,s}$  е напречната сила, която се поема от стремената. При крайни опори от посочения вид обаче съществува още един фактор, който също може да окаже влияние върху носимоспособността на срязване. Това е количеството на наличната надлъжна армировка  $A_{sl,prov}$  в разглежданото сечение, при условие че тя е достатъчно добре закотвена в опората. В случай че  $A_{sl,prov} < A_{sl,req}$ , където  $A_{s,req}$  е армировката, необходима за поемане на допълнителната опънна сила  $\Delta F_{sd}$ , това ще лимитира една по-малка носеща способност на срязване, която при  $\theta = \theta_{opt}$  ще е  $V'_{Rd} < V_{Rd}$ . В статията е показано как в такъв случай, при налични надлъжна и напречна армировка, може да се определи действи-

<sup>1</sup> Методи Андреев, гл. ас. д-р инж., кат. „Масивни конструкции”, УАСГ, бул. „Христо Смирненски” № 1, София 1046, e-mail: ekonproekt@dir.bg

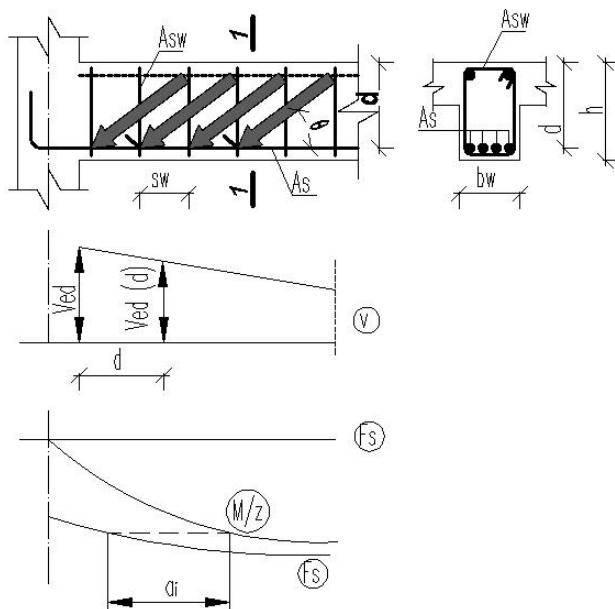
телната носимоспособност на срязване  $V_{Rd,real}$ , такава, че  $V'_{Rd} < V_{Rd,real} < V_{Rd}$ , и да се провери дали тази реална носимоспособност е достатъчна, за да може меродавното сечение да поеме изчислителната напречна сила  $V_{Ed}$ .

В статията е дадена методика за проверка на наличната носимоспособност на срязване  $V_{Rd}$  в сечението с меродавната напречна сила при крайна свободна опора на съществуващ гредови елемент. Известно е, че носещата способност на срязване е

$$V_{Rd} = \min(V_{Rd,max}, V_{Rd,s}) \quad (1)$$

Тя достига максималната си стойност  $\max V_{Rd}$  при ъгъл  $\theta = \theta_{opt}$ , определен от условието

$$V_{Rd,max} = V_{Rd,s} \quad (2)$$



Фиг. 1

Като се вземе предвид, че максималната напречна сила, която може да бъде поета от наклонените натискови диагонали на фермовия модел – фиг. 1 и тази, която стремената могат да поемат, са съответно

$$V_{Rd,max} = v_1 f_{cd} b_w z \sin\theta \cos\theta, \quad (3)$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} f_{ywd} z \operatorname{ctg}\theta, \quad (4)$$

от (2) следва

$$v_1 f_{cd} b_w z \sin\theta_{opt} \cos\theta_{opt} = \frac{A_{sw}}{s_w} f_{ywd} z \operatorname{ctg}\theta_{opt}. \quad (5)$$

След преобразованя за  $\theta_{opt}$  се получава

$$\theta_{opt} = \arcsin \sqrt{\frac{A_{sw} f_{ywd}}{s_w v_1 f_{cd} b_w}}. \quad (6)$$

Известно е, че от напречните сили при приетия фермов модел се получава нарастване  $\Delta F_{td}$  на усилието в надлъжната армировка, намираща се в опънния пояс на виртуалната ферма. Минималната площ на достигащата до опората надлъжна армировка, необходима за поемане на  $\Delta F_{td}$ , при условие че тя е достатъчно добре закотвена, е

$$A_{s,req} \geq \Delta F_{td} / f_{yd}, \quad (7)$$

където

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} \operatorname{ctg}\theta. \quad (8)$$

Ако обаче наличната опънна армировка в разглежданото сечение е с площ  $A_{s,prov} < A_{s,req}$ , това условие ще лимитира една по-ниска носещата способност

$$V'_{Rd} < \max V_{Rd}. \quad (9)$$

Тази по-ниска носеща способност може да се определи от (8), като се приеме, че  $V_{Ed} = V'_{Rd}$ . Тогава при  $\theta = \theta_{opt}$  за  $V'_{Rd}$  се получава

$$V'_{Rd} = 2\Delta F_{td} / \operatorname{ctg}\theta_{opt}. \quad (10)$$

Като се вземе предвид, че наличната надлъжна армировка при опората е  $A_{s,prov}$ , тогава от (7) може да се запише, че

$$\Delta F_{td} = A_{s,prov} f_{yd}. \quad (11)$$

Ако  $\Delta F_{td}$  от (11) се замести в (10), за  $V'_{Rd}$  се получава

$$V'_{Rd} = 2A_{s,prov} f_{yd} / \operatorname{ctg}\theta_{opt} < \max V_{Rd}. \quad (12)$$

Ако  $V'_{Rd} < V_{Ed}$ , това все още не означава, че сечението с меродавната напречна сила е изчерпало носещата си способност. Като се анализира формула (12), се вижда, че при нарастване на ъгъл  $\theta$ , стойността на функцията  $\operatorname{ctg}\theta$  намалява, в резултат на което носещата способност  $V'_{Rd}$  ще нараства. Ако нарастването на  $\theta$  продължи, в един момент носещата способност ще достигне стойност  $V''_{Rd}$ , такава, че

$$V'_{Rd} < V''_{Rd} = V_{Rd,s} < V_{Rd}. \quad (13)$$

Ъгълът  $\theta'$ , при който носещата способност за напречни сили ще стане равна на  $V_{Rd}''$ , може да се определи от условието

$$V_{Rd}'' = V_{Rd,s}, \quad (14)$$

където от равенство (12)

$$V_{Rd}'' = 2A_{s,prov}f_{yd} / \text{ctg}\theta', \quad (15)$$

а от равенство (4)

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} f_{ywd} z \text{ctg}\theta'. \quad (16)$$

След като изрази (15) и (16) се заместят в (14) и се вземе предвид, че  $z \approx 0,9d$ , след преобразования за  $\theta'$  се получава изразът:

$$21,8^\circ \leq \theta' = \arctg \sqrt{\frac{0,45f_{ywd} A_{sw}/s_w}{A_{s,prov}f_{yd}d}} \leq 45^\circ. \quad (17)$$

От равенство (15) за ъгъл  $\theta'$  може да се определи  $V_{Rd}''$  и ако  $V_{Rd}'' > V_{Ed}$ , това означава, че носимоспособността на срязване на разглежданото меродавно напречно сечение е достатъчна.

**Пример:** Да се провери носимоспособността за напречни сили на проста греда от съществуваща сграда, при която поради промяна на предназначението експлоатационният товар се е увеличил. Размерите на напречното сечение на гредата са 200/450 mm, а меродавната напречна сила е  $V_{Ed} = 112,80 \cdot 10^3$  N. Установено е, че материалите, от които е изпълнена гредата, са бетон С 20/25 и стомана клас В 500. Наличната надлъжна армировка е 3 $\phi$ 12, като до опората достигат 2 $\phi$ 12, които са достатъчно добре закотвени. Напречната армировка е от вертикални стремени  $\phi$ 8/150 mm.

1. За бетон клас С 20/25  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{cd} = 13,33$  MPa.

За стомана клас В 500  $f_{yd} = f_{ywd} = 435$  MPa.

2.  $d = h - \phi/2 - \phi_w - c_{nom} = 450 - 6 - 4 - 20 = 420$  mm.

3.  $A_{sw}/s_w = 2.50,3/150 = 0,6707$  mm<sup>2</sup>/mm.

4.  $v_1 = 0,6(1 - f_{ck}/250) = 0,6(1 - 20/250) = 0,552$ .

5. От равенство (6)

$$\theta_{opt} = \arcsin \sqrt{\frac{A_{sw}}{s_w} \frac{f_{ywd}}{v_1 f_{cd} b_w}} = \arcsin \sqrt{0,6707 \cdot \frac{435}{0,552 \cdot 13,33 \cdot 200}} = 0,44526.$$

$21,8^\circ < \theta_{opt} = 26,44^\circ < 45^\circ$ .

6. От равенство (8)

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} \text{ctg}\theta = 0,5 \cdot 112,80 \cdot 10^3 \cdot \text{ctg}26,44^\circ = 113,42 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

7. От равенство (7)

$$A_{s,req} \geq \Delta F_{ld} / f_{yd} = 113,42 \cdot 10^3 / 435 = 261 \text{ mm}^2 > A_{s,prov} = 226 \text{ mm}^2 .$$

8. За  $\theta = \theta_{opt} = 26,44^\circ$  и при  $z \approx 0,9d = 0,9 \cdot 420 = 378 \text{ mm}$  от изрази (3), (4) и (12) се получава – фиг. 2:

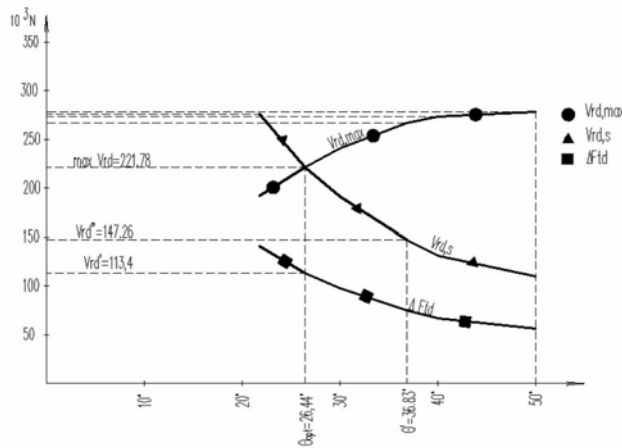
$$V_{Rd,max} = v_1 f_{cd} b_w z \sin\theta \cos\theta = 0,552 \cdot 13,33 \cdot 200 \cdot 378 \cdot 0,4452 \cdot 0,8954 = 221,78 \cdot 10^3 \text{ N};$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} f_{ywd} z \text{ctg}\theta = 0,6707 \cdot 435 \cdot 378 \cdot 2,011 = 221,78 \cdot 10^3 \text{ N};$$

$$V'_{Rd} = 2A_{s,prov} f_{yd} / \text{ctg}\theta_{opt} = 2 \cdot 226 \cdot 435 / 2,011 = 97,78 \cdot 10^3 \text{ N};$$

$$V'_{Rd} = 97,78 \cdot 10^3 \text{ N} < V_{Ed} = 112,80 \cdot 10^3 \text{ N}$$

⇒ носимоспособността на срязване при  $\theta = \theta_{opt} = 26,44^\circ$  не е осигурена.



Фиг. 2

9. От равенство (17) се определя

$$\theta' = \text{arctg} \sqrt{\frac{0,45 f_{ywd} d A_{sw} / s_w}{A_{s,prov} f_{yd}}} = \text{arctg} \sqrt{\frac{0,45 \cdot 435 \cdot 420 \cdot 0,6707}{226 \cdot 435}} = 36,83^\circ .$$

10. От равенство (15) се получава, че

$$V''_{Rd} = 2A_{s,prov} f_{yd} / \text{ctg}\theta' = 2 \cdot 226 \cdot 435 / \text{ctg}36,83^\circ = 147,26 \cdot 10^3 \text{ N} .$$

Вижда се, че

$$V'_{Rd} = 97,78 \cdot 10^3 \text{ N} < V''_{Rd} = 147,26 \cdot 10^3 \text{ N} < V_{Rd,max} = 221,78 \cdot 10^3 \text{ N} .$$

Освен това

$$V''_{Rd} = 147,26 \cdot 10^3 \text{ N} > V_{Ed} = 112,80 \cdot 10^3 \text{ N} ,$$

което означава, че носимоспособността на гредата за напречни сили при  $\theta = \theta' = 36,83^\circ$  е осигурена.

## ЛИТЕРАТУРА

1. БДС EN 1992-1-1. ЕВРОКОД 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции, Част 1-1: Общи правила и правила за сгради, 2005.
2. Русев, К. и др. Ръководство по стоманобетон Еврокод 2, КИИП, София, 2013.
3. Бронштейн, И. Н., К. А. Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, издательство "Наука", Москва, 1980.

## BEARING CAPACITY OF SHEARING AT END SUPPORTS OF BEAM ELEMENTS

M. Andreev<sup>1</sup>

**Keywords:** bearing capacity of shearing, authoritative shear, truss model

**Research area:** RC structures

### ABSTRACT

This paper presents a methodology for verifying bearing capacity of shearing in transverse section with authoritative force at final free supports of beam elements. It is known that the bearing capacity of shearing is  $V_{Rd} = \min(V_{Rd,max}, V_{Rd,s})$ . It reaches its maximum at an angle  $\theta_{opt}$  determined by the condition  $V_{Rd,max} = V_{Rd,s}$ , where  $V_{Rd,max}$  is the maximum shear force that can be sustained by compressive sloping diagonal truss model, and  $V_{Rd,s}$  is the lateral force which is borne by the stirrups. At final support of that kind, however, there is another factor that may also affect on the bearing capacity of shear. That is the quantity of longitudinal reinforcement  $A_{sl,prov}$  in considered section on the condition that it is sufficiently well anchored in the support. In case of  $A_{sl,prov} < A_{sl,req}$ , where  $A_{sl,req}$  is the reinforcement necessary for taking off the additional tensile strength  $\Delta F_{sd}$ , this will limit a smaller carrying capacity of shearing, which at  $\theta = \theta_{opt}$  will be  $V'_{Rd} < V_{Rd}$ . The article shows how in such cases, at available longitudinal and transverse reinforcement, the actual bearing capacity of shear  $V_{Rd,real}$ , such that  $V'_{Rd} < V_{Rd,real} < V_{Rd}$ , can be determined and whether the real bearing capacity is sufficient the prevailing section to take over computing shear  $V_{Ed}$  can be checked.

---

<sup>1</sup>Metodi Andreev, Chief Assist. Dr. Eng., Dept. "Reinforced Concrete Structures", UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: ekonproekt@dir.bg