

ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

Юбилейна приложна научно-техническа конференция
„65 години Хидротехнически факултет и 15 години немскоезиково обучение”

6–7 ноември 2014
6–7 November 2014

International Jubilee Conference
„65th Anniversary Faculty of Hydraulic Engineering and 15th Anniversary Hydraulic Engineering in German”

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

XLVII ^{ТОМ}
vol.

2014

св.
fasc. I-B

ИНВЕРСИЯ НА ВРЕМЕТО В КЛАСИЧЕСКАТА КИНЕМАТИКА НА МАТЕРИАЛНА ТОЧКА

З. Пейков¹, Т. Спиридонов²

Ключови думи: време, инверсия на времето

Научна област: теоретична и математическа физика

РЕЗЮМЕ

На базата на факта, че времето в класическата физика се проявява единствено чрез движението на телата, теоретично е разгледан въпросът за обръщане хода на времето (от бъдещето към миналото) в кинематиката на материална точка. Дефиниран е методът за инверсия на времето и отражението му върху кинематичните величини и закони, описващи движението. Разгледани са три основни вида движения в кинематиката спрямо обръщане хода на времето:

а) напълно обратими движения – това са всички равномерни движения. Те могат да протичат по един и същи начин в права и обратна посока на хода на времето и по-казват, че времето тече, но не могат да определят неговата посока;

б) полуобратими движения – това са всички движения, при които ускорението е четна функция при инверсия на времето. Те изменят само временно характера си в права и обратна посока на хода на времето за определен период. След това полуобратимите движения протичат идентично. Те също показват, че времето тече, но не определят неговата посока.

в) напълно необратими движения – това са движения, при които тангенциалното ускорение е нечетна функция спрямо инверсия на времето. Те могат да протичат само в едната посока на хода на времето, в обратната посока те са невъзможни. Необратимите движения могат да се използват за определяне посоката на времето.

¹ Звезделин Пейков, доц. д-р, кат. „Физика”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски” № 1, 1046 София, e-mail: peukov_fhe@uacg.bg

² Тодор Спиридонов, гл. ас., кат. „Физика”, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски” № 1, 1046 София

Разгледани са причините за тези три вида движения и са получени съответните закони за движението, скоростта и ускорението в права и обратна посока на хода на времето. Показана е връзката им с някои основни величини и закони в класическата физика.

1. Въведение

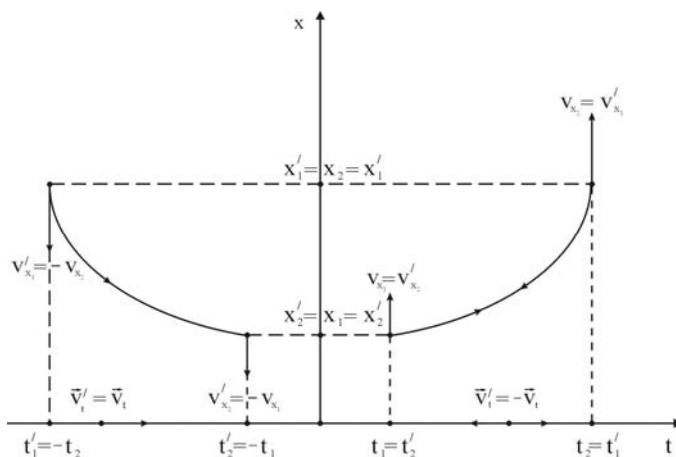
Основно свойство на времето е, че се проявява чрез движението на телата. Нека за момент си представим, че времето тече в обратна посока – от бъдещето към миналото. Как това се отразява на движенията в кинематиката?

2. Дефиниция

Да се обърне посоката на времето за една произволно движеща се материална точка означава тя да премине през същите пространствени положения при движението си, но в обратен ред, със същата по големина скорост, но в обратна посока [1].

2.1. Описание на инверсията на времето

Да разгледаме материална точка, движеща се по оста Ох (фиг. 1). За интервал време $\Delta t = t_2 - t_1$ тя изминава разстояние $\Delta x = x_2 - x_1$. Проекцията на скоростта \vec{v} по Ох в началния и крайния момент е $v_{x1} \neq v_{x2}$.



Фиг. 1. Описание на инверсията на времето

Съгласно дефиницията инверсия на времето означава точката да измине обратно разстоянието $x_2 \rightarrow x_1$ със същата по големина скорост, но в обратна посока. За обръщане хода на времето ще използваме начина, описан в [1], като на всеки момент време t от движението на точката се приписва отрицателна стойност

$$t' = -t . \tag{1}$$

Това е еквивалентно на отражение на оста на времето спрямо началото ѝ (фиг. 1 – лява част), но без да се изменя посоката на скоростта на времето: $\vec{v}'_t = \vec{v}_t$, въпреки че формално сега то тече от бъдещето към миналото. При това моментите време променят знака си: $t'_1 = -t_2 < 0$, $t'_2 = -t_1 < 0$, като крайният момент става начален и обратно, а интервалите време запазват знака си:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = -t_1 - (-t_2) = t_2 - t_1 = \Delta t > 0.$$

Пространствените положения запазват знака си, но следват в обратен ред:

$$x'_1 = x_2; \quad x'_2 = x_1,$$

а пространствените интервали променят знака си:

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = x_1 - x_2 = -(x_2 - x_1) = -\Delta x.$$

Скоростта на точката също променя посоката си:

$$v'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{-\Delta x}{\Delta t} = -v_x, \quad (2)$$

с което се удовлетворява дефиницията за инверсия хода на времето.

3. Инверсия на времето при кинематичните величини, описващи движението

Ще разгледаме как инверсията на времето влияе на кинематичните величини, описващи движението на материална точка. Смяната на посоката на времето ще отразяваме, като заместваем моментите време t' с $(-t)$, като началният момент става краен и обратно, и ще изменяме посоките на скоростите: $\vec{v}' = -\vec{v}$ съгласно казаното по-горе.

3.1. Положения и моменти

$\vec{r}' = \vec{r}$ – радиус-вектор;

$\vec{\phi}' = \vec{\phi}$ – позиционен ъгъл при движение по окръжност;

$t' = -t$ – момент време.

3.2. Изменения на положението и времето

$\Delta \vec{r}' = \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = -(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = -\Delta \vec{r}$ – преместване;

$\Delta s' = \Delta s$ – изминат път;

$\Delta \vec{\phi}' = \vec{\phi}'_2 - \vec{\phi}'_1 = \vec{\phi}_1 - \vec{\phi}_2 = -(\vec{\phi}_2 - \vec{\phi}_1) = -\Delta \vec{\phi}$ – ъгъл на завъртане;

$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = -t_1 - (-t_2) = t_2 - t_1 = \Delta t$ – интервал време;

(Същото се отнася и за диференциалните изменения).

$$T' = T \quad - \text{период;}$$

$$v' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T} = v \quad - \text{честота;}$$

$$\omega' = \frac{\Delta\phi'}{\Delta t'} = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t} = -\omega \quad - \text{кръгова честота.}$$

3.3. Скорости

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{-d\vec{r}}{dt} = -\vec{v} \quad - \text{нечетни функции спрямо инверсия на времето.}$$

$$\vec{\omega}' = \frac{d\vec{\phi}'}{dt'} = \frac{-d\vec{\phi}}{dt} = -\vec{\omega}$$

$$\vec{v}' = \vec{\omega}' \times \vec{r}' = -\vec{\omega} \times \vec{r} = -\vec{v} \quad - \text{правилото на десния винт се запазва.}$$

3.4. Изменения на скорости

$$\Delta\vec{v}' = \vec{v}'_2 - \vec{v}'_1 = -\vec{v}_1 - (-\vec{v}_2) = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \Delta\vec{v};$$

$$\Delta\vec{\omega}' = \vec{\omega}'_2 - \vec{\omega}'_1 = -\vec{\omega}_1 - (-\vec{\omega}_2) = \vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1 = \Delta\vec{\omega}$$

(Същото се отнася и за диференциалните изменения).

3.5. Ускорения

Ще смятаме отначало, че ускорението не е пропорционално на скоростта.

$$\vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a};$$

$$\vec{a}'_{\tau} = \frac{dv'}{dt'} \vec{e}'_{\nu} = \frac{-dv}{dt} (-\vec{e}_{\nu}) = \frac{dv}{dt} \vec{e}_{\nu} = \vec{a}_{\tau}$$

(Тук единичният вектор, показващ посоката на скоростта, променя посоката си $\vec{e}'_{\nu} = -\vec{e}_{\nu}$).

$$\vec{a}'_{\text{n}} = \omega'^2 \rho' \vec{n}' = (-\omega)^2 \rho \vec{n} = \vec{a}_{\text{n}}.$$

(Тук радиусът на кривината на траекторията и нормалният вектор към нея не се променят при инверсия на времето).

$$\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{\text{n}} = \vec{a}'_{\tau} + \vec{a}'_{\text{n}} = \vec{a}';$$

$$\vec{\alpha}' = \frac{d\vec{\omega}'}{dt'} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\alpha};$$

$$\vec{a}'_{\tau} = \vec{\alpha}' \times \vec{r}' = \vec{\alpha} \times \vec{r} = \vec{a}_{\tau}.$$

Всички ускорения са четни функции при инверсия на времето.

Аналогично могат да се разглеждат и производните по времето от по-висок ред.

3.6. Закон за движението, скоростта и ускорението

Съгласно първата част на дефиницията за инверсия на времето – материалната точка да преминава през същите пространствени положения, но в обратен ред – следва, че законът за движението трябва да бъде четна функция при инверсия на времето

$$\vec{r}'(t') = \vec{r}(-t). \quad (3)$$

Съгласно втората част от дефиницията – скоростта на материалната точка да запазва големината си, но да изменя посоката си наобратно – следва, че законът за скоростта трябва да бъде нечетна функция при инверсия на времето

$$\vec{v}'(t') = -\vec{v}(-t). \quad (4)$$

Горните два закона изискват при инверсия на времето и законът за ускорението да бъде четна функция

$$\vec{a}'(t') = \vec{a}(-t). \quad (5)$$

Но това е само необходимо условие, но не и достатъчно, тъй като ускорението се определя не от закона за движението, а от силата, която действа на точката, и то може да не бъде четна функция (вж. по-долу).

3.7. Уравнения на движението

Ще разгледаме как инверсията на времето влияе върху основното уравнение на движение в класическата механика – вторият принцип на Нютон [2].

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{dm'}{dt'}(-\vec{v}') + m'\frac{d\vec{v}'}{dt'} = \\ &= \frac{dm'}{dt'}\vec{v}' + m'\frac{d\vec{v}'}{dt'} = \frac{d(m'\vec{v}')}{dt'} = \frac{d\vec{p}'}{dt'} = \vec{F}' \end{aligned} \quad (6)$$

(Тук $\vec{p} = m\vec{v}$ е импулс на тялото; $m = m'$ – маса на тялото, която не се изменя при инверсия на времето; $\frac{dm}{dt} = -\frac{dm'}{dt'}$ – скорост на изменение на масата при реактивни движения, която е нечетна функция спрямо инверсия на времето.)

Вижда се, че уравнението на движение (вторият принцип на динамиката) се запазва при инверсия на времето – тоест то е обратимо във времето. Но и тук това е само необходимо, но не и достатъчно условие.

4. Примери за инвертирани във времето движения

Поставя се въпросът – можем ли да използваме дадено движение, за да определим посоката на течение на времето – от миналото към бъдещето или обратно? На пръв поглед отговорът е отрицателен, защото уравненията на движение са симетрични спрямо инверсия на времето – самите движения могат да протичат в права или обратна посока. Но, както ще видим по-долу, това не е точно така.

4.1. Напълно обратими във времето движения

4.1.1. Покой

Когато материалната точка е в покой спрямо отправната система, кинематичните величини са: $\vec{r} = \text{const}$, $\Delta\vec{r} = \mathbf{0}$, $\Delta s = 0$, $\vec{v} = \mathbf{0}$, $\vec{a} = \mathbf{0}$. Единствено интервалът време Δt е неопределена величина. Обръщането на посоката на времето не влияе върху всички тези величини – те не се изменят. Това е така, защото покоят е състояние, а не движение. Можем да поставим въпроса – тече ли в този случай времето изобщо (Δt расте неограничено) и ако тече – в каква посока? Кинематиката в този случай не може да даде отговор на поставения въпрос: времето може и да не тече ($\Delta t = 0$, $t = \text{const}$), а така също не можем да определим и неговата посока (ако тече) – от миналото към бъдещето или обратно. Причината за това е, че ние определяме времето посредством движението, а в този случай то отсъства.

4.1.2. Равномерно праволинейно движение (фиг. 2)

Нека да проектираме векторните закони за ускорението, скоростта и движението по оста Ox на избраната отправна координатна система:

$$a_x(t) = 0;$$

$$v_x(t) = v_{0x} = \text{const};$$

$$x(t) = x_0 + v_x(t - t_0), \quad t \in (-\infty, +\infty)$$

и в тях да заменим v_x с $-v_x$, v_{0x} с $-v_{0x}$ и моментите време t с: $t' = -t$, $t'_0 = -t_0$, което отговаря на обръщане посоката на времето. Получаваме:

$$a'_x(t') = a_x(-t) = 0;$$

$$v'_x(t') = -v_x(-t) = -v_{0x} = -\text{const};$$

$$x'(t') = x'_0 + v'_x(t' - t'_0) = x_0 - v_x(-t + t_0) = x_0 + v_x(t - t_0) = x(t),$$

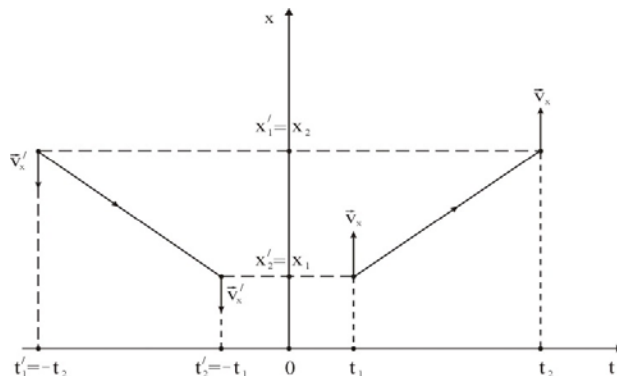
$$t' \in (-\infty, +\infty).$$

Получените закони за ускорението, скоростта и движението показват, че точката се движи равномерно праволинейно в обратна посока на Ox , като преминава през същите пространствени положения със същата по големина скорост, но в обратен ред. (Това е в сила и когато $t_0 = 0$). Оказва се, че законът за скоростта е нечетна функция, а законът за ускорението и движението – четна функция спрямо инверсия на времето t .

Вижда се, че инвертираното движение е напълно аналогично на изходното, но става в обратна посока. Такова движение ще наричаме **напълно обратимо във времето**. Нещо повече, посоката на движението се определя от избора на отправната координатна система. Забележете, че ако инвертираме пространствената ос Ox спрямо началото ѝ с точност до адитивна константа, движението по нищо не се отличава от изходното. Нещо повече, ако разгледаме две еднакви материални точки, движещи се равномерно праволинейно с еднакви скорости една срещу друга и обърнем посоката на времето, ще получим пак две материални точки, движещи се една спрямо друга със същите скорости. Единствената разлика е, че двете точки се разменят.

Ето защо можем да направим фантастичния на пръв поглед извод, че не можем априори да определим за кои равномерно праволинейно движещи се тела времето тече

в едната или в другата посока, т.е. равномерно праволинейно движение показва, че времето тече, но не определя неговата посока.



Фиг. 2. Инверсия на времето при равномерно праволинейно движение

Друга важна забележка: процесът на равномерно праволинейно движение може да се смята за обратим, тъй като не съществува причина за това движение.

Съществуват още много напълно обратими във времето движения като напр. равномерно движение по окръжност, елипса, разпространение на плоска, хармонична вълна в непоглъщаща енергия среда и др., които тук няма да разглеждаме.

4.1.3. Общ случай на напълно обратими движения

Ще докажем следната теорема: всяко произволно равномерно движение е напълно обратимо във времето. Наистина за произволно равномерно (криволинейно или праволинейно) движение имаме:

$$\vec{a}'_{\tau}(t') = \vec{a}_{\tau}(-t) = 0;$$

$$\vec{a}'_{\text{n}}(t') = a'_{\text{n}} \vec{n}'(t') = (-\omega)^2 \rho' \vec{n}'(t') = \omega^2 \rho \vec{n}(-t) = \vec{a}_{\text{n}}(-t); a'_{\text{n}} = a_{\text{n}} = \omega^2 \rho = \text{const};$$

$$\vec{\alpha}'(t') = \vec{\alpha}(-t) = 0;$$

$$\vec{a}'(t') = \vec{a}'_{\tau} + \vec{a}'_{\text{n}} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{\text{n}} = \vec{a}(-t). \quad (7)$$

Вижда се, че законът за ускорението е четна функция спрямо инверсия на времето, а това заедно с изискванията за нечетна функция на закона за скоростта и четна функция на закона за движението води до напълно обратимо движение. Причината за това е, че силата, която действа на точката в този случай, е само нормална (перпендикулярна на скоростта), а такава сила не изменя кинетичната енергия на движещото се тяло.

И тук е в сила твърдението, че всички напълно обратими движения (било то периодични или не) не определят посоката на стрелата на времето.

4.2. Полуобратими във времето движения

4.2.1. Равнопроменливо праволинейно движение (фиг. 3)

Да разгледаме частния случай на равноускорително праволинейно движение. Ако проектираме векторните закони за ускорението, скоростта и движението по координатната ос Ox , получаваме:

$$a_x(t) = a_{0x} = \text{const};$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x(t - t_0);$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_x(t - t_0)^2.$$

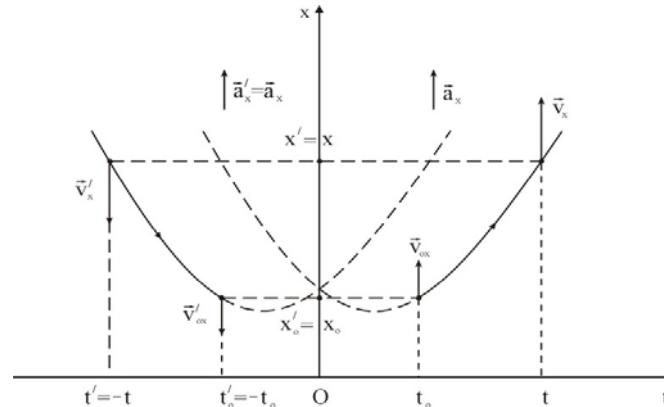
Нека в тях да заменим моментите време и проекциите на скоростта с техните отрицателни стойности. Получаваме:

$$a'_x(t') = a'_{0x} = a_{0x} = a_{0x} = \text{const} = a_x(-t);$$

$$v'_x(t') = v'_{0x} + a'_x(t' - t'_0) = -v_{0x} + a_x(-t + t_0) = -v_{0x} - a_x(t - t_0) = -v_x(t);$$

$$\begin{aligned} x'(t') &= x'_0 + v'_{0x}(t' - t'_0) + \frac{1}{2}a'_x(t' - t'_0)^2 = x_0 - v_{0x}(-t + t_0) + \frac{1}{2}a_x(-t + t_0)^2 = \\ &= x_0 + v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_x(t - t_0)^2 = x(t). \end{aligned}$$

Вижда се, че законът за скоростта е нечетна функция, а законите за ускорението и за движението – четни функции спрямо инверсия на времето t . Инвертираното движение представлява равнозакъснително движение обратно на Ox , като точката минава през същите пространствени положения със същата по големина скорост, но в обратен ред. (Същото е в сила и когато $t_0 = 0$). Или характерът на движението се изменя временно – от равноускорително се превръща в равнозакъснително. То ще остане такова, докато скоростта не стане 0, след което движението ще обърне посоката си (пак по Ox) и отново ще стане равноускорително. След интервал време $\Delta t = 2\frac{v}{a}$ инвертираното движение по нищо не се отличава от изходното. Такова движение ще наричаме **полуобратимо** във времето, защото изменя характера си само временно – за определен интервал време, който тук ще наречем период на „вихъра на времето“.



Фиг. 3. Инверсия на времето при равноускорителното праволинейно движение

Съществено значение има тук фактът, че обръщането на посоката на времето не променя посоката на ускорението. Ще отбележим нещо повече: всяко равнозакъсни-

телно праволинейно движение и без обръщане посоката на времето след определен интервал време става равноускорително в обратна посока, след като скоростта премине през 0 и си обърне посоката. Обратното е невъзможно – всяко равноускорително праволинейно движение остава винаги такова, като скоростта нараства до безкрайност. Дори и при обръщане посоката на времето, равноускорителното движение само за определен интервал време става равнозакъснително в обратна посока, докато скоростта премине през 0 и след това движението отново е равноускорително в права посока, като скоростта нараства до безкрайност.

Забележка: Формално можем да смятаме, че при равнозакъснителното праволинейно движение, когато скоростта стане 0 и обърне посоката си (съответно и преместването), става от само себе си и обръщане на посоката на времето!

Същото разглеждане е в сила и когато неинвертираното движение е равнозакъснително праволинейно.

Може ли такова движение да служи за определяне посоката на „стрелата“ на времето? За съжаление – не. И тук то само показва, че времето тече, но не определя неговата посока.

Могат да се дадат и други примери за полуобратими движения – хармонично трептене на материална точка, движение по парабола, хипербола, елипса в полето на гравитационната сила и др., които тук няма да разглеждаме.

4.2.2. Общ случай на полуобратими движения

Всички получени по-горе резултати при разгледаните случаи на движение в кинематиката се дължат основно на това, че законите за движение и ускорение са четни функции спрямо инверсия на времето, които при огледално отражение в хода на времето не изменят формата си. Законът за скоростта е нечетна функция спрямо t и при обръщане хода на времето изменя знака на скоростта. Изискването законът за ускорението да бъде четна функция е съществено, тъй като то не следва от дефиницията за инверсия на времето, както при другите два закона. Ще докажем следната теорема: ако тангенциалното ускорение при произволно движение на материална точка е четна функция спрямо инверсия на времето, то движението е напълно или полуобратимо във времето.

Имаме

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_\tau(t) + \vec{a}_n(t).$$

За нормалното ускорение вече доказахме, че представлява четна функция при инверсия на времето

$$\vec{a}_n'(t') = \vec{a}_n(-t).$$

Тогава, от условието

$$\vec{a}_\tau'(t') = \vec{a}_\tau(-t)$$

да бъде също четна функция, следва, че и пълното ускорение е четна функция

$$\vec{a}'(t') = \vec{a}(-t).$$

Тогава движението отговаря на условията за обратимост във времето и е напълно или полуобратимо.

Изискването $\vec{a}_r(t)$ да бъде четна функция е изпълнено, когато ускорението зависи само от мястото в пространството и времето, но не зависи от скоростта на тялото

$$\vec{a} = \vec{a}(\vec{r}(t), t). \quad (8)$$

Това е в сила за хомогенно стационарно поле на ускорението (съответно силата) – напълно обратими движения – или при централно стационарно поле – полуобратими движения. Нестационарните полета изискват допълнително разглеждане.

Във всички тези случаи е в сила изводът, че напълно и полуобратимите движения не могат да се използват за определяне посоката на хода на времето.

4.3. Необратими движения

Какво ще стане с обратимостта на движенията, когато ускорението е нечетна функция спрямо инверсия на времето? Ще смятаме, че ускорението на материалната точка е пропорционално на дадена степен на скоростта на тялото

$$\vec{a} = \pm k |\vec{v}|^n \vec{e}_v,$$

където k е коефициент на пропорционалност, а $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ е цяло число.

Знакът (-) отговаря на ускорения, получени под действието на така наречените дисипативни сили на триене и съпротивление, при движение на тялото в дадена среда.

Примери за такива сили:

$n = 0$ – сили на сухо триене при хлъзгане на тялото по дадена повърхност [2];

$n = 1$ – сили на съпротивление при движение на тяло с неголяма скорост във вискозен флуид – т.нар. „съпротивление в резултат на триенето“ [2];

$n = 2$ – вихрово съпротивление върху тялото, движещо се с голяма скорост във флуид [2];

$n = 3$ – съпротивление поради ударна вълна при движение на тяло със свръхзвукова скорост във флуид [2] и т.н.

Всички тези сили водят до намаляване на кинетичната енергия на движещото се тяло, която се разсейва в околната среда [2]. Работата на тези сили е отрицателна.

Знакът (+) отговаря на ускорения, получени под действието на така наречените „асипативни (кумулятивни) сили“, които действат върху тялото, когато средата се движи спрямо него. Такива сили увеличават кинетичната енергия на тялото за сметка на енергията от околната среда и извършват положителна работа.

И в двата случая ускорението на тялото е успоредно на скоростта, а движението е закъснително или ускорително.

4.3.1. Движение със сухо триене при хлъзгане (фиг. 4)

Нека едно тяло се движи праволинейно по оста Ox (хлъзга се свободно) по дадена опора. Движението му ще бъде закъснително под действието на сила на триене. Съгласно първия закон на Кулон за сухото триене при хлъзгане [2], силата на съпротивление, която действа на тялото, е

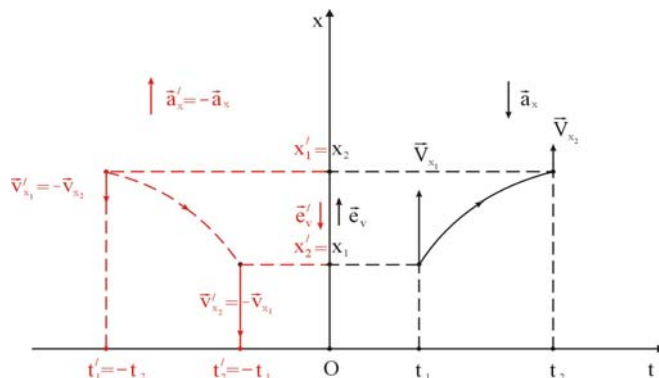
$$\vec{F}_T = -fN \frac{\vec{v}}{v} = -fN \vec{e}_v = \text{const}, \quad (9)$$

където f е коефициентът на триене при хлъзгане, N – натискът на тялото върху опората, а \vec{e}_v е единичният вектор, имащ винаги посоката на скоростта. От втория принцип на динамиката за ускорението на тялото получаваме

$$\vec{a} = -k|\vec{v}|^0 \vec{e}_v = -\frac{fN}{m} \vec{e}_v = \text{const}, \quad (10)$$

където m е масата на тялото. Важното в случая е, че посоката на ускорението е винаги обратна на посоката на скоростта. От проекцията на горния закон за ускорението по оста Ox и интегриране получаваме закона на скоростта

$$v_x(t) = v_{0x} - \frac{fN}{m} e_v t. \quad (11)$$



Фиг. 4. Инверсия на времето при движение със сухо триене при хлъзгане

Движението е равнозакъснително. Чрез повторно интегриране по t получаваме и закона за движението

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t - \frac{1}{2} \frac{fN}{m} e_v t^2. \quad (12)$$

Нека сега да обърнем посоката на времето

$$a'(t') = -\frac{fN'}{m'} e'_v = -\frac{fN}{m} (-e_v) = -a(-t),$$

което е нечетна функция на времето;

$$v'(t') = v'_{0x} - \frac{fN'}{m'} e'_v t' = -v_{0x} - \frac{fN}{m} (-e_v)(-t) = -v_{0x} - \frac{fN}{m} e_v t,$$

което не е нито четна, нито нечетна функция. В частния случай, когато $v_0 = 0$, законът за скоростта е четна функция, но такова движение (закъснително движение с нулева начална скорост) е невъзможно;

$$\begin{aligned} x'(t') &= x'_0 + v'_{0x} t' - \frac{1}{2} \frac{fN'}{m'} e'_v t'^2 = x_0 + (-v_{0x})(-t) - \frac{1}{2} \frac{fN}{m} (-e_v)(-t)^2 = \\ &= x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} \frac{fN}{m} e_v t^2, \end{aligned}$$

което също не е нито четна, нито нечетна функция. Законът става нечетна функция само в частния случай, когато $x_0 = 0$ и $v_0 = 0$, но такова движение е невъзможно.

Инвертираното движение би трябвало да е равноускорително в обратна посока на Ox с ускорение \vec{a}' , обратно на скоростта \vec{v}' ! Но такова движение е невъзможно!

Или основният извод при разглежданото движение е, че то е абсолютно необратимо във времето. Това е илюстрирано на фиг. 4. Вижда се, че тялото не може да премине през същите пространствени положения със същата по големина скорост, но в обратен порядък. Причината за това е, че ускорението променя посоката си при инверсия на времето – то винаги е обратно на скоростта и в случая е нечетна функция на времето.

4.3.2. Обтичане на тяло от флуид с неголяма скорост (фиг. 5)

Да разгледаме първоначално покоящо се тяло, обтичано от равномерно движещ се спрямо него флуид с неголяма скорост $\vec{v}_f = \text{const}$. Флуидът ще действа върху тялото с асипативна (кумулятивна) сила

$$\vec{F} = r(\vec{v}_f - \vec{v}(t)), \quad (13)$$

където $\vec{v}(t)$ е скоростта на тялото в следващ момент време, а r е коефициент на пропорционалност. Тялото ще започне да се движи ускорително по посока на силата, докато неговата скорост не се изравни с тази на флуида. Съответно ускорението на тялото ще бъде

$$\vec{a}(t) = k |\vec{v}_f - \vec{v}(t)|^n \vec{e}_v = \frac{r}{m} |\vec{v}_f - \vec{v}(t)|^n \vec{e}_v. \quad (14)$$

От проекцията на векторния закон по оста Ox чрез интегриране получаваме закона за скоростта

$$v_x(t) = v_{fx} - v_{fx} e^{-\frac{r}{m} t}. \quad (15)$$

Чрез повторно интегриране намираме и закона за движението

$$x(t) = x_0 - \frac{m}{r} v_{fx} + v_{fx} t + \frac{m}{r} v_{fx} e^{-\frac{r}{m} t}. \quad (16)$$

Нека сега да обърнем посоката на времето. Горните закони придобиват вида:

$$\begin{aligned} \vec{a}'(t') &= \frac{r'}{m'} |\vec{v}'_f - \vec{v}'(t')|^n \vec{e}'_v = \frac{r'}{m'} |-\vec{v}_f - (-\vec{v}(-t))| (-\vec{e}_v) = -\frac{r'}{m'} |\vec{v}(-t) - \vec{v}_f| \vec{e}_v = \\ &= -\frac{r'}{m'} |\vec{v}_f - \vec{v}(-t)| \vec{e}_v = -\vec{a}(-t), \end{aligned}$$

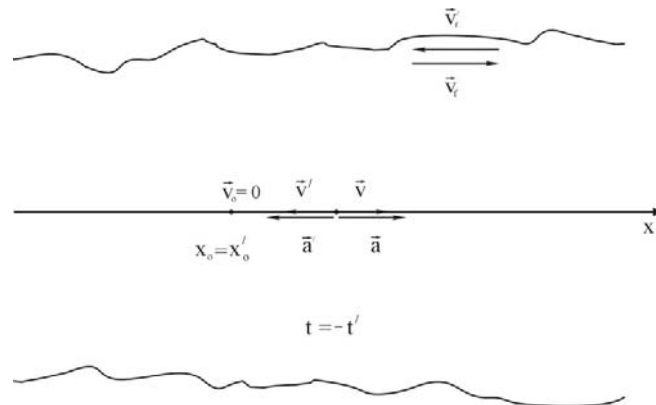
което представлява нечетна функция спрямо инверсия на времето;

$$v'_x(t') = v'_{fx} - v'_{fx} e^{-\frac{r'}{m'} t'} = -v_{fx} - (-v_{fx}) e^{-\frac{r}{m}(-t)} = -v_{fx} + v_{fx} e^{\frac{r}{m} t},$$

което не е нито четна, нито нечетна функция (тя е нечетна само в началния момент $t = 0$);

$$\begin{aligned} x'(t') &= x'_0 - \frac{m'}{r'} v'_{fx} + v'_{fx} t' + \frac{m'}{r'} v'_{fx} e^{-\frac{r'}{m'} t'} = \\ &= x_0 - \frac{m}{r} (-v_{fx}) + (-v_{fx})(-t) + \frac{m}{r} (-v_{fx}) e^{-\frac{r}{m}(-t)} = x_0 + \frac{m}{r} v_{fx} + v_{fx} t - \frac{m}{r} v_{fx} e^{\frac{r}{m} t}, \end{aligned}$$

което също не е нито четна, нито нечетна функция спрямо инверсия на времето (тя става четна само при $v_{fx} = 0$ в момент $t = 0$).



Фиг. 5. Инверсия на времето при обтичане на тяло от флуид

Инвертираното движение би трябвало да е закъснително в обратна посока на оста Ox с ускорение в същата посока, както скоростта, но такова движение е невъзможно. Или това движение също е напълно необратимо във времето.

Могат да се дадат примери и за други напълно необратими движения, извършващи се под действието на дисипативни или асипативни сили, които тук няма да разглеждаме.

4.3.3. Общ случай на напълно необратими движения

Основният извод, който може да бъде направен от тези примери е, че когато ускорението е нечетна функция спрямо инверсия на времето (\vec{a} има винаги посока, успоредна на посоката на скоростта), съответното движение е напълно необратимо във времето.

Всичко това остава в сила и когато движението е криволинейно, тъй като за разлика от нормалното ускорение (което винаги е четна функция спрямо инверсия на времето), тангенциалното ускорение остава нечетна функция.

Причината за необратимостта на тези движения е, че те стават под действието на дисипативни или асипативни (кумулятивни) сили, които винаги разсейват енергията на движещото се тяло в околната среда или обратно. Източник на тези сили е всяка точка от средата, в която се движи тялото, за разлика от всички други сили, чийто източник е локализиран в пространството и не се изменя при инверсия на времето. Нещо повече, наличието на такива сили при напълно обратими или полуобратими движения коренно изменя техния характер – те стават напълно необратими. За пример да разгледаме равномерно праволинейно движение (което иначе е напълно обратимо) със сухо триене при хлъзгане. Такова движение се осъществява под действието на сила \vec{F}_0 и сила на триене \vec{F}_T , чиято сума винаги е $\vec{F}_0 + \vec{F}_T = 0$. Ускорението на точката при това движение е $\vec{a}(t) = \vec{a}_0(t) + \vec{a}_T(t) = 0$. Инверсията във времето променя ускорението така: $\vec{a}'(t') = \vec{a}'_0(t') + \vec{a}'_T(t') = \vec{a}_0(-t) - \vec{a}_T(-t) \neq 0$, което води до неравномерно движение – движението става необратимо във времето.

Ще отбележим следния факт: необратимите движения все пак могат да се извършват при инверсия на времето, но това изисква наличието на допълнителна сила \vec{F}_{ad} при инвертираното движение, която да компенсира необратимостта на движението. Например в горния случай инвертираното движение трябва да се извършва по

действието на силите: $\vec{F}'_{ad} + \vec{F}'_0 + \vec{F}'_T = \vec{F}_{ad} + \vec{F}_0 - \vec{F}_T = \vec{F}_{ad} - 2\vec{F}_T = 0$, т.е. то не може да протече без външно въздействие.

Поставя се въпросът: могат ли напълно необратимите движения да служат за определяне посоката на стрелата на времето? Да, поради тяхната необратимост те могат да протичат само при определена посока на хода на времето. Въпросът е коя е тази посока – от миналото към бъдещето или обратно? Класическата кинематика не може да отговори на този въпрос. Априори тук трябва да се постулира, че напълно необратимите движения протичат винаги в посока на стрелата на времето „минало \rightarrow бъдеще”.

5. Механично движение и обръщане посоката на времето.

Изводи

Ще обобщим направените дотук изводи.

1. Времето и движението в кинематиката са неразривно свързани. Самото протичане на времето може да се опише единствено чрез движението на телата. Покоят не позволява да се определи дали времето тече изобщо.

2. Обръщане посоката на времето в кинематиката означава движещата се материална точка да преминава в обратен ред през същите пространствени положения, със същата по големина, но в обратна посока скорост.

При инверсия на времето пространствените положения на тялото, изминатият път и ускорението (когато то не зависи от скоростта) се запазват, а се изменят посоката на преместването и скоростите.

3. Уравненията в кинематиката (закон за движението, скоростта, ускорението и др.) са обратими при смяна на посоката на времето в отсъствие на дисипативни или асипативни сили.

4. Съществуват три вида движения по отношение инверсията на времето:

а) напълно обратими движения – това са всички равномерни движения. Те показват, че времето тече, но не определят неговата посока;

б) полуобратими движения – това са всички движения, при които ускорението е четна функция при инверсия на времето. Те също показват, че времето тече, но не определят неговата посока;

в) напълно необратими движения – това са движения, при които тангенциалното ускорение е нечетна функция спрямо инверсия на времето. Те могат да се използват за определяне посока на стрелата на времето.

5. В термодинамиката се въвеждат обратими и необратими процеси (вж. [2]), свързани с понятието *ентропия* и нейното нарастване в затворена термодинамична система. Както може да се покаже, тези процеси и ентропията са свързани с обратимостта и необратимостта на движенията в кинематиката.

6. Нито едно движение в кинематиката не позволява да се измерват пряко отделните моменти време, а се определят само интервали време (крайни или безкрайно малки). Това е така, защото континуумът на времето се приема за непрекъснат, т.е. не съществува “квант–време”. Същото се отнася и за пространството – ние можем да определяме само дължини (разлика между положенията на две точки в него), но не и да определяме пряко самите положения на точките в пространството. Пространственият континуум е също непрекъснат и не съществува “квантпространство”. Гореканзаното намира отражение и в основните измерителни единици за време и разстояние в система SI – секунда и метър, които са интервални величини, а не абсолютни.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Детлаф, А., Б. Яворский.* Курс физики. Высшая школа. Москва, 1989.
2. *Надолийски, М., З. Пейков.* Учебник по физика. УАСГ, София, 2011.

INVERSION OF TIME IN THE CLASSICAL KINEMATICS OF A MATERIAL POINT

Z. Peykov¹, T. Spiridonov²

Keywords: time, inversion of time

Research area: theoretical and mathematical physics

ABSTRACT

Since time in the classical physics demonstrates itself only through the bodies' motion, the question of reversing time flow (from future to past) in the kinematics of a material point has been discussed. Time inversion method and its reflection on kinematic quantities and laws describing motion have been defined. Three basic movements according to time inversion flow have been considered in kinematics:

a) Completely reversible movements – these are all uniform motions. They can flow equally in direct and reverse time direction, they show that time flows, but do not determine its direction;

b) Semi-reversible movements – these are all motions which acceleration is an even function of time inversion. They only temporarily for a certain period change its character in direct and reverse direction of time. After that semi-reversible movements flow identically. They also show that time flows without determining its direction;

c) Completely irreversible movements – these are motions which tangential acceleration is an odd function of time inversion. They can flow only in one time direction and they are impossible in the reverse direction. Irreversible motions can be used to determine time direction.

The causes for all three types of movements have been investigated and the corresponding laws of motion, velocity and acceleration in direct and reverse time direction have been obtained. Their connection with some basic quantities and laws in the classical physics has been pointed out.

¹ Zvezdelin Peykov, Assoc. Prof. Dr., Dept. "Physics", UACEG, 1 H. Smirnenki Blvd., Sofia 1046, e-mail: Peykov_fhe@uacg.bg

² Todor Spiridonov, Chief. Assist., Dept. "Physics", UACEG, 1 H. Smirnenki Blvd., Sofia 1046

