

ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

Юбилейна приложна научно-техническа конференция
„65 години Хидротехнически факултет и 15 години немскоезиково обучение”

6–7 ноември 2014
6–7 November 2014

International Jubilee Conference
„65th Anniversary Faculty of Hydraulic Engineering and 15th Anniversary Hydraulic Engineering in German”

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

XLVII ^{ТОМ}
vol.

2014

св.
fasc. I-B

ПРИНУДЕНИ НЕЗАТИХВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ НА МАТЕРИАЛНА ТОЧКА ПРИ КИНЕМАТИЧНО СМУЩЕНИЕ – АНИМАЦИЯ В СРЕДАТА НА MATLAB

М. Динев¹, Д. Гарилова²

Ключови думи: трептения, материална точка, закон на движение

Научна област: механика

РЕЗЮМЕ

В статията е представен разработен програмен модул в средата на Matlab за анимация на принудени незатихващи трептения на точка, предизвикани от кинематично смущение. Програмният модул ползва аналитично изведеното уравнение на движение на база съставени динамичен и математичен модел на трептяща върху гладка равнина точка. Ползва се третият, най-интерактивен метод на анимация от трите, които програмната система Matlab предлага. Всички елементи в анимационния модел – материална точка, пружина, подвижен край на пружината са дефинирани като съвкупност от линии чрез оператора line. Координатите на краищата на линиите са в масиви от данни xdata и ydata, които се запълват на база аналитичния вид на закона на движение на точката при зададени характеристики на трептящата система. Анимацията може да се наблюдава в средата на Matlab, но чрез генериран в програмния модул специален avi файл. Това е възможно и на компютри, на които не е инсталирана системата. Изследванията в статията са част от група аналитични, числени и експериментални разработки, свързани с разкриването на нова динамична лаборатория в университета.

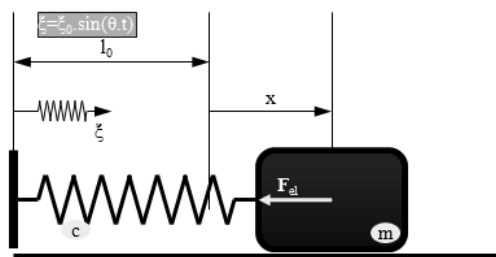
¹ Мартин Динев, студент, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София,
e-mail: martin.dinev93@abv.bg

² Даниела Гарилова, студентка, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ № 1, 1046 София,
e-mail: daniela.garilova@abv.bg

1. Въведение

В кинематиката и динамиката, основни раздели на теоретичната механика, се изучава движението на материални обекти – точки, абсолютно твърди тела, системи от тела. Аналитичните изрази, описващи това движение, дават необходимата математическа информация, но трудно читателят може да добие визуална представа за него. С навлизането на електронноизчислителната техника в научната и образователната дейност и появяването на голям брой софтуерни пакети за математически изчисления това вече е възможно. Почти всички програмни системи в областта на изчислителната математика позволяват и анимационно представяне на движението. Подобни възможности предлага и програмната система Matlab, една от които е представена в настоящата статия.

Известни са три основни метода за програмно реализиране на анимация в системата Matlab. При първия, с помощта на оператора *getframe*, се записват отделните кадри (*frames*) в специално съставена матрица. След това кадрите се проиграват за даден брой пъти с оператора *movie*. Методът не е за предпочитане, тъй като броят на кадрите е ограничен, което води до скокообразното им изменение. Освен това всички кадри остават на екрана и се наслагат един върху друг, което понякога пречи на добрата видимост. Вторият метод е подобен на първия, като всеки кадър се начертава в реално време, а предишният се изтрива. Третият вариант е най-бърз, тъй като данните се задават директно чрез присвояване с командата *set 'xdata', 'ydata'*. Последните са масиви от данни за абсцисите и ординатите на крайните точки на отделните линии в анимацията.



Фиг. 1. Динамичен модел на принудени незатихващи трептения на материална точка – кинематично смущение

В статията е приет третият вариант на анимация. Методът е приложен върху един сравнително елементарен динамичен проблем – изследване на принудените незатихващи трептения на материална точка при нулеви начални условия. Анимацията на този вид трептения е част от решението на етапа визуализация на резултатите, който етап се реализира по няколко начина чрез многобройните възможности на програмната система Matlab/Simulink. В доклада е прието, че предишните етапи на решението на обратната задача на динамиката на принудените незатихващи трептения – създаване на динамичен модел, математичен модел, аналитично решение са завършени.

2. Динамичен и математичен модел и аналитично решение на принудените незатихващи трептения на материална точка

Динамичният модел е представен на фиг. 1 – материална точка с маса m , треп-

тяща върху гладка хоризонтална равнина, като трептенето се поддържа от еластична пружина. Неподвижният край на пружината извършва хармонично движение по зададен закон.

Диференциалното уравнение на този вид трептения е

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{c^* \xi_0}{m} \cdot \sin \theta t . \quad (1)$$

Аналитичното решение на уравнение (1) при нулеви начални условия има вида

$$x = -\frac{\theta A}{\omega} \cdot \sin \omega t + A \cdot \sin \theta t . \quad (2)$$

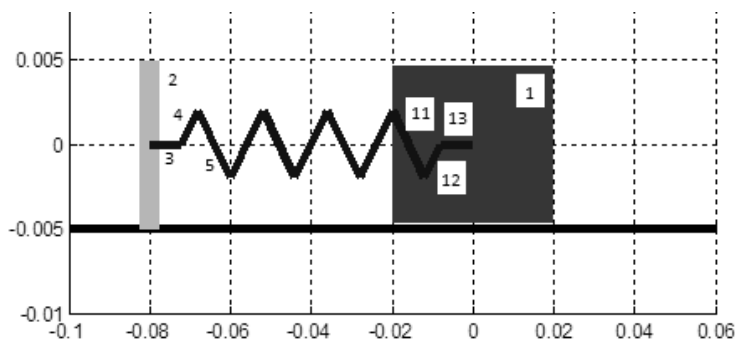
Амплитудата A на втората хармоника от уравнение (2) може да се определи по формулата

$$A = \frac{c^* \xi_0}{m} \frac{1}{\omega^2 - \theta^2} = \frac{c^* \xi_0}{m} \frac{1}{\omega^2} \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} = A_{st} \cdot \mu . \quad (3)$$

3. Програма за анимация на аналитичното решение

За да се реализира анимация на принудените незатихващи трептения на материалната точка, е съставена програма в средата на Matlab. В началото на програмата се задават параметрите на трептящата система – маса на точката, коравина на пружината, амплитуда и честота на кинематичното смущение. След това се изчисляват собствената честота и коефициентът A , а след това се изписват изразите за смущението и за преместването във функция на времето. При зададена стъпка на изменение на времето програмата изчислява последните и ги записва като два вектора- стълб с размер, който зависи от стъпката и крайното време на решението.

Анимацията, програмирана в програмата, показва движението на трептящата от фиг. 1 система. Всички подвижни елементи на тази система се дефинират като отделни линии – в програмата, приложена в статията, те са 13 – фиг. 2.



Фиг. 2. Изобразяване на трептящата система като съвкупност от обекти тип *line*

Първата линия е вертикална линия с голяма дебелина (на фигурата прилича на правоъгълник, но като обект е линия) за моделиране на трептящата точка. Линията (точката) е разположена в началото на координатната система. При анимацията тази линия се движи по закона от формула 2. Най-вляво е линията 2, която моделира неподвижния край на пружина, която при принудени трептения от кинематично смущение се движи по закона на смущението

$$\xi = \xi_0 \cdot \sin \theta t . \quad (4)$$

Останалите линии са линиите от пружината. Движението на всяка от тях се задава, чрез изменението на координатите на крайните им точки. Ординатите на точките са постоянни числа, а абсцисите им са променливи и се изразяват чрез движението в началото и края на пружината. За всяка е изведен изразът на изменение на абсцисата. Например за абсцисата на лявата точка от линия 5 изразът е

$$x_5 = \xi + .15 * (x - \xi) . \quad (5)$$

След дефинирането на всички линии чрез оператора *set* те се изобразяват, а чрез оператора *drawnow* се обновява всеки нов кадър.

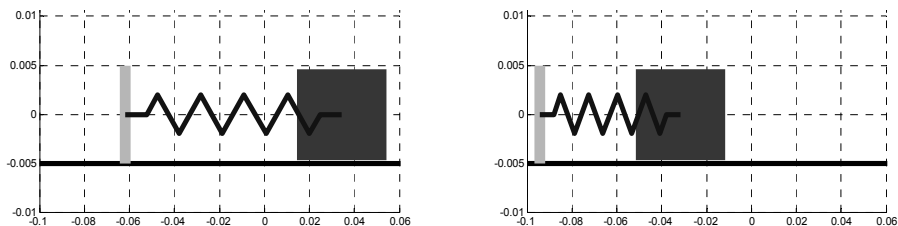
Текстът на програмата може да се види в следващия листинг, като в нея ξ се задава с x_0 , а x - с x_m .

```
%Animation of forced undamped vibrations - kinematic interferences
m=6; c=400; Q=4; q0=.02;
w=sqrt(c/m);
A=(c*q0/m)/(w^2-Q^2);
nk=10000;
t=linspace(0,5,nk);
xm=(-Q*A/w)*sin(w*t)+A*sin(Q*t);%displacement of the mass
vm=gradient(xm,t);%velocity of the mass
x0=q0*sin(Q*t)-.08;%displacement of the left end of the spring
v0=gradient(x0,t);%velocity of the left end of the spring
line([-1.08],[-.005-.005],Color,'Black',Linewidth',5)
h1=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Red',Linewidth',80);
h2=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Green',Linewidth',10);
h3=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h4=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h5=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h6=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h7=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h8=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h9=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h10=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h11=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h12=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
h13=line('Xdata',[],'Ydata',[],Color,'Blue',Linewidth',5);
% h2=rectangle('position','Xdata',[], 0, .06, 0.02)
hold on
axis([-1.06 -.01 .02])
grid
for i=1:nk
set(h1,'Xdata',[xm(i)-.02,xm(i)+.02],'Ydata',[0,0]);
set(h2,'Xdata',[x0(i),x0(i)],'Ydata',[-.005,0.005]);
set(h3,'Xdata',[x0(i),x0(i)+.1*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0,0]);
set(h4,'Xdata',[x0(i)+.1*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.15*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0,0.002]);
set(h5,'Xdata',[x0(i)+.15*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.25*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0.002,-0.002]);
set(h6,'Xdata',[x0(i)+.25*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.35*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[-0.002,0.002]);
set(h7,'Xdata',[x0(i)+.35*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.45*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0.002,-0.002]);
set(h8,'Xdata',[x0(i)+.45*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.55*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[-0.002,0.002]);
set(h9,'Xdata',[x0(i)+.55*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.65*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0.002,-0.002]);
set(h10,'Xdata',[x0(i)+.65*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.75*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[-0.002,0.002]);
set(h11,'Xdata',[x0(i)+.75*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.85*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[0.002,-0.002]);
set(h12,'Xdata',[x0(i)+.85*(xm(i)-x0(i)),x0(i)+.9*(xm(i)-x0(i))],'Ydata',[-0.002,0]);
set(h13,'Xdata',[x0(i)+.9*(xm(i)-x0(i)),xm(i)],'Ydata',[0,0]);
```

```
drawnow;  
end  
close, clear
```

4. Визуализация на анимацията

На фиг. 3 са представени два кадъра от анимацията на трептене на система със следните входни данни: $m = 6 \text{ kg}$, $c = 400 \text{ N/m}$, $\theta = 4 \text{ s}^{-1}$, $\xi_0 = .02 \text{ m}$.



Фиг. 3. Отделни кадри от анимационното представяне на принудени незатихващи трептения на материална точка – кинематично смущение

5. Заключение

Самата анимация може да се наблюдава, ако използваната компютърна конфигурация разполага с програмната система Matlab – версия 8. За да може да се наблюдава на друг компютър, анимацията трябва да се запише като отделен файл с разширение avi. Самият запис е свързан със съставянето на допълнителна програма, която не е поместена в настоящата статия.

Такъв файл за анимиране на принудените незатихващи трептения – кинематично смущение и за доста други динамични проблеми може да се изтегли от интернет страницата на лабораторията за числено и експериментално динамично моделиране към катедра “Техническа механика“ при УАСГ, която ще бъде активна от месец ноември 2014.

Статията представя част от работата на авторите по курсовата си работа по дисциплината “Динамично моделиране с Matlab/Simulink”. Тя заедно с група студентски и докторантски доклади е свързана с попълването на аналитичната и софтуерната база на лабораторията, която ще бъде открита в университета през ноември 2014 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов, П., С. Лилкова-Маркова, Б. Наков, Ю. Кехайова, Я. Данчева. Комбинирано механоматематическо и числено изследване трептенията на материална точка. Годишник на УАСГ, Vol. XLV, 2011/2012, стр. 199-211.
2. Павлов, П., С. Лилкова-Маркова, Б. Наков, Ю. Кехайова, Я. Данчева. Числена и експериментална верификация на механо-математичните модели на праволинейните трептения на материална точка. Годишник на УАСГ, Том XLV, 2012/2013, стр. 199-211.
3. Йорданов, Й. Matlab 7 – Преобразования, изчисления, визуализации – част 1. Техника, С., 2010, 319 с.

4. Павлов, П. Учебна програма по избираема дисциплина „Динамично моделиране с MatLab/Simulink“. Свितък учебни програми, Хидротехнически факултет, 2014.

FORCED UNDAMPED VIBRATIONS OF A PARTICLE IN KINEMATIC INTERFERENCES – ANIMATION IN THE FIELD OF MATLAB

M. Dinev¹, D. Garilova²

Keywords: vibrations, particle, law of motion

Research area: mechanics

ABSTRACT

This paper presents program module, created in the medium of Matlab for animation of the forced undamped vibrations of a particle, caused by kinematic interferences. Program module uses analytically resulting equation of motion on the basis of dynamic and mathematical models of a particle vibrating on a smooth plane. From the three models that the Matlab programming system offers, the third, most interactive method of animation is used. All elements in the animated model – particle, spring, rolling end of the spring, are defined as a set of lines by the line operator. The coordinates of the ends of the lines are in datasets xdata and ydata, which are filled in on the basis of the analytical form of the law of motion of the particle on selected characteristics of the vibrating system. The animation can be seen in the field of Matlab, but by means of special avi file generated from the program module, it is possible also on computers that do not have the system installed. Research in the report is part of a group of analytical, numerical and experimental studies related to the establishment of a new dynamic lab at the university.

¹ Martin Dinev, student, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: martin.dinev93@abv.bg

² Daniela Garilova, student, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046,
e-mail: daniela.garilova@abv.bg