

ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

Юбилейна приложна научно-техническа конференция  
„65 години Хидротехнически факултет и 15 години немскоезиково обучение”

6–7 ноември 2014  
6–7 November 2014

International Jubilee Conference  
„65<sup>th</sup> Anniversary Faculty of Hydraulic Engineering and 15<sup>th</sup> Anniversary Hydraulic Engineering in German”

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

XLVII <sup>ТОМ</sup>  
vol.

2014

св.  
fasc. I-A

## ПЕРИОДИТЕ НА НЕЗАТИХВАЩИТЕ ТРЕПТЕНИЯ НА ЯЗОВИРНИТЕ СТЕНИ – КЛЮЧ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА КОЕФИЦИЕНТИТЕ НА ЗАТИХВАНЕ

С. Тасев<sup>1</sup>, С. Григоров<sup>2</sup>, А. Ценков<sup>3</sup>

*Ключови думи:* язовирни стени, динамика, периоди, коефициенти на затихване

*Научна област:* хидротехника

### РЕЗЮМЕ

Резултатите от изследванията на язовирните стени могат да бъдат интерпретирани в пълнота, ако са известни матриците на масата, на коравината и на затихването. Определянето на коефициентите на затихване е основен проблем, в чието разрешаване има много несигурност и неизвестност. Определянето на периодите на незатихващите трептения е ключът към неговото решение.

В настоящата работа накратко е представен разработен по-рано метод, в който е предложен подход за определянето на периодите на незатихващите трептения. Намерено е доказателство за верността на използвания подход. То се основава на зависимост, предложена през първата половина на миналия век, която тогава е била трудна за реализиране, поради което днес може да се каже, че е добре забравена. След кратък теоретичен преглед е показан пътят за решаването на проблема. Въз основа на тази зависимост са получени и са обобщени резултати за затихващите трептенията на основните видове язовирни стени. Те представляват потвърждение както за правилността на използвания подход за определяне на периодите на незатихващите трептения, така и за изчислените чрез тях коефициенти на затихване.

<sup>1</sup> Стефан Тасев, доц. д-р инж., НИМХ – АН, бул. “Цариградско шосе“ № 66, София, e-mail: stefan.g.tasev@gmail.com

<sup>2</sup> Стоян Григоров, проф., бул. “Хр. Смирненски“, № 47, София, e-mail: s.grigorov@mist-bg.com

<sup>3</sup> Антон Ценков, д-р инж., STUCKY Ltd, Швейцария, e-mail: atzenkov@stucky.ch

## 1. Увод

Изследването на динамичното поведение на язовирните стени неизменно включва определянето на честотите на трептене и на коефициентите на затихване. Независимо от вида на натоварването, използвано за разтрептяването на системата стена-вода-основа, регистрираните честоти представляват честоти на затихващи трептения на системата. Честотите на незатихващите трептения обаче не могат да бъдат измерени нито в лабораторни, нито в натурни условия, а тяхното познаване е основен фактор при изчисляването на затихването.

В настоящата работа е представен подход за определяне на периодите на незатихващите трептения. Намерено е доказателство за съответствието между периодите на незатихващите трептения и периодите на затихващите трептения. Даден е пример за приложението на подхода с данни от експериментални и числени изследвания на дъговата язовирна стена “Мороу Поинт“ (САЩ).

## 2. Състояние на проблема

След експерименталното определяне на честотите на затихващи трептения  $\omega_D$  и изчисляването на съответните коефициенти на затихване  $\zeta$ , би следвало да бъдат определени честотите на незатихващи трептения  $\omega_U$  по формулата

$$\omega_U = \omega_D \sqrt{1 - \zeta^2} . \quad (1)$$

Това логично продължение не се среща нито в литературата, нито в практиката. Причината е, че се получават неприемливи резултати за честотите на незатихващи трептения поради голямата неточност при изчисляването на коефициентите на затихване за форми на трептене, различни от първата. В специализираната литература могат да се срещнат някои опити за определянето на периодите на незатихващите трептения, които според нас не водят до желанния резултат. Опитите за определяне на коефициентите на затихване са по-многобройни [1, 2], поради което и броят на неудовлетворителните и/или неприемливите резултати е по-голям.

Необходимостта от познаването на периодите на незатихващите трептения е била почувствана осезателно още при провеждането на първите експериментални изследвания и особено силно при първите опити за числени изследвания, както е отбелязал Нюмарк [3], разглеждайки работата на Берг [4].

Относно определянето на коефициентите на затихване трябва да се подчертае, че полусиловият метод е валиден само за системи с една степен на свобода [3]. Това условие при системи с много степени на свобода съответства на първата форма на трептене, а нейният коефициент на затихване  $\zeta_1$  е натоварен с минимална грешка и единствено той може да бъде приет като правилно определен. Проблемът е дискутиран от много автори, но е разгледан обстойно в [2], където е посочено, че поради липса на по-добър метод масово и безкритично се използва полусиловият метод и то не само за определянето на затихването за първата форма на трептене. Там е акцентирано на необходимостта от по-прост метод, който да обезпечи по-точни прогнози за реагирането на изследваните стени, респ. за определянето на затихването.

### 3. Определяне на периодите на незатихващите трептения

Използват се методът на крайните елементи и методът за идентифициране и прогнозиране (МИП) на динамичните характеристики на язовирни стени [5]. За да се получи интегрируем израз, уравнението на движение се опростява до вида

$$([K] - \omega^2 [M])\{\delta_0\} = 0, \quad (2)$$

където  $K$  и  $M$  са матрици на коравината и на масите, а  $\omega$  е кръгова честота, която при липса на затихване и на външно натоварване е очевидно, че е честота на незатихващите трептения  $\omega_U$ .

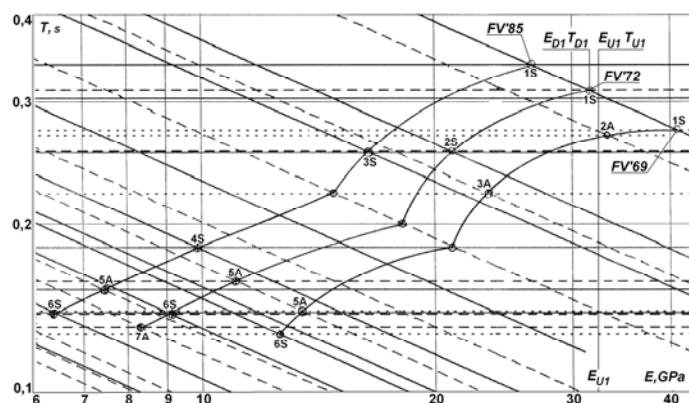
За построени и подложени на динамични тестове конструкции са известни периодът на първата форма на трептене  $T_{D1}$  и коефициентът на затихване  $\zeta_1$ . Периодът на незатихващото трептене на първата форма  $T_{U1}$  се получава чрез формулата

$$T_U = T_D \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad (3)$$

където периодът на затихващите трептения за първата форма на трептене е  $T_{D1} = 1/f_1$ , а  $f$  е измерената честота (в Hz). Затихването се изчислява по формула (3), но във вида

$$\zeta = \sqrt{1 - (T_U / T_D)^2}. \quad (4)$$

Основната идея на МИП е да бъдат получени липсващите в натурните тестове периоди на затихващите трептения. За целта въз основа на данни от натурните тестове в двойнологаритмична координатна система  $E-T$  се построява резонансна ходова крива (РХК). На фиг. 1 са показани три РХК за три теста на дъговата язовирна стена “Мороу Поинт” (САЩ). Следва изчисляване по формула (3) на периода  $T_{U1}$  и проверка по (4) за точността на изчислението на затихването  $\zeta_1$ . Целта е да се получи стойност, която да е максимално близка до определената по полусиловия метод. Вертикалната права  $E_{U1}$ , показана на фиг. 1, съответства на двата изчислени параметъра ( $T_{U1}$  и  $\zeta_1$ ) и нейните пресечни точки с наклонените прави линии са търсените периоди на незатихващите трептения. Изчисленията са проведени с програма за числена оптимизация на формата на дъгови язовирни стени [6] и с програма ADINA [7]. Данните за трите теста на стената могат да бъдат намерени в [8] и в редица други източници.



Фиг. 1. Резонансни ходови криви за дъговата язовирна стена “Мороу Поинт”

Описаната идея за получаване на периодите на незатихващите трептения е следвана стриктно при всички наши числени изследвания. Получаваните резултати са еднотипни и без отклонения. Въпреки това оставаше едно съмнение в достоверността на получаваните периоди на незатихващите трептения. След дългогодишни търсения и изследване на основните видове язовирни стени, съмненията в коректността на идеята и на получаваните резултатите отпаднаха. Намерена бе теоретична обосновка, чието приложение недвусмислено показва правилността на използвания подход за определяне на периодите на незатихващите трептения.

#### 4. Теоретична обосновка

Диференциалното уравнение на движение съгласно хипотезата на Фойгт за съпротивителна сила, пропорционална на първата степен на скоростта [9], има вида

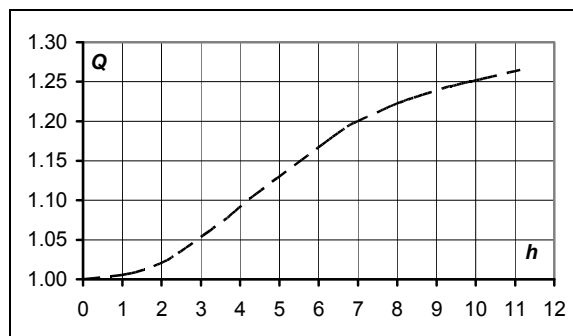
$$\ddot{y} + 2\alpha\dot{y} + \omega^2 y = 0, \quad (5)$$

където  $\omega$  е собствена честота, т.е.  $\omega_U$ , а  $\alpha$  е параметър, наречен в [9] коефициент на съпротивление, а в [10] (според нас погрешно) – коефициент на затихване, поради което и тук ще бъде наричан коефициент на съпротивление. Изразът (5) представлява диференциално уравнение от втори ред с постоянни коефициенти, след чието решаване се получават три случая. От тях интерес представлява случаят на затихващо трептливо движение, при разглеждането на който се достига до израза за отношението на две съседни амплитуди на трептене  $a_i$  и  $a_{i+1}$

$$\eta = \frac{|a_i|}{|a_{i+1}|} = e^{\alpha T_D / 2}, \quad (6)$$

наричан множител на затихването на трептенията [9, 10].

В [9] е показана зависимост между параметрите  $\theta$  и  $\eta$  ( $\theta = T_D / T_U$ ). За нас остава загадка с какви данни е получена показаната на фиг. 2 зависимост.



Фиг. 2. Вид на зависимостта  $\theta$ - $\eta$ , предложена в [8]

Определянето на параметъра  $\alpha$  се оказва ключът към решението. Това може да стане чрез логаритмичния декремент  $\gamma$ , който се получава след логаритмуване на (6)

$$\gamma = \ln \eta = \alpha T_D / 2 \quad (7)$$

и приравняването му с изчисления по формула (4) коефициент на затихване  $\zeta$

$$\alpha = \zeta\omega_U = \sqrt{\omega_U^2 - \omega_D^2}. \quad (8)$$

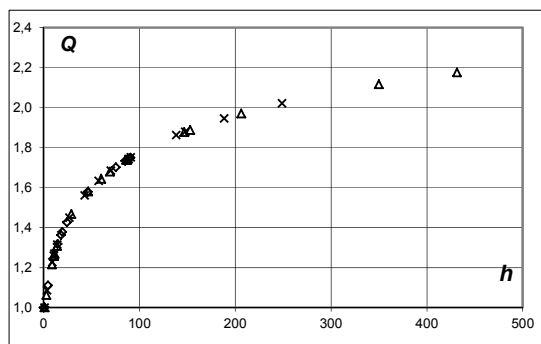
От (8) се вижда основната роля на честотата на незатихващите трептения при определянето на дисипативните свойства на изследваните инженерни конструкции.

## 5. Приложение за реална язовирна стена

Изследвана е дъговата язовирна стена “Морю Поинт“ ( $H = 142$  m) [8]. Стената е с двойна кривина. Построена е на р. Гънисън в щата Колорадо, САЩ. Дължината на стената по короната е 221 m. Дебелината в централното сечение се изменя от 3,66 m при короната до 15,8 m в основата. За нея са известни данни за три теста с принудени трептения, които са интерпретирани по МИП.

Използвани са две различни програми за числени изследвания на дъгови стени. Едната е за оптимизация на формата на стената [6], а другата е програма ADINA [7]. С първата програма стената е моделирана с два слоя елементи по дебелината, а с втората – с шест слоя. Между двата модела има и други разлики, като най-важната е, че при първия се изследва половината от стената, разглеждана като симетрична, докато вторият модел описва цялата стена. Въпреки това видът на РХК се запазва, макар и с малки различия, поради разликите в реда на появяването на отделните форми на трептене.

След прилагането на описаната по-горе теоретична постановка са получени няколко графики, една от които е показана на фиг. 3. На нея с ромбове са означени точките, съответстващи на теста от 1969 г., с кръстове – тези за теста от 1972 г., а с триъгълници – за теста от 1985 г. Както се вижда от фиг. 3, точките от трите теста се разполагат на една и съща крива. Прави впечатление силно нарасналият обхват на параметрите в сравнение с обхвата им във фиг. 2, както и че няма разсейване на точки.

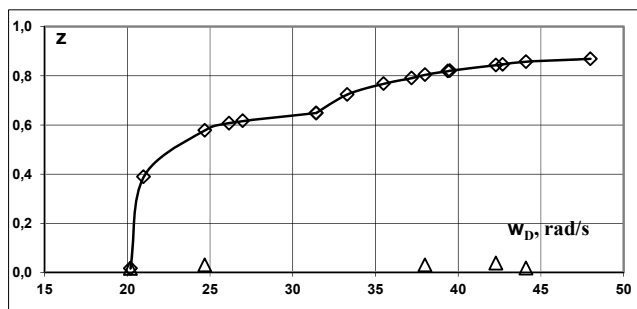


Фиг. 3. Зависимости  $\theta$ – $\eta$  за трите теста с принудени трептения на стената “Морю Поинт“

Фиг. 3 представлява проверка на адекватността на резултатите за периодите на незатихващите трептения, получени с две различни програми за числени изследвания на дъгови язовирни стени.

На фиг. 4 е показана зависимостта между определените по формула (4) коефициенти на затихване във функция на честотите на затихващите трептения за един от трите теста, като за сравнение, с триъгълници е показано затихването (според [8]) за петте “експериментално определени” честоти за същия тест. Както се вижда от фигу-

рата, единствено за първата форма на трептене има съвпадение на коефициентите на затихване. От направеното сравнение става очевидна несъстоятелността на опитите за определяне на коефициентите на затихването по полусиловия метод за форми на трептене, различни от първата форма, както е очевидно, че получаването на периодите на незатихващите трептения е от особена важност при изчисляване на затихването.



Фиг. 4. Затихване при дъговата язовирна стена “Морроу Поинт“, тест от 1972 г.

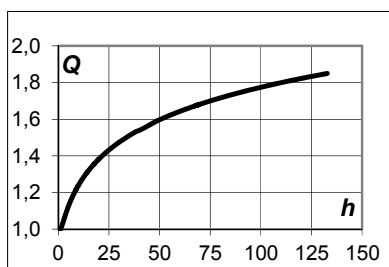
## 6. Обща зависимост $\theta$ – $\eta$ за язовирните стени

Изследвани са осем язовирни стени, за които са известни резултати от седемнадесет динамични теста или е регистрирано тяхното сеизмично реагиране. В табл. 1 са посочени някои данни за изследваните стени и броят на измерените и получените по МИП честоти на трептене – общо 438 броя. Най-много са тестовите с принудени трептения (FV) – седем броя за четири стени, следват регистрираните сеизмични натоварвания (SR) – пет броя за четири стени, по два теста с взривно натоварване (ВЗН) и с регистрация на околни смущения (AV), и един тест с хидродинамично натоварване (HD). Практически в изследването са включени както основните видове динамични натоварвания, така и основните типове язовирни стени, описани и обозначени по стандартния начин в следния ред – дъгови (V), бетонни гравитационни (G), земно-насипни (T) и една каменно-насипна язовирна стена (R). Числените изследвания на последните три типа язовирни стени са изпълнени с програма TRIDIDAD, използваща тетраедрални крайни елементи [5].

Таблица 1. Данни за изследваните язовирни стени

Име и тип на изследваните язовирни стени	Брой, вид и година на изследванията или на земетресенията	Общ брой честоти	
		Измерени	По МИП
Morrow Point (V)	3 (FV – 1969, 1972, 1985)	16	45
Emosson (V)	3 (AV – 1980, FV – 1980, 1998)	26	73
Fei Tsui (V)	1 (SR – 1994)	14	25
Pine Flat (G)	1 (FV – 1971)	6	20
Чаира (G)	2 (ВЗН със и без вода – 1980)	14	47
St. Felicia (T)	3 (AV, FV, HD – 1978 )	75	120
St. Felicia (T)	2 (SR – 1971, 1976)	19	58
Long Valley (T)	1 (SR – 1980)	8	28
El Infernillo (R)	1 (SR – 1985)	8	22

За всеки един от седемнадесетте случая са построени отделни зависимости  $\theta$ - $\eta$ . След обединяване на отделните графики бе получена една обща графика, която е показана на фиг. 4. В нея не са включени само последните пет точки от показаните на фиг. 3. При различните типове язовирни стени, както и за различните видове натоварвания, обхватът на изменение на зависимостите  $\theta$ - $\eta$  е различен, като определящ е броят на регистрираните честоти на затихващите трептения. Основна особеност на тази графика е, че всички точки се разполагат на една и съща крива, без разсейване на точките.



Фиг. 4. Обща графика  $\theta$ - $\eta$  за всички изследвани язовирни стени

Получената обща графика на зависимостите  $\theta$ - $\eta$  (фиг. 4), представлява доказателство за верността на определените по метода за идентифициране и прогнозиране периоди на незатихващите трептения на язовирните стени.

## 8. Заключение

От представените теоретични и графични резултати се налагат следните изводи:

- Намерено е теоретично доказателство и са получени резултати в подкрепа на идеята на метода за идентифициране и прогнозиране на динамичните характеристики на язовирните стени за определянето на периодите на незатихващите трептения.
- Определянето на периодите на незатихващите трептения е ключът за изчисляването на коефициентите на затихване на трептенията.
- За получаването на коефициентите на затихване е необходимо да бъдат измерени няколко резонансни честоти, включително тази на първата форма на трептене и да бъде определен по полусиловия метод нейният коефициент на затихване.
- Изчислените периоди на незатихващите трептения с използването на „експериментално определените“ коефициенти на затихване са неприемливи и неизползваеми.

Познаването на коефициентите на затихване е ключ за решението на другия голям проблем в динамиката – определянето на геометричното затихване.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Loh, C.-H. , T.-S. Wu. Identification of Fei-Tsui arch dam from both ambient and seismic response data, Soil Dynamics and Earthquake Engineering. Vol. 15, 1996.

2. *Dungar, R.* Complexity, uncertainty and realism in the seismic safety evaluation of concrete dams: Linear analysis. The Int. Journal on Hydropower & Dams, Vol. 1, 1994.
3. *Newmark, N. M., E. Rosenblueth.* Fundamental of Earthquake Engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1971.
4. *Berg, G. V.* Finding System Properties from Experimentally Observed Modes of Vibration, First Argentine Conf. Earth. Engng., Argentina, 1962, (cited after [3]).
5. *Tasev, C.* Метод за идентифициране и прогнозиране на динамичните характеристики на гравитационни язовирни стени Дисертация, София, 2002.
6. *Grigorov, S. S. Tasev, A. Tzenkov, R. Gunn.* A numerical procedure for arch dam shape optimisation for static and seismic loads, 6<sup>th</sup> International conference on dam engineering, 2011, Lisbon, Portugal.
7. *Ценков, А. Д.* Нелинеен статичен и сеизмичен анализ на бетонни дъгови язовирни стени, Дисертация, София, 2013.
8. *Hall, J. F.* The dynamic and earthquake behaviour of concrete dams: Review of experimental behaviour and observational evidence, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 7, 1988.
9. *Лойцянский, Л. Г., А. Л. Лурье.* Курс теоретической механики. М., 1983.
10. *Върбанов, Х.* Устойчивост и динамика на еластичните системи. С., 1989.

## PERIODS OF UNDAMPED VIBRATIONS OF DAMS – CLUE TO THE DETERMINATION OF DAMPING FACTORS

**S. Tasev<sup>1</sup>, S. Grigorov<sup>2</sup>, A. Tzenkov<sup>3</sup>**

*Keywords: dams, dynamic, periods, damping factors*

*Research area: hydraulic engineering*

### ABSTRACT

The results of the dam investigation can be interpreted completely if one has found the inertia, stiffness and damping matrices. Calculation of the damping factors is a major problem in whose solution there is a lot of uncertainty and obscurity. The determination of the periods of undamped vibration is the key to its solution.

In the present paper an earlier developed method in which the approach for determining the periods of undamped vibration is presented. A proof for the correctness of the used approach is found. It is based on a dependency, proposed in the first half of the last century, which was then difficult to implement, so that today it can be said that it is well forgotten. After a brief theoretical overview the way to solve the problem is shown. On this basis, relationship results for the damped vibrations of the main types of dams are derived and summarized. They confirm both the correctness of the approach used to determine the periods of undamped vibrations and the damping factors calculated by them.

---

<sup>1</sup> Stefan Tasev, Assoc. Prof. Dr. Eng., NIMH-BAS, 66 Tzarigradsko shose Blvd., Sofia, e-mail: stefan.g.tasev@gmail.com

<sup>2</sup> Stoyan Grigorov, Prof., 47 H. Smirnenski Blvd., Sofia, e-mail: s.grigorov@mist-bg.com

<sup>3</sup> Anton Tzenkov, Dr. Eng., STUCKY SA, Switzerland, e-mail: anton.tzenkov@gmail.com