ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

Юбилейна приложна научно-техническа конференция
„65 години Хидротехнически факултет и 15 години немскоезиково обучение"

6–7 ноември 2014
6–7 November 2014

International Jubilee Conference
„65th Anniversary Faculty of Hydraulic Engineering and 15th Anniversary Hydraulic Engineering in German"

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

XLVII том vol. | 2014 | св. fasc. I-B

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА КРИТИЧНАТА СКОРОСТ НА ФЛУИД, ПРОВЕЖДАН ОТ КРИВА ТРЪБА С ПРОМЕНЛИВА ПО ДЪЛЖИНАТА СИ КРИВИНА

Д. Лолов[1]

Ключови думи: *устойчивост, критична скорост, крива тръба, флуид*

Научна област: *механика*

РЕЗЮМЕ

Разгледана е задачата за устойчивостта в равнината на равнинна крива тръба със стъпаловидно промяща се по дължината ѝ кривина. Провежданият флуид е с постоянна скорост и е несвиваем и тежък. За решението на проблема е използван матричният метод. Изследвано е влиянието на отношението на масата на флуида към масата на системата «флуид-тръба» върху критичната скорост на транспортираната течност.

1. Въведение

Проблемът с устойчивостта на тръбопроводи се разглежда в две направления – устойчивост на прави и устойчивост на криви тръби. Динамичната устойчивост на прави тръби, провеждащи флуид, е широко изследван проблем, за разлика от този за динамичната устойчивост на криви тръби. Причината за това се състои в относително по-голямата сложност на втория. Един от първите изследователи в областта на кривите тръби е S. Chen [1], чиито изследвания по въпроса датират от 1972 г.

Настоящата работа представлява продължение на изследванията на автора върху устойчивостта на равнинни криви тръби [2], като тук са извършени числени изследвания върху устойчивостта на равнинни тръби със стъпаловидно променлива

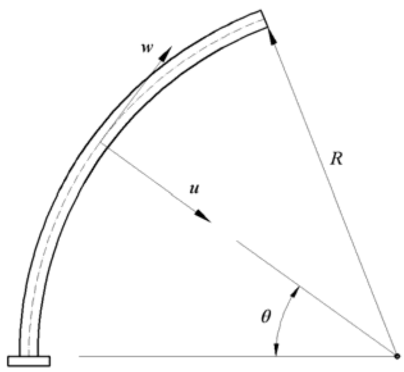
[1] Димитър Лолов, гл. ас. д-р инж., кат. „Техническа механика", УАСГ, бул."Хр. Смирненски" 1, 1046 София, e-mail: dmsl1@abv.bg

кривина. Изследванията са извършени чрез предложения в [3] матричен метод, който е базиран на метода на началните параметри. Основното му предимство, посочено от Y. Huang, G. Zeng и F. Wei в [3], пред аналитичния метод и метода на крайните елементи (МКЕ) се състои в следното: (1) Аналитичният метод не е подходящ за криви тръби със сложна форма, каквито са тръбите с променлива кривина или коравина, (2) МКЕ изисква много повече компютърно време, доколкото необходимият брой на крайните елементи е голям.

2. Описание на методиката

Разглежда се тръба, очертана по част от окръжност с радиус R. Коравината на огъване на тръбата EI. m_p е масата на тръбата на единица дължина, а m_f – масата на флуида на единица дължина от тръбата. Материалът на тръбата е хомогенен, изотропен и линейно еластичен. Транспортираният флуид е несвиваем и тежък.

Разглежданата тръба е показана на фиг. 1.



Фиг. 1. Геометрия на крива тръба, очертана по част от окръжност

Приети са следните означения: с $w(\theta,t)$ и $u(\theta,t)$ се означават компонентите на преместването на напречно сечение по осите на естествената координатна система, съответно в тангенциална и радиална посока, а θ е централният ъгъл, фиксиращ напречното сечение.

В настоящото изследване се приема предпоставката за неразтежимост на тръбата по оста ѝ, т.е. относителната линейна деформация [2]

$$\varepsilon = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta} - u\right) = 0\,. \tag{1}$$

От тук следва, че е в сила следната зависимост между преместванията w и u:

$$u = \frac{\partial w}{\partial \theta}\,. \tag{2}$$

Диференциалното уравнение за функцията на бездименсионното тангенциално преместване $\xi(\theta,\tau)$ за кривата тръба, очертана по окръжност, има вида [2]

$$\frac{\partial^6 \xi}{\partial \theta^6}+\left(2+v^2\right)\frac{\partial^4 \xi}{\partial \theta^4}+2\sqrt{\beta}v\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{\partial^3 \xi}{\partial \theta^3}\right)+\left(1+2v^2+\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)\frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2}+2\sqrt{\beta}v\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta}\right)+\left(v^2-\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)\xi=0 \quad (3)$$

където:

$$\xi=\frac{w}{R};\ \beta=\frac{m_f}{m_p+m_f};\ v=RV\sqrt{\frac{m_f}{EI}};\ \tau=\frac{t}{R^2}\sqrt{\frac{EI}{m_f+m_p}} \qquad (4)$$

представляват съответно бездимензионното тангенциално преместване на сечение от тръбата, масовото отношение, бездимензионната скорост на флуида и безразмерен параметър за времето. В (4) с V е означена скоростта на флуида, а t е времето.

Решението на уравнение (3) се търси във вида

$$\xi(\theta,\tau)=W(\theta)e^{i\Omega\tau}, \qquad (5)$$

където Ω е бездимензионната кръгова честота, която се пресмята по

$$\Omega=R^2\omega\sqrt{\frac{m_p+m_f}{EI}}\ . \qquad (6)$$

В (6) с ω е означена кръговата честота на тръбата.

След заместване на (5) в (3) се получава следното диференциално уравнение за функцията $W(\theta)$

$$\frac{d^6 W}{d\theta^6}+\left(2+v^2\right)\frac{d^4 W}{d\theta^4}+2i\Omega\sqrt{\beta}v\frac{d^3 W}{d\theta^3}+\left(1+2v^2-\Omega^2\right)\frac{d^2 W}{d\theta^2}+2i\Omega\sqrt{\beta}v\frac{dW}{d\theta}+\left(v^2+\Omega^2\right)W=0 \quad (7)$$

Съгласно метода на началните параметри решението на (7) се записва във вида [3]

$$W(\theta)=\sum_{i=1}^{6}W_0^{(i-1)}f_i(\theta), \qquad (8)$$

където $W_0^{(i-1)}, i=1,...,6$ са шест начални параметъра, които представляват стойностите на W_0 и производните и от ред 1 до 5, за θ = 0, а $f_i(\theta)$ са функции, които са решение на уравнение (7) и изпълняват следното условие:

$$\begin{vmatrix} f_1(0) & f_1^{(1)}(0) & f_1^{(2)}(0) & f_1^{(3)}(0) & f_1^{(4)}(0) & f_1^{(5)}(0) \\ f_2(0) & f_2^{(1)}(0) & f_2^{(2)}(0) & f_2^{(3)}(0) & f_2^{(4)}(0) & f_2^{(5)}(0) \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ f_6(0) & f_6^{(1)}(0) & f_6^{(2)}(0) & f_6^{(3)}(0) & f_6^{(4)}(0) & f_6^{(5)}(0) \end{vmatrix}=[I]_{6x6}\,. \qquad (9)$$

В (9) с $[I]$ е означена единичната матрица. Функциите $f_i(\theta)$ се търсят в следния вид:

$$f_i(\theta)=\sum_{n=1}^{6} C_{in}\, e^{i\lambda_n\theta},\, i=1,...,6\,, \tag{10}$$

където λ_n са корени на характеристичното уравнение на (7)

$$\lambda^6-\left(2+v^2\right)\lambda^4-2\Omega\sqrt{\beta}v\lambda^3+\left(1+2v^2-\Omega^2\right)\lambda^2+2\Omega\sqrt{\beta}v\lambda-\left(v^2+\Omega^2\right)=0\,. \tag{11}$$

Полага се уравнение (10) в (9) и се получава

$$[C]\,[D]=[I],\qquad [C]=[D]^{-1} \tag{12}$$

Елементите на $\|C\|$ са коефициентите от уравнение (10), а $D_{ij}=\left(i\lambda_i\right)^{j-1}$. От тук следва, че елементите на матрицата $\|C\|$ са определени, след като бъдат пресметнати корените на характеристичото уравнение (11), откъдето следва, че са определени и функциите $f_i(\theta)$.

На базата на уравнение (8) се получава следната зависимост:

$$\begin{Bmatrix} W(\theta) \\ W^{(1)}(\theta) \\ ... \\ W^{(5)}(\theta) \end{Bmatrix}=\begin{vmatrix} f_1(\theta) & f_2(\theta) & f_3(\theta) & f_4(\theta) & f_5(\theta) & f_6(\theta) \\ f_1^{(1)}(\theta) & f_2^{(1)}(\theta) & f_3^{(1)}(\theta) & f_4^{(1)}(\theta) & f_5^{(1)}(\theta) & f_6^{(1)}(\theta) \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ f_1^{(5)}(\theta) & f_2^{(5)}(\theta) & f_3^{(5)}(\theta) & f_4^{(5)}(\theta) & f_5^{(5)}(\theta) & f_6^{(5)}(\theta) \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} W(0) \\ W^{(1)}(0) \\ ... \\ W^{(5)}(0) \end{Bmatrix}, \tag{13}$$

която съкратено може да бъде записана по следния начин:

$$\{\delta\}=[T]\{\delta_0\}. \tag{14}$$

В [3] е изведена връзката между вектора $\{q\}=\{w\quad u\quad \phi\quad M\quad Q\quad N\}^T$ и $\{\delta\}$:

$$\{q\}=[H]\{\delta\}+\{\Delta\}, \tag{15}$$

където елементите на матрицата $\|H\|$ са [3]:

$$H_{11}=H_{22}=R;\quad H_{33}=1;\quad H_{42}=H_{44}=\frac{EI}{R};\quad H_{53}=H_{55}=\frac{EI}{R^2};$$

$$H_{61}=H_{63}=\frac{2i\Omega\sqrt{\beta}vEI}{R^3};\quad H_{62}=-\frac{\Omega^2 EI}{R^3};\quad H_{64}=H_{66}=\frac{EI}{R^3}, \tag{16}$$

а останалите са нула. От елементите на вектора $\{\Delta\}$, различен от нула е само елементът:

$$\Delta_6=\frac{v^2 EI}{R^3}. \tag{17}$$

В случая, когато тръбата е изградена от n участъка с различна кривина или коравина, уравнения (14) и (15) се записват за всеки един участък от тръбата с постоянна коравина и кривина :

$$\{\delta\}_k = [T]_k \{\delta\}_{k-1}; \quad \{q\}_k = [H]_k \{\delta\}_k + \{\Delta\}_k . \tag{18}$$

Индексите на векторите $\{\delta\}_k$ и $\{q\}_k$, определят номера на съответния възел от участъка $k = 0,...,n$, а индексите на матриците $[T]_k$ и $[H]_k$ и вектора $\{\Delta\}_k$ определят номера на съответния елемент от тръбата $k = 1,...,n$. От (18) се получава следната връзка между стойностите на вектора $\{q\}$ в двата края на всеки един участък с постоянна кривина от тръбата:

$$\{q\}_k = [S]_k \{q\}_{k-1} + [P]_k \{\Delta\}_k , \tag{19}$$

където:

$$[S]_k = [H]_k [T]_k [H]_k^{-1}; \quad [P]_k = [I] - [S]_k , \tag{20}$$

връзка между стойностите на вектора $\{q\}$ в двата края на тръбата се получава по следната формула:

$$\{q\}_n = [S]_n [S]_{n-1} ... [S]_1 \{q\}_0 + [S]_n ... [S]_2 [P]_1 \{\Delta\}_1 + [S]_n ... [S]_3 [P]_2 \{\Delta\}_2 +$$

$$+ ... + [S]_n [P]_{n-1} \{\Delta\}_{n-1} + [P]_n \{\Delta\}_n . \tag{21}$$

Или записано накратко

$$\{q\}_n = [U]\{q\}_0 + \{\tilde{\Delta}\} . \tag{22}$$

За случая на тръба, запъната в левия си край и ставно подпряна в десния (фиг. 2*б*), е в сила следната връзка между стойностите на вектора $\{q\}$ в двата края на тръбата:

$$\{w_n \quad 0 \quad \phi_n \quad 0 \quad Q_n \quad 0\}^T = [U]\{0 \quad 0 \quad 0 \quad M_0 \quad Q_0 \quad N_0\}^T + \{\tilde{\Delta}\} , \tag{23}$$

от където следва:

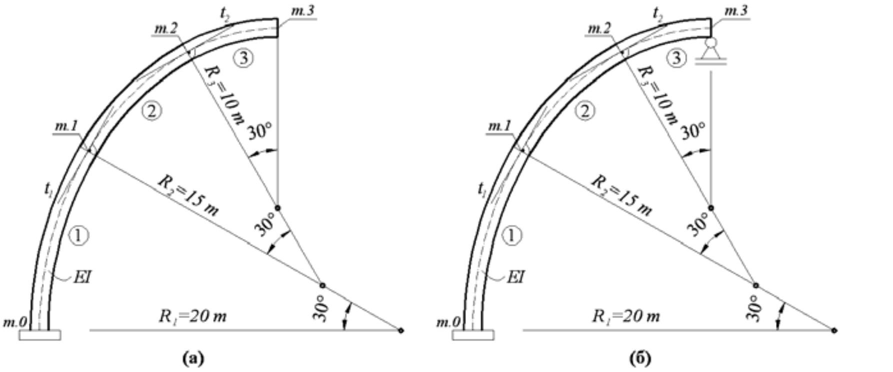
$$\begin{Bmatrix} -\tilde{\Delta}_2 \\ -\tilde{\Delta}_3 \\ -\tilde{\Delta}_6 \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} u_{24} & u_{25} & u_{26} \\ u_{44} & u_{45} & u_{46} \\ u_{64} & u_{65} & u_{66} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} M_0 \\ Q_0 \\ N_0 \end{Bmatrix} . \tag{24}$$

В случая на загуба на устойчивост е необходимо уравнение (24) да няма единствено решение, което от математическа гледна точка съответства на изискването детерминантата от коефициентите u_{ij} да бъде равна на нула.

В настоящата работа с цел определяне на критичната скорост на транспортирания флуид, при конкретна стойност на β и на ν от уравнение (24) се определя Ω. Системата е устойчива, ако имагинерната част на Ω е положителна.

3. Приложение на метода за конкретен пример

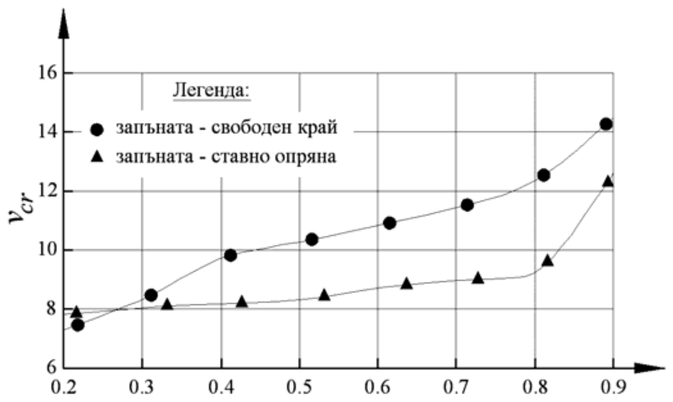
В настоящата работа е изследвана устойчивостта на две тръби с геометрия и статическа схема съгласно фиг. 2:



Фиг.2. Геометрия и статическа схема на изследваните тръби

За двата изследвани случая, коравината на тръбата е $EI = 3001\,\mathrm{kN\,m^2}$.

Решението е извършено чрез програмния продукт MATLAB. Получена е зависимостта между масовото отношение β и скоростта v_{cr} на флуида при загуба на устойчивост. Получените стойности за v_{cr} са приведени към характеристиките на първи участък от тръбата съгласно (4). Резултатите са представени на фиг. 3



Фиг. 3. Зависимост между критичната скорост на флуида v_{cr} и масово отношение β

4. Изводи

На базата на получените резултати от фиг. 3 е видно, че с увеличаване на масовото отношение β се увеличава и критичната скорост на транспортирания флуид. За стойности на $\beta > 0.3$ по-устойчива се оказа тръбата от фиг. 2*а*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chen, S.* Vibration and stability of an uniformly curved tube conveying fluid. Journal of the Acoustical Society of America, 51, 1972.

2. *Лолов, Д., С. Лилкова-Маркова.* Определяне на критичната скорост на флуид, протичащ в крива тръба, очертана по окръжност. Годишник на УАСГ, Свитък VIIБ, Vol. XLII, София, 2006.

3. *Huang, Y., G. Zeng, F. Wei.* A new matrix method for solving vibration and stability of curved pipes conveying fluid. Journal of Sound and Vibration, 251(2), 2002.

CRITICAL FLOW VELOCITY OF FLUID-CONVEYING CURVED PIPE WITH VARIABLE CURVATURE

D. Lolov[1]

Keywords: *stability, critical velocity, circular pipe, fluid*

Research area: *mechanics*

ABSTRACT

This paper investigates the in-plane stability of a circular pipe comprised of segments of different curvature. The flowing fluid in the pipe is heavy, incompressible and has a constant velocity. The matrix method is employed in solving the problem. The influence of the ratio of the mass of the fluid to the mass of the whole system «fluid-pipe» on the critical fluid velocity is investigated.

[1] Dimitar Lolov, Assis. Prof. Dr. Eng., Dpt. “Technical Mechanics”, UACEG, 1 H. Smirnenski Blvd., Sofia 1046, e-mail: dlolov@yahoo.com