ГОДИШНИК НА УНИВЕРСИТЕТА ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ – СОФИЯ

ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING AND GEODESY – SOFIA

XLV том vol. 2010–2012 св. fasc. II

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ИЗРАВНЕНИЕТО НА СВОБОДНИ МРЕЖИ ПРИ ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДЕФОРМАЦИИ НА ИНЖЕНЕРНИ СЪОРЪЖЕНИЯ

П. Пенев[1], М. Константинов[2], И. Янков[3]

Ключови думи: *Свободни геодезични мрежи, деформация на инженерни съоръжения, устойчивост на инженерни съоръжения*

Научна област: *математическо моделиране (математическо моделиране в геодезията)*

РЕЗЮМЕ

Разгледани са изчислителни схеми за анализ на деформациите и на устойчивостта на инженерни съоръжения. Схемите са основани на изравняване на свободни геодезични мрежи въз основа на съвместна обработка на два и повече измервателни цикъла.

1. Общи сведения за деформациите

Всички инженерни съоръжения са подложени на въздействието на различни природни и антропогенни фактори. Под сумарното влияние на тези фактори понякога в съоръженията настъпват промени, които е прието да се наричат деформации.

Всяко отклонение в геометричните параметри на съоръженията при строителството или в периода на експлоатация е от особена важност да се регистрира и анализира. Резултатите от систематичните наблюдения на съоръженията дават възможност да се определи динамиката на деформационния процес, да се прогнозира развитието му и да се вземат мерки за предотвратяването на аварии в съоръженията. От големината и скоростта на деформационния процес зависи устойчивостта на изследвания обект. Поради тази причина точността на измерванията е голяма и варира от няколко mm при строителните конструкции до стотни от mm при технологичното оборудване.

[1] Пеньо Димитров Пенев, проф. д-р инж., кат. „Приложна геодезия”, УАСГ, penevp_fgs@uacg.bg

[2] Михаил Михайлов Константинов, проф. д-р, кат. „Математика”, УАСГ, mmk_fte @uacg.bg

[3] Иван Руменов Янков, гл. ас. д-р инж., кат. „Приложна геодезия”, УАСГ, yankov_fgs@uacg.bg

Тези действия по регистриране на отклоненията на съоръженията от проектното им положение се извършват най-вече чрез геодезически методи, които в инженерната геодезия са известни като изследване на деформации. Наблюдаването на деформации е задължително за големите инженерни съоръжения и заема значително място в геодезическата практика. В литературата се препоръчва следенето на деформациите на големите и отговорни съоръжения като язовирни стени, комини, тунели, мостове и др. да се извършва още в началния етап на строителството, по време на строителството и да продължи по време на експлоатационния им период.

За да се следи поведението на съоръжението, то се представя идеализирано като система от точки, на които периодично се определят координатите от геодезически точки, разположени извън съоръжението. Всички тези точки се обединяват в една геодезическа мрежа, която се измерва през определени периоди от време, които е прието да се наричат цикли (епохи). За да могат да се определят преместванията (деформациите) на точките от обекта, както е показал още Lang [4], задължително трябва да има точки, които да са стабилни (неподвижни). Същите се стабилизират извън деформационната зона на съоръженията. В литературата точките от изследваното съоръжение се наричат наблюдавани, а точките извън съоръжението – изходни и контролни (опорни). Задължително условие е контролните точки да са извън деформационната зона на съоръжението, тъй като те трябва да осигурят неизменност на координатната система във всички цикли на измерване.

Основните изисквания при изследване на деформации на инженерни съоръжения са:

– запазване на всички геодезически точки от унищожаване или повреждане от нулевия цикъл на измерванията до извеждане на съоръжението от експлоатация;

– една и съща схема на измерванията в отделните цикли на изследване на съоръжението;

– еднаква точност на измерванията през целия период на наблюдения;

– периодично изследване на устойчивостта на изходните и контролните точки.

За да са реални измерените деформации във всички цикли на наблюдение, единственото условие е същите да са в една и съща координатна система. Това от своя страна води до изискването изходните точки да са стабилни (устойчиви), т.е. да не променят положението си една спрямо друга през целия период на експлоатация на съоръжението. Последното условие важи за всички видове деформации (вертикални, хоризонтални и пространствени). Изискването за една и съща координатна система във всички цикли на измерване прави въпроса за изследване на устойчивостта на изходните репери основен при определянето на деформации на инженерни съоръжения.

Съществуват две групи методи за обработка на измерванията. При първата група методи всеки цикъл се обработва поотделно, при втората – два или повече цикъла се обработват съвместно. Освен това геодезическата мрежа може да бъде изравнявана като включена или свободна. При изравняване на мрежата като включена координатите на опрните точки във всеки цикъл се приемат за дадени. Когато мрежата се изравнява като свободна, за всеки цикъл координатите на точките от текущия цикъл се привеждат към координатите на точките от нулевия посредством една Хелмертова трансформация. Последната се базира на устойчивите (неподвижните) точки от мрежата. При втората група методи координатите на устойчивите точки участват в изравнението с еднакви координати, а на наблюдаваните – с различни. Според Heck [5] условията за съвместно изравнение на измерванията в две епохи е неизменността на опорните точки, еднаквостта на мащаба и хомогенността на измерванията.

От натрупания в литературата многогодишен опит при определяне на вертикални деформации на съоръженията е установено, че практически устойчивостта (стабилността) на изходните репери по различни причини не може да се запази във всички цикли на измерване. Поради това преди да се пристъпи към определянето на вертикални деформации на наблюдаваните точки в текущия цикъл на измерване, първо се проверява устойчивостта на изходните репери. Пропускането на тази проверка може да доведе до необясними резултати за поведението на съоръжението и в крайна сметка ще се наложи отново проверка на изходната основа.

Целта на настоящата работа е да се разработи технология за приложение на изравнението на свободни мрежи при определяне на деформации на съоръжения. Математическият модел предвижда съвместна обработка на всички цикли (от нулевия до текущия) на измерванията и изследване на устойчивостта на опорните точки на геодезическата мрежа.

2. Изравнение на свободни мрежи

Теорията на изравнението на свободните мрежи е разработена през 60-те години на миналия XX век. Основни работи по въпроса са трудовете на Bjerhammar, Meissl, Koch, Ashkenazi, Mittermayer и др.

Изравнението на свободните мрежи се извършва както изравнението на включени и самостоятелни мрежи по посредствен начин с единствената разлика в инверсирането на матрицата N на системата нормални уравнения. При свободните мрежи матрицата N е сингулярна и дефектът ù d е равен на броя на недефинираните параметри на координатната система. Тази отлика е съществена и води до фиктивни оценки на неизвестните.

От известните методи за изравнение на свободни мрежи най-рационален в изчислително отношение е методът на Meissl [3]. Този метод се основава на следната геометрична интерпретация на изравнението на свободните мрежи:

– запазва се непроменен центърът на тежестта на мрежата, определен от приетите приблизителни координати на точките, т.е.

$$\sum dx_i = 0\,, \tag{1}$$

където dx_i са поправките към приблизителните координати x_i^0 на точките от мрежата;

– запазва се средната ориентация на мрежата, като сумата от площите между $\vec{x}_i^0$ и $d\vec{x}_i$ е нула

$$\sum\left(\vec{x}_i^0 \times dx_i\right) = 0\,; \tag{2}$$

– запазва се средният мащаб на мрежата

$$\sum\left(\vec{x}_i^0 \times dx_i\right) = 0\,. \tag{3}$$

С други думи казано, крайните координати x_i, но не и формата на мрежата, зависят от приблизителните координати. В това е смисълът на изравнението на свободните мрежи, което заменя корелатното (условното) изравнение и допринася за автоматизацията на изчислителния процес.

Условията (1) – (3) осигуряват инверсирането на матрицата N. При свободните мрежи вместо матрицата $Q = N^{-1}$ се намира главната псевдообратна матрица $Q = N^{+}$. Всяка псевдообратна матрица отговаря на известните условия:

$$\left.\begin{aligned} N^{+}NN^{+} &= N^{+}, \\ NN^{+}N &= N \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

а само главната (обобщената) псевдообратна матрица изпълнява и условията на Мур и Пенроуз

$$\left.\begin{aligned} \left(NN^{+}\right)^{T} &= NN^{+} \\ \left(N^{+}N\right)^{T} &= N^{+}N \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

За да се намери $Q = N^{+}$ съобразно (1-3), се разширява матрицата N с подходяща матрица G

$$M = \begin{pmatrix} N & G \\ G^{T} & 0 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

Получената матрица M е регулярна и се инверсира, т.е.

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} Q & G\left(G^{T}G\right)^{-1} \\ \left(G^{T}G\right)^{-1}G^{T} & 0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Първият блок на (7) съдържа $Q = N^{+}$ и има минимална следа, а векторът на неизвестните – минимална норма, т.е.

$$\left.\begin{aligned} T_r(Q) &= \min, \\ X^{T}X &= \min \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Матрицата G съдържа собствените вектори на N, съответстващи на d-кратното собствено число λ=0, като са в сила изразите:

$$NG = 0; \quad QG = 0; \quad G^{T}X = 0. \tag{9}$$

Матрицата N е особена. В случая N^{+} може да се намери по (7). При височинни мрежи съществува и друг начин за намиране на N^{+}, който се състои в следното. Въвежда се спомагателна квадратна матрица u с размерност (m,m), т.е. с размерността на N. Всички елементи на u са равни на $\frac{1}{m}$. Матрицата $N+u$ е регулярна и след инверсирането ú N^{+} се изчислява по формулата

$$N^{+} = (N+u)^{-1} - u\,. \tag{26}$$

Структурата на матрицата G е следната:

– за височинни мрежи

$$G^{T} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \end{pmatrix}}_{k}, \tag{10}$$

където $к$ е броят на неизвестните;

– за планови мрежи

$$G^{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 1 \\ -y_1^0 & x_1^0 & -y_2^0 & x_2^0 & \ldots & -y_k^0 & x_k^0 \\ x_1^0 & y_1^0 & x_2^0 & y_2^0 & \ldots & x_k^0 & y_k^0 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Първите два реда на (10) се отнасят за дефинирането на началото на координатната система, третият – за ориентацията и четвъртият − за мащаба.

– за пространствени мрежи:

$$G^{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \ldots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z_1^0 & y_1^0 & \ldots & 0 & -z_k^0 & y_k^0 \\ z_1^0 & 0 & -x_1^0 & \ldots & z_k^0 & 0 & -x_k^0 \\ -y_1^0 & x_1^0 & 0 & \ldots & -y_k^0 & x_k^0 & 0 \\ x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 & \ldots & x_k^0 & y_k^0 & z_k^0 \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Първите три реда на G^T от (12) са за дефиниране на координатното начало, вторите три – за ориентацията и последният − за мащаба. Ако някой от елементите, дефиниращи координатната система, е зададен, то съответстващите на него редове и колони се изключват от матриците G и G^T. Обикновено при ИГМ мащабът се извежда от измерванията.

При свободните мрежи всички точки са равноправни, в смисъл че участват еднакво за дефиниране на параметрите на координатната система и за всички точки важат условията (7). Понякога обаче е необходимо параметрите на координатната система да бъдат дефинирани само за част от точките на мрежата. При определяне на параметрите на координатната система само за част от точките на мрежата условията

(9) според Koch [6] се изпълняват само за съответния блок на Q и съответната част на X, която се отнася за тези точки. В случая по аналогия на (7) матрицата N се разширява с матрицата B

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} N & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

където $B = EG$.

Матрицата E е квадратна матрица, чиито елементи по главния диагонал, съответстващи на неизвестните на точките, от които се дефинира координатната система, са единици, а останалите елементи на матрицата са нули.

От инверсирането на (13) се получава

$$\tilde{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \tilde{Q} & G\left(G^T B\right)^{-1} \\ \left(G^T B\right)^{-1}.G^T & 0 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

В този случай вместо (9) важи

$$NG = 0; \quad \bar{Q}B = 0; \quad B^T X = 0. \tag{15}$$

Ако се разполага с матрицата Q на една свободна мрежа, лесно може да се получи матрицата $\tilde{Q}$, без да се инверсира $\tilde{M}$. Също така и от вектора на неизвестните X на напълно свободна мрежа може да се премине към вектора $\tilde{X}$ на неизвестните при частично свободна мрежа. Последното се постига много лесно с S-трансформа-ционната матрица на Baarda [7]

$$\left.\begin{aligned} \tilde{Q} &= S.Q.S^T \\ \tilde{X} &= S.X \end{aligned}\right\}. \tag{16}$$

Като използва записа на Caspary за $\tilde{M}$, G и $\tilde{X}$, а именно:

$$M = \begin{pmatrix} N_{NN} & N_{ND} & 0 \\ N_{ND} & N_{DD} & G_D \\ 0 & G^T & 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} G_N \\ G_D \end{pmatrix}, \quad \tilde{X} = \begin{pmatrix} X_N \\ X_D \end{pmatrix}, \tag{17}$$

където индексът D се отнася за точките, от които се дефинира координатната система, Illner [6] записва трансформационната матрица S във вида:

$$S = \begin{pmatrix} I_{NN} & -S_{ND} \\ O_{PN} & S_{DD} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{NN} & -G_N\left(G_D^T G_D\right)^{-1} G_D^T \\ O_{DN} & I_{DD} G_D \left(G_D^T G_D\right)^{-1} G_D^T \end{pmatrix} \tag{18}$$

и извежда формулите:

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{Q}_{NN} &= Q_{NN} + S_{ND}Q_{DD}S_{DN} - Q_{ND}S_{DN} - S_{ND}Q_{DN},\\
\tilde{Q}_{ND} &= Q_{ND}S_{DD} - S_{ND}Q_{DD}S_{DD},\\
\tilde{Q}_{DD} &= S_{DD}Q_{DD}S_{DD},\\
\tilde{X} &= X_N - S_{ND}X_D,\\
\tilde{X}_D &= S_{DD}X_D,\\
G_N &= -N_{NN}^{-1}N_{ND}G_D,\\
G_D &= -N_D^{-1}N_{DN}G_N
\end{aligned}\right\} . \tag{19}$$

В (19) I_{NN} и I_{DD} са единични матрици. Отбелязва се още, че ако N_{DD} е с размери dxd, то $\tilde{Q}_{NN} = N_{NN}^{-1}$.

Съгласно теорията на изравнението на свободни мрежи матриците N, $\tilde{N}_{DD} = N_{DD} - N_{DN}N_{NN}^{-1}N_{ND}$, Q_N и $\tilde{Q}_{DD}$ са особени матрици.

3. Съвместна обработка на два цикъла от измервания

Предпоставката за съвместна обработка на два цикъла от измервания е наличието на стабилни и нестабилни изходни репери в мрежата. Ако се означат котите на нестабилните репери с x_1 и x_2 за двата цикъла, а с y се означат котите на стабилните точки, уравненията на поправките при съвместната обработка на цикли 1 и 2 са:

$$\left.\begin{matrix}
V_1 = & Ax_1 & & +By & +l_1 \ldots P_1 = \alpha_1 P\\
V_2 = & & Ax_2 & +By & +l_2 \ldots P = \alpha_2 P
\end{matrix}\right\}, \tag{20}$$

където A и B са матриците с коефициентите пред неизвестните x и y, P_i са тежестите на измерванията, α_i – коефициентите на пропорционалност, V – поправките и l – свободните членове в уравненията на поправките.

Уравненията (20) са написани при предпоставката за еднакъв наблюдателен план в различните цикли на измерване. Така дефиниран, математическият модел адекватно отговаря на физическия модел на задачата. На уравнения (20) съответства следната система нормални уравнения:

$$\left.\begin{matrix}
N_1x_1 & & +C_1y + L_1 = 0,\\
& N_2x_2 & +C_2y + L_2 = 0,\\
C_1^T x & +C_2^T x & +\beta D + L_y = 0
\end{matrix}\right\}, \tag{21}$$

където

$$\left.\begin{array}{ll} N_i = \alpha_i N & , \quad N = A^t PA, \\ C_i = \alpha_i C & , \quad C = A^T PB, \\ L_i = \alpha_i A^T P l_i & , \quad D = B^T PB, \\ \beta = \alpha_1 + \alpha_2 & , \quad L_y = B^T P(\alpha_1 + \alpha_2), \end{array}\right\} . \tag{22}$$

При използване на свободни мрежи нормалната матрица на системата (21) е особена и не може да се инверсира. Съгласно (13) същата се разширява с матрицата G_D само за блока от устойчивите репери.

$$M = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \alpha_1 C & 0 \\ 0 & N_2 & \alpha_2 C & 0 \\ \alpha_1 C^T & \alpha_2 C^T & \beta D & G_D \\ 0 & 0 & G_D^T & 0 \end{bmatrix} . \tag{23}$$

На M съответства следната обратна матрица:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} N_1^{-1} + k & k & r & a \\ k & N_2^{-1} + k & r & a \\ r^T & r^T & S & V \\ a^T & a^T & V^T & 0 \end{bmatrix}, \tag{24}$$

където

$$\left.\begin{array}{lll} S = \dfrac{1}{\beta}\left(D - C^T N^{-1} C\right)^{-1} & r = -N^{-1} CS & a = -N^{-1} CV \\ k = N^{-1} CSC^T N^{-1} & & V = (G_D G)^{-1} G \end{array}\right\} . \tag{25}$$

За неизвестните са в сила зависимостите:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = -(N_1^{-1} + k)L_1 - kL_2 - rL_y \\ x_2 = -kL_1 - (N_2^{-1} + k)L_2 - rL_y \\ y = -r^T (L_1 + L_2) - SL_y \end{array}\right\} . \tag{27}$$

Тежестните коефициенти на неизвестните са:

$$Q_{X_i} = N_i^{-1} + k \quad , \quad Q_Y = S . \tag{28}$$

Деформациите $\Delta x = x_2 - x_1$ на точките се получават по формулата

$$\Delta x = N_1^{-1} L_1 - N_2^{-1} L_2 = N^{-1} A^T P(l_1 - l_2) . \tag{29}$$

Корелационната матрица на Δx се намира, като се приложи обобщената теорема за оценка на точността [1]

$$Q_{\Delta x} = \begin{pmatrix} -E & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1^{-1} + k & k \\ k & N_2^{-1} + k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -E \\ E \end{pmatrix}. \tag{30}$$

След съобразяване с (22) се получава

$$Q_{\Delta x} = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) N^{-1} = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2} N^{-1}. \tag{31}$$

От формули (29) и (31) се вижда, че същият резултат би се получил, ако устойчивите точки се приемат за дадени точки. Предпочитание трябва да се даде на предлаганата съвместна обработка на двата цикъла. Приемането на стабилните точки за дадени точки води до изместена оценка на стандарта на наблюденията, тъй като се явява влияние на грешките в изходните данни. Използването на съвместното изравнение и дефинирането на координатната система само от устойчивите изходни точки няма този недостатък.

4. Съвместна обработка на всички цикли от измервания

По аналогия с представената дотук съвместна обработка на два последователни цикъла може да се изведе модел за обработка на n цикъла от измервания. В следващото се приема, че измерванията в отделните цикли са с еднаква точност, което е едно от основните изисквания при изследването на деформации на съоръженията.

Системата от уравнения на поправките за n цикъла на измервания има вида [2]

$$\left.\begin{array}{llllllll} V_1 = & Ax_1 & & & & +By & +l_1 \ldots p \\ V_2 = & & Ax_2 & & & +By & +l_2 \ldots p \\ V_3 = & & & Ax_3 & & +By & +l_3 \ldots p \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ V_n = & & & & Ax_n & +By & +l_n \ldots p \end{array}\right\}, \tag{31}$$

където x_n са нарастванията към неизвестните на наблюдаваните точки, а y са нарастванията към неизвестните на изходните и контролните точки.

Нормалната система при съвместна обработка на n цикъла има вида:

$$\left.\begin{array}{lllllll} Nx_1 & & & & +Cy & +L_1 = 0 \\ & Nx_2 & & & +Cy & +L_2 = 0 \\ & & Nx_3 & & +Cy & +L_3 = 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ & & & Nx_n & +Cy & +L_n = 0 \\ C^T x_1 & +C^T x_2 & +C^T x_3 & \ldots \; C^T x_n & +Dy & +L_y = 0 \end{array}\right\}, \tag{32}$$

където свободните членове се изчисляват по формулите:

$$\left.\begin{aligned} L_i &= A^T P l_i \\ L_y &= B^T P \sum_{i=1}^{n} l_i \end{aligned}\right\}. \tag{33}$$

Клетъчната матрица на нормалната система е

$$M = \begin{pmatrix} N & 0 & 0 & \dots & 0 & C & 0 \\ 0 & N & 0 & \dots & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & N & \dots & 0 & C & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & N & C & 0 \\ C^T & C^T & C^T & \dots & C^T & D & T \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & T^T & 0 \end{pmatrix}, \tag{34}$$

като матриците, които я съставят, се определят по следния начин:

$$\left.\begin{aligned} N &= A^T P A \\ C &= A^T P B \\ D &= n B^T P B \end{aligned}\right\}. \tag{35}$$

Обратната матрица има клетъчна структура, която в този случай е следната:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} N^{-1}+K & K & K & \dots & K & R & a \\ K & N^{-1}+K & K & \dots & K & R & a \\ K & K & N^{-1}+K & \dots & K & R & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K & K & K & \dots & N^{-1}+K & R & a \\ R^T & R^T & R^T & \dots & R^T & S & Z \\ a^T & a^T & a^T & \dots & a^T & Z^T & 0 \end{pmatrix}. \tag{36}$$

Матриците, които представляват блоковете на (36), се определят както следва:

$$\left.\begin{aligned} S &= \frac{1}{n}\left(D - C^T N^{-1} C\right)^{+} \\ R &= -N^{-1} C S \\ K &= N^{-1} C S C^T N^{-1} = -R C^T N^{-1} \end{aligned}\right\}. \tag{37}$$

Нарастванията към неизвестните за всеки от циклите се получават по следния начин:

$$\left.\begin{aligned} x_i &= -\left(N^{-1}+K\right)\sum_{i=1}^{n} L_i - RL_y \\ y &= -R^T\sum_{i=1}^{n} L_i - S^{+}L_y \end{aligned}\right\}. \tag{38}$$

Деформациите на наблюдаваните точки между произволни два цикъла p и q се изчисляват по формулата

$$\Delta x_{p,q} = x_q - x_p = -N^{-1}A^T P\left(l_q - l_p\right). \tag{39}$$

Корелационните матрици за неизвестните и деформациите съгласно [2] се определят по следния начин:

$$\left.\begin{aligned} Q_{x_i} &= N^{-1}+K \\ Q_y &= S \\ Q_{\Delta x} &= \begin{pmatrix} -E & E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} N^{-1}+K & K \\ K & N^{-1}+K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -E \\ E \end{pmatrix} \end{aligned}\right\}. \tag{40}$$

За съвместна обработка на n поредни цикъла на наблюдение следва да се прилага следната технология:

– проверка за груби грешки в измерванията за всички цикли;

– изравнение на мрежата в цикъл 1 като свободна;

– проверка на устойчивостта на изходните точки за цикъл;

– съвместна обработка на цикли 1 и 2;

– проверка на устойчивостта на изходните точки за цикъл 3;

– съвместна обработка на цикли 1, 2 и 3 и т.н.

5. Заключение

Предлаганият алгоритъм за съвместна обработка на няколко цикъла от измервания за свободна мрежа представлява усъвършенстване на съществуващите алгоритми и притежава следните предимства.

- Точността, с която се определят неизвестните, се увеличава с увеличаване на броя на циклите. Това е така, тъй като се увеличава броят на измерванията, от които се определят неизвестните. Най-бързо нараства точността на неизвестните от първия цикъл;
- Точността, с която се определят неизвестните, практически е равна на тази, която би се получила, ако при изравнението всички изходни и

контролни точки се считат за дадени с пренебрежимо малки грешки в изходните данни;

- Средните квадратни грешки, с които се определят деформациите, намаляват с увеличаване на броя на циклите;
- При изравнението няма влияние на грешки в изходните данни;
- В случай че някоя от изходните и контролните точки е неустойчива и бъде изключена, това не води до загуба на координатната система.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Маркузе, Ю. И.* Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. Москва, Недра, 1982.

2. *Костадинов, К., П. Пенев*. Метод за определяне деформации на инженерни съоръжения чрез съвместна обработка на няколко цикъла от измервания. Годишник на Висшия институт по архитектура и строителство, Св. III, София, 1982.

3. *Ashkenazii, V.* Criteria for optimization a practical assessment of free network adjustment. Bolletino Geodesia e scienze affini, N 1, 1974.

4. *Lang, W*. Deformationsmessungen on Staumauern. Landestopographie. Bern. 1929.

5. *Heck, B., E. Kuntz, H. Marrer*. Deformatiosanalyse mittels relativer Fehlerellipses. AVN 3/1977. Karlsruhe.

6. *Illner, I*. Free Netze und S-Transformation - AVN 5/183, Karlsruhe, 1980.

7. *Mittermayer, E.* A generalition of the Least-squares method for the adjustment of free networks. Bulletin Geodesique, N 104, 1972.

Постъпила: декември, 2011

APPLICATION OF THE ADJUSTMENT OF FREE GEODESIC NETWORKS FOR ANALYSIS OF DEFORMATIONS OF ENGINEERING FACILITIES

P. Penev[1], M. Konstantinov[2], Ivan Yankov[3]

Keywords: *free geodesic networks, deformation of engineering facilities, stability of engineering facilities*

Research area: *mathematical modeling (mathematical modeling in geodesy)*

ABSTRACT

Computational schemes are considered for the analysis of deformations and stability of engineering facilities. They are based on adjustment of free geodesic networks using the joint processing of two or more measurement cycles.

[1] Penio Dimitrov Penev, professor, Department of Applied Geodesy, University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, 1046 Sofia, Bulgaria, e-mail: penevp_fgs@uacg.bg
[2] Mihail Mihaylov Konstantinov, professor, Department of Mathematics, University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, 1046 Sofia, Bulgaria, e-mail: mmk_fte @uacg.bg
[3] Ivan Rumenov Yankov, Sssistant Professor, Department of Applied Geodesy, University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, 1046 Sofia, Bulgaria, e-mail: yankov_fgs@uacg.bg